

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2209676

# 时变异方差不确定影响下的疲劳裂纹在线评估\*

王卉,袁慎芳,孟义兴,徐秋慧,任元强

(南京航空航天大学机械结构力学及控制国家重点实验室 南京 210000)

**摘要:**主动导波结构健康监测能够实时在线地监测结构状态。但时变因素影响会增加裂纹评估难度,降低评估准确性。时变因素的影响使得导波监测信号特征呈现明显的异方差特征,即导波信号特征分布方差随时间变化而改变。针对此问题,提出了异方差分位数回归辅助的裂纹在线评估方法,利用3条特殊的分位数回归曲线估计时变因素影响下信号特征随时间的分布变化情况,实现对监测数据中的异方差不确定性的处理。基于批量缺口梁结构的疲劳与导波监测试验数据对提出方法的有效性进行验证,实验结果表明,提出的方法能够实现时变影响下的损伤评估,评估最大绝对误差为1.1 mm,均方根误差为0.4 mm,并且可以有效处理时变异方差影响,量化其不确定度,为评估结果提供参考价值。

**关键词:**疲劳裂纹;异方差;不确定性;导波;结构健康监测;分位数回归

**中图分类号:** TB559 TH878 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 590.65

## Online evaluation of fatigue crack under the influence of heteroscedastic uncertainty

Wang Hui, Yuan Shenfang, Meng Yixing, Xu Qiu-hui, Ren Yuanqiang

(State Key Lab of Mechanics and Control of Mechanical Structures, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210000, China)

**Abstract:** The active guided wave structural health monitoring enables real-time online monitoring of structural condition. However, the time-varying influence can make crack evaluation more difficult and reduce the accuracy. The time-varying factors make the guided-wave monitoring signal characteristics show obvious heteroscedasticity. The variance of the distribution of the characteristics changes with time. To address this issue, this article proposes a quantile regression-assisted online crack evaluation method, which uses quantile regression to estimate the variance of the guided wave monitoring signal characteristics with service time under the time-varying influence, and realizes the treatment of the heteroscedasticity uncertainty in the monitoring data. The proposed method is evaluated by using experimental data of the notched beam structure. The maximum absolute error of the evaluation is 1.1 mm, and the root mean square error is 0.4 mm. The proposed method can effectively deal with the effect of time-varying heteroscedasticity, quantify its uncertainty and provide a reference value for the evaluation results.

**Keywords:** fatigue crack; heteroscedasticity; uncertainty; guided wave; structural health monitoring; quantile regression

## 0 引 言

金属结构在交变载荷的作用下容易发生疲劳损伤。对结构的损伤进行及时、准确地分析,且采取合适的措施减缓损伤的演化,可以减少发生结构失效的情况,避免灾

难性的后果。然而环境侵蚀、材料老化和荷载的长期效应、疲劳效应各种因素耦合作用使得疲劳裂纹扩展存在极大的不确定性<sup>[1-2]</sup>,依靠定期无损检测难以及时快速的发现损伤,而过于频繁的无损检测又会造成巨大的经济负担和人力成本浪费。结构健康监测(structural health monitoring, SHM)可以对结构进行持续监测,实现视情维

收稿日期:2022-04-24 Received Date: 2022-04-24

\* 基金项目:国家自然科学基金创新群体项目(51921003)、国家自然科学基金青年基金(51905266)、江苏省自然科学基金青年基金(BK2019043517)、机械结构力学及控制国家重点实验室(南京航空航天大学)自主研究课题(MCMS-I-0521K01)项目资助

护,减少停机时间和维护成本<sup>[3]</sup>。在线、实时是 SHM 的特点,但这也意味着相比于传统的无损检测,SHM 方法更容易受到时变因素对系统行为的影响,在一定程度上削弱了诊断的准确性和可靠性<sup>[4]</sup>。

在众多的 SHM 技术中,主动导波方法是最具有潜力的技术之一<sup>[5-6]</sup>。通过比较原始(健康)结构和当前结构传递的导波信号特征变化,可以实现对结构状态的监测,但除了损伤对信号会产生影响外,温度、载荷、边界条件改变同样也会影响信号特征。单一因素如温度<sup>[7]</sup>、静力载荷<sup>[8]</sup>对导波传播的影响已做过不少研究。但在结构实际服役过程中,每个时间点所对应的温度和载荷等环境参数变化具有随机性,也很难依靠单点的温度、载荷补偿。针对此问题,不少机器学习方法被引入以处理时变因素的影响,如主成分分析<sup>[9]</sup>,该方法的主要思想是通过消除数据之间的线性相关性来消除环境条件的影响。类似的还有奇异值分解<sup>[10]</sup>。这些方法研究的重点在于判断时变因素影响下,结构是否健康或损伤,没有实现裂纹扩展的连续监测。为了实现损伤演化的监测,克服时变导致信号特征非高斯多模态特性,研究人员提出了各种概率统计方法,例如基于高斯混合模型的概率诊断及改进算法<sup>[11-12]</sup>,该方法是通过利用结构健康状态下的导波监测信号特征,建立健康状态下的基准模型,在线监测过程中获取损伤演化状态下的导波信号,提取信号特征后用于建立实时状态下的在线模型,最后通过一个合适偏移指数来表达基准模型与在线模型之间的差异,通过偏移指数变化对裂纹扩展情况进行监测。此外,基于隐马尔可夫模型的方法也受到了诸多的关注<sup>[13-14]</sup>,该方法将损伤演化以及获取监测信号特征作为两个随机过程建立模型。将损伤严重程度进行不同等级的划分,在线获取监测信号特征作为模型中的观测值,由训练模型的最大后验概率判断损伤处于哪个损伤状态。这些研究能够实现时变影响下裂纹扩展监测,然而这些方法建模过程相对来说比较复杂,需要对概率模型有很好的研究,同时这些方法也未给出裂纹的定量化结果。

为实现损伤的评估,需要将裂纹与时变影响进行区分。裂纹演化是一个缓慢而漫长的过程,因此损伤对信号特征造成的影响是持续稳定的趋势变化。时变因素影响则是快速且无规则的。导致信号特征呈现复杂分布,并且在长时间的监测过程中,由于服役工况变化,不同时间段信号特征分布会不尽相同,其方差也是变化的,即异方差性。针对以上问题,本文提出了异方差分位数回归辅助的裂纹在线评估方法。采用3条特殊的分位数回归曲线分析监测信号特征随着时间改变,不仅可以得到信号特征的长期趋势,还可以了解信号特征随时间分布的方差变化情况。分位数是一种重要的描述数据分布特征的统计量。例如常提及的中位数,是将样本、种群或概率

分布这些数值集合划分为相等的上下两部分的一个数值。类似的,将一个数据集中的所有数据由小到大排列后得  $y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_m \leq \dots \leq y_n$ ,若  $y_m$  为这组数据的  $\tau$  分位数,则表示数据中有占比  $\tau \times 100\%$  的数据是小于  $y_m$ 。推广到回归方法, $\tau$  分位数回归表明该拟合线下面有含  $\tau \times 100\%$  的数据点。分位数回归方法将回归与分位数的概念相结合,可以完整地描述响应变量随着变量的分布情况<sup>[15]</sup>。分位数回归不需要数据噪声满足高斯分布,相比常规的回归方法更接近实际。此外中位数回归(特殊的分位数回归曲线)估计结果往往比均值更能表征数据的集中特征,因此可以采用导波信号特征各随服役时间变化分布的中位数用于损伤的评估,但由于不确定性的存在,中位数只能说明损伤可能性最大,因此还需要了解一个不确定性分布。通常将发生的概率小于5%的事件定义为“小概率事件”,即几乎不可能发生事件。因此95%的不确定区间也是重要的研究对象,分位数回归中就可以通过0.975分位数以及0.025分位数的信号特征去实现这个95%的不确定度表征<sup>[16]</sup>。

针对时变异方差不确定影响下的疲劳裂纹在线评估问题,本文提出了异方差分位数回归辅助的裂纹在线评估方法。采用3条特殊的分位数回归方法分析被监测结构导波信号特征各随服役时间变化分布,通过当前时刻导波信号特征中位数,代入损伤特征与裂纹长度的标定模型,得到被监测结构的裂纹评估结果,而另外0.975分位数以及0.025分位数的信号特征为评估的结果提供95%不确定区间的上界和下界。

## 1 分位数回归辅助的裂纹在线评估方法

### 1.1 主动导波 SHM 及常用标定模型

基于主动导波的 SHM 将设定的激励信号加载到预先安装在结构表面和内部的驱动器上,由此在结构中激发出一定形式和模式的导波信号,在其他位置的传感器接收结构响应信号。薄板结构中的导波以两种基本类型存在,对称模式( $S_i, i=0,1,2,\dots$ )和反对称模式( $A_i, i=0,1,2,\dots$ )。这两种模型区别在于薄板中心质点做纵向或横向运动;板上下面质点的振动相位相反还是相同,是否对称于中心面。结构中若存在损伤,如裂纹,导波会反射和衍射,这些散射波携带有关结构损伤状态的信息<sup>[17]</sup>。通过与健康状态下的结构响应信号对比,可以判断结构中是否存在的损伤。最简单的损伤识别算法是基于损伤因子(damage index, DI)的方法<sup>[3]</sup>。该方法将健康信号  $H(t)$  和损伤信号  $D(t)$  代入式(1)得到一个标量  $y$ ,是损伤程度的量化。

$$DI = h(H(t), D(t)) \quad (1)$$

式中: $t$ 是导波信号采样的时间; $h(\cdot, \cdot)$ 是衡量两个信

号差异的函数。为了实现裂纹的在线、实时的量化评估,通常需获取不同损伤状态下的损伤因子数据。基于这些数据建立标定模型:

$$y = g(a) \tag{2}$$

式中:  $a$  为裂纹长度;用  $y$  表示损伤因子; $g(\cdot)$  表示两者间的映射关系。在进行在线监测时获取损伤因子  $y_i$ ,代入式(2),可得裂纹的量化评估  $a_i = g^{-1}(y_i)$ 。

### 1.2 分位数以及概率表征

通过第 1.1 节可知,损伤因子可以衡量在线监测信号与健康信号的差异,然而在实际的监测过程中,温度、压力、环境振动、操作条件等造成的变化,也会引起监测信号特征改变。直接将损伤因子代入标定模型评估裂纹,会错误的评估损伤程度。

结构若存在长度为  $a$  的裂纹,理想状况下,损伤因子应为常数,记为常数  $y^*$ ;由于时变因素的影响,获取的损伤因子则是随机的,记为随机变量  $Y$ ,相同损伤下获取的  $n$  个损伤因子  $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ ,这些数据的频率直方图如图 1 所示。这  $n$  个信号特征是等概率获取的,即得到任一损伤因子的概率为  $1/n$ 。假设在理想状态下的损伤因子  $y^*$ ,可大致估计  $P(Y \leq y^*) = m/n$ ,  $m$  是  $n$  个信号特征中小于等于  $y^*$  数值的个数。这里将  $Y$  取定为离散的值,但实际上  $Y$  应为大于 0 的连续实数。对于连续空间上的单点概率,数学上用概率密度函数表示,记  $p(y)$ 。 $P(Y \leq y^*)$  叫做累积概率分布函数,是概率密度函数在  $(-\infty, y]$  的积分,用  $F(y)$  表示。累积概率分布函数和概率密度函数的关系如式(3)所示。

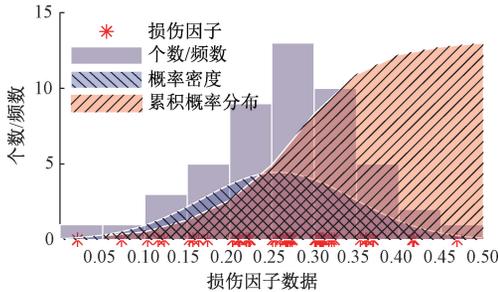


图 1 损伤因子的频率直方图

Fig. 1 Frequency histograms of damage indices

$$F(y) = P(Y \leq y) = \int_{-\infty}^y p(y) dy \tag{3}$$

若总体第  $\tau$  分位数是  $y_{(\tau)}$ ,表示的是随机变量  $Y$  小于等于  $y_{(\tau)}$  这一确定值的概率是  $\tau$ , 即:

$$\tau = P(Y \leq y_{(\tau)}) = F(y_{(\tau)}) \tag{4}$$

其中,  $0 < \tau < 1$ , 且有:

$$y_{(\tau)} = F^{-1}(y_{(\tau)}) \tag{5}$$

即  $F(y_{(\tau)})$  的反函数是  $y_{(\tau)}$ 。当  $\tau = 0.5$  时,  $y_{(\tau)}$  是随机变量  $Y$  的中位数。

图 1 所示是一种近似的正态分布,相对简单。但实际应用中时变因素造成了损伤因子分布往往呈现非对称分布或者更复杂的分布形式,如图 2 所示。在这种非对称分布情况下,中位数往往比均值更好地表征数据的集中趋势。

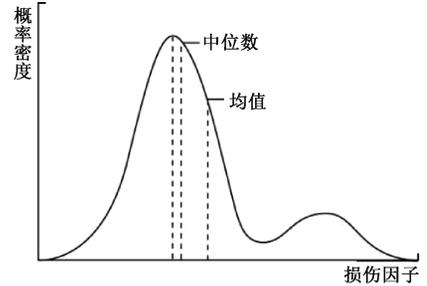


图 2 非对称复杂分布数据分布情况

Fig. 2 Asymmetrical complex distribution

### 1.3 基于分位数回归方法的损伤因子异方差建模

第 1.2 节分析的是相同损伤状态时,损伤因子在时变因素影响下的分布情况。但损伤一直在演化,采用这种静态的方式在一定程度上是做了简化处理。在长期监测过程中或损伤演化过程中,由于服役工况的变化,不同时间段,监测信号特征分布会不尽相同。截止当前时刻  $t_k$ ,将系统获取导波的时间以及从导波提取损伤因子记为  $\{(t_i, y_i) | i = 1, \dots, k\}$ ,如图 3 所示。可以看出数据呈现不对称、异方差等特征。最关键的问题在于如何从这些复杂数据中分析结构损伤的演化情况。

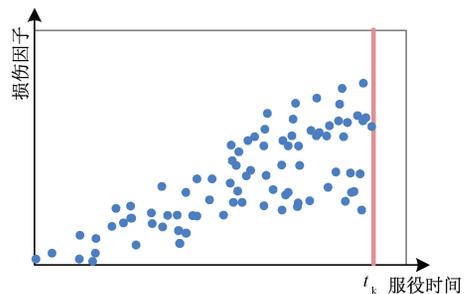


图 3 损伤因子数据分布的异方差现象

Fig. 3 Heteroscedasticity of damage indices distribution

假定损伤因子随着时间服从式(6)所示的回归模型。

$$y = t^T \beta + u \tag{6}$$

式中:  $t = [t^{p-1}, t^{p-2}, \dots, t^0]^T$  和  $\beta = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p]^T$  分别为  $(p \times 1)$  阶列向量;  $u$  表示随机噪声项。

如何求解特定的分位数回归表达式,即模型系数  $\beta = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p]^T$  是建模的关键。假设有一组数  $\{y_i, i = 1, 2, \dots, k\}$ ,  $k$  是这组数的总数量。现在要求找出

这组数中特定的  $\tau$  对应的  $\hat{y}_{(\tau)}$ 。通常的做法是将要求的  $\hat{y}_{(\tau)}$  假设为  $\alpha$ ，找到一个  $\alpha$  的函数  $L(\alpha)$ ，然后找到一个  $\alpha$  使得这个函数取得最小值，该数值就是  $\hat{y}_{(\tau)}$ 。Koenker 等<sup>[15]</sup>已经证明这个函数  $L$  确实存在，如式(7)所示的加权离差绝对值和。

$$L(\alpha) = - \sum_{j: y_j < \alpha} (1 - \tau)(y_j - \alpha) + \sum_{j: y_j \geq \alpha} \tau(y_j - \alpha) \quad (7)$$

当  $\tau$  确定，式(7) 是  $\alpha$  的函数。 $L$  取到最小值时， $\alpha = \hat{y}_{(\tau)}$ 。同理，要得到对应的  $\tau$  分位数回归表达式，将式(6) 中需要求解的回归模型替换式(7) 的  $\alpha$  得：

$$L = - \sum_{i: y_i < \mathbf{t}_i^T \boldsymbol{\beta}_{(\tau)}} (1 - \tau)(y_i - \mathbf{t}_i^T \boldsymbol{\beta}_{(\tau)}) + \sum_{i: y_i \geq \mathbf{t}_i^T \boldsymbol{\beta}_{(\tau)}} \tau(y_i - \mathbf{t}_i^T \boldsymbol{\beta}_{(\tau)}) \quad (8)$$

式中： $k$  表示截止到当前时刻  $t_k$ ，共获得的损伤因子数目。此时， $L$  就是模型参数  $\boldsymbol{\beta}$  的函数。当  $L$  取得最小值时对应的参数  $\boldsymbol{\beta}$  就是  $\tau$  分位数回归曲线的最优参数，记为  $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(\tau)}$ 。因此  $\tau$  分位数回归曲线表达式为：

$$\hat{y}_{(\tau)} = \mathbf{t}^T \hat{\boldsymbol{\beta}}_{(\tau)} \quad (9)$$

然后将当前时刻  $t_k$  代入建立的分位数回归表达式中，得到当前时刻某特定分位数的损伤因子数值  $\hat{y}_{(\tau)k}$ 。本文建立了  $\tau = 0.025, 0.500, 0.975$  这3个分位数的回归结果。选择  $\tau = 0.500$  分位数损伤因子数值代入标定模型，即式(2)，从而实现在线的裂纹长度量化的评估结果  $\hat{a}_k = g^{-1}(\hat{y}_{(\tau=0.5)k})$ 。 $\tau = 0.025, 0.975$  分位数的结果则提供了95%不确定区间的下界和上界。

### 1.4 方法整体流程

损伤演化是缓慢的增长过程，是几年甚至几十年，即使模拟的疲劳试验也维持了0.5~1 d时间。而导波监测信号得获取是较为频繁的，在试验中设定为几秒钟采集一次。在如此短的时间内，损伤扩展很小。因此本文是累积一小段的数据才进行分析，是一个不断获取数据，不断更新过程。本文提出方法的整体流程如图4所示。通常来说损伤的演化是一个前期缓慢，随着损伤扩展速度越来越快的过程。因此本文中的分位数回归方程选择为3阶多项式方程，即  $p = 4$ ，使其能够交好的拟合损伤演化的非线性特性。

## 2 缺口梁疲劳及导波监测实验设置及结果

为了验证提出的方法有效性，本文进行了批量缺口梁结构的疲劳试验以及导波监测实验。机翼是飞行器产生升力的重要结构，翼梁作为纯受力件，在自重和气动载荷的双重作用下容易发生的疲劳损伤，所以有必要对其进行监测。共采用4个试验件，编号分别为L1~L4。

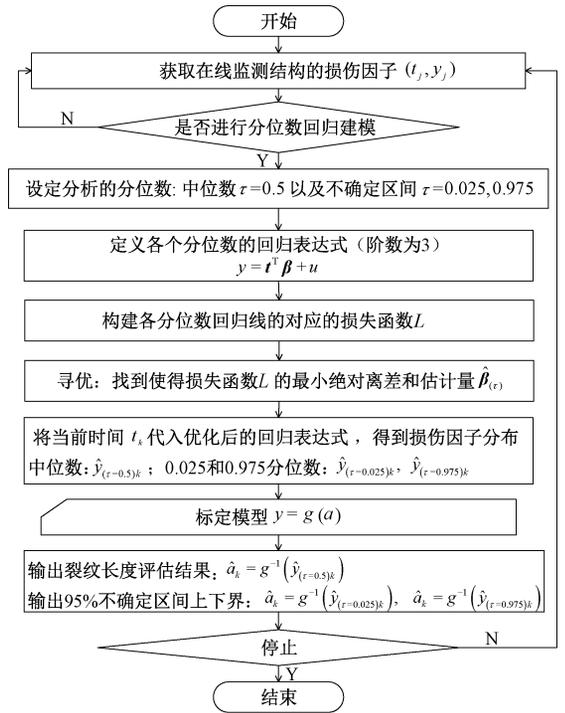


图4 时变异方差不确定影响下的疲劳裂纹在线评估流程  
Fig. 4 Flow chart of online evaluation of fatigue crack under the influence of heteroscedastic uncertainty

### 2.1 实验设置

缺口梁试件的尺寸示意图如图5所示，以及压电传感器布置情况。为了提高效率，缩短试验时间，控制起裂和扩展方向，通过有限元分析确定了缺口部分的应力集中点，并在该区域做了电火花切割。

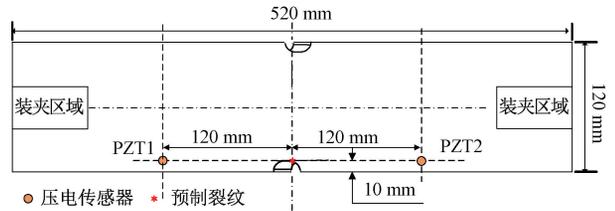


图5 缺口梁试件的尺寸示意图  
Fig. 5 Dimension diagram of notched beam specimen

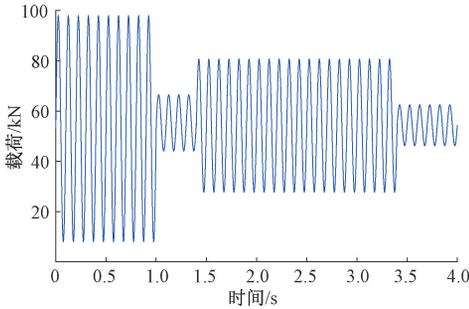
为了能够使得传感信号具有清晰的导波模式、并能够很好地监测裂纹的扩展，设置传感器布置距离为240 mm，导波信号中心频率为100 kHz可以保证传感信号有清晰的S0模式，S0对裂纹更敏感。传感器连接线与缺口的弧线相切。PZT1作为激励端激发3波峰正弦调制信号，PZT2作为传感接收信号。发波幅值为±70 V，采样率60 MHz。

图6(a)所示为试验设置，主要设备包括疲劳加载设备MTS拉伸机导波结构健康监测系统。为了提高试

验效率,针对缺口梁结构的疲劳加载分为两个阶段:1)采用峰值为 120 kN,谷值为 12 kN 的正弦载荷谱,该加载过程一直维持到试验人员观测到非预制裂纹出现;2)观测到非预制裂纹后,载荷谱更换为成图 6(b)所示的变幅载荷谱块。两个阶段的疲劳载荷加载频率都为 10 Hz。



(a) 实验设置  
(a) Experimental setup diagram



(b) 变幅载荷谱  
(b) Variable amplitude loading

图 6 实验设置图以及变幅载荷谱

Fig. 6 Experimental setup diagram and variable amplitude load

缺口梁正面裂纹每扩展 0.5~1 mm,暂停加载,记录已加载的循环载荷数以及对应裂纹长度。在整个载荷加载过程中,导波结构健康监测系统都要以 10 s 的时间间隔进行导波信号的激励和采集,以模拟实际工况中获取的导波信号。

## 2.2 实验结果

### 1) 缺口梁结构裂纹扩展情况

各个试件的裂纹长度随循环载荷数变化轨迹如图 7 所示。即使在有预制裂纹的情况下,不同试件的裂纹扩展曲线依然存在较大的差异,这也反映了实现实时、在线监测的重要意义。

### 2) 导波监测信号分析

L1 试件在疲劳加载过程中获取的、共 555 组导波信号如图 8 所示。可以看出,在裂纹扩展以及时变因素的影响下,信号的幅值和相位都发生了明显的改变。截取信号 S0 模式计算归一化互相关矩损伤因子<sup>[18]</sup>:

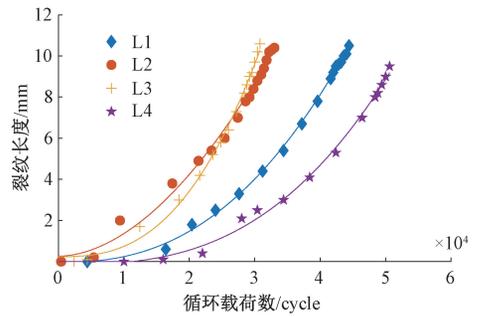


图 7 不同试件的裂纹扩展情况

Fig. 7 Crack propagation of different specimens

$$DI = \frac{\int_{t=t_a}^{t=t_b} t^2 |r_{H(t)D(t)}(t)| dt - \int_{t=t_a}^{t=t_b} t^2 |r_{H(t)H(t)}(t)| dt}{\int_{t=t_a}^{t=t_b} t^2 |r_{H(t)H(t)}(t)| dt} \quad (10)$$

式中: $t$  是导波信号采样时间; $t_a$  和  $t_b$  分别是信号开始和结束时间; $H(t)$  和  $D(t)$  分别表示健康基准信号和获取的监测信号; $r_{H(t)D(t)}$ 、 $r_{H(t)H(t)}$  表示两个信号间的相关性计算。

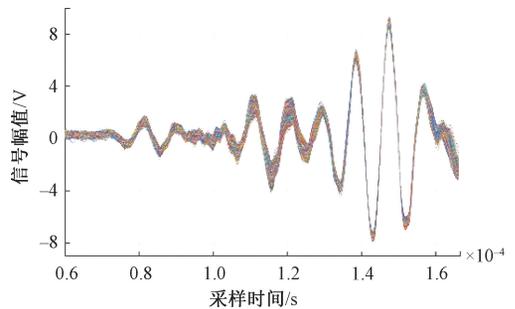


图 8 导波监测信号

Fig. 8 Guided wave monitoring signal

考虑到试件与疲劳拉伸机、传感器与试件间的粘胶层需要适应,基准信号选择的是加载一段时间后采集的导波信号。故每个试件损伤因子随循环载荷数变化情况并不是从 0 cycle 开始。L1 试件损伤因子随着加载循环数变化情况如图 9 所示。由图 9 可以看出,在时变因素的影响下(试验中载荷为主要因素),损伤因子随着时间变化呈现波动情况。且可以明显的看出,在裂纹小裂纹阶段,损伤因子分布范围较宽,方差较大;当裂纹较长时,损伤因子数据更为集中,方差相对较小,这也是前面提到的异方差现象。

通过对已知的裂纹长度进行插值,可以估计每个时间点的裂纹长度;导波信号获取的间隔是 10 s,通过时间这一中间量,将损伤因子与裂纹长度匹配,如图 10 所示。从不同试件的损伤因子-裂纹长度数据可以看出损伤因子与裂纹长度呈现二次关系,如式(11)所示。

$$y = 0.0069 \times a^2 - 0.0012 \times a + 0.1108 \quad (11)$$

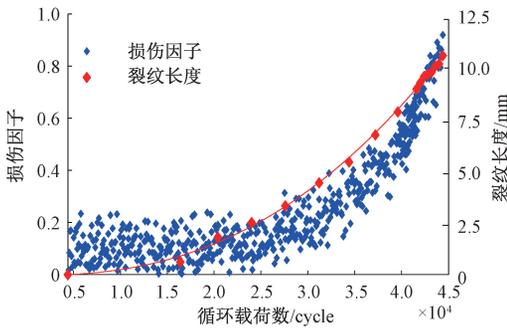


图9 损伤因子随循环载荷数变化情况

Fig.9 Damage index vary with the cyclic loads

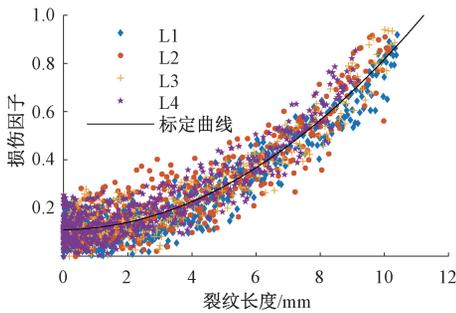
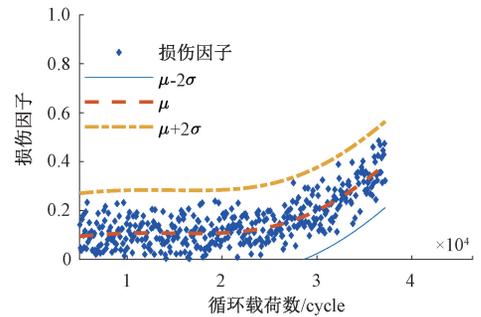
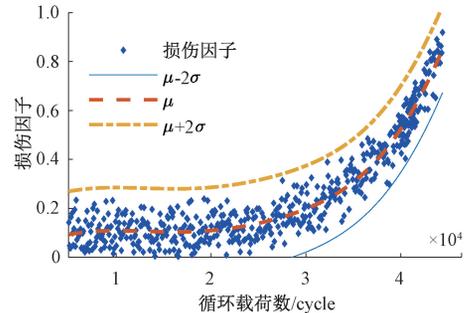


图10 标定模型

Fig.10 Calibration model



(a) 裂纹扩展到7 mm  
(a) Crack length is 7 mm



(b) 裂纹扩展到10 mm  
(b) Crack length is 10 mm

图11 L1 试件不同时刻的损伤因子基于 GP 建模结果

Fig.11 Modeling results of L1 based on GP

的评估最大误差能够达到 1.8 mm,均方根误差能够达到 0.8 mm。表1为4个试件的误差结果。

### 3 方法验证

本文采用了最大绝对误差和均方根误差 (root-mean-square error, RMSE) 对评估结果的准确性进行量化:

$$e_{\max} = \max \{ | \bar{a}_i - a_{\text{actual}} |_{i=1,2,\dots,N} \} \quad (12)$$

$$e_{\text{RMSE}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\bar{a}_i - a_{\text{actual}})^2}{N}} \quad (13)$$

式中:  $\bar{a}$  为评估的裂纹长度;  $a_{\text{actual}}$  为实际裂纹长度;  $N$  为每个试件整个使用过程中评估的总次数。

为了对比,本文采用了具有不确定性表征建模能力的高斯过程 (Gaussian process, GP)<sup>[19]</sup> 方法对数据进行处理(均值函数设为 0,协方差函数为平方指数)。以 L1 试件为例,基于 GP,不同时刻损伤因子数据随服役时间的建模结果如图 11 所示。GP 模型能够输出均值  $\mu$  和方差  $\sigma$ 。对于高斯分布,95% 的不确定度区间即为  $\mu \pm 2\sigma$ 。从图中可以看出 GP 方法能够对不确定区间进行表征。但损伤因子分布的方差变小时,GP 表征的区间并没有明显的改变。

将 GP 模型输出的损伤因子均值代入标定模型,即式(13),得到裂纹长度评估结果,如图 12 所示。L1 试件

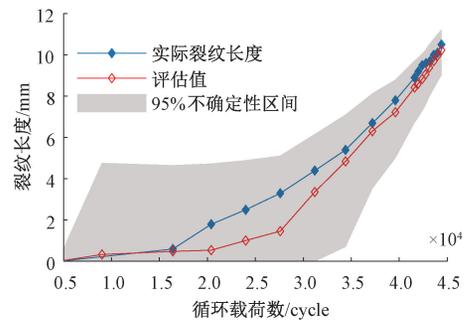


图12 基于 GP 方法评估结果以及 95% 不确定区间

Fig.12 Evaluation results based on GP and 95% uncertainty interval

表1 基于 GP 方法的各个试件误差统计情况

Table 1 Evaluation error based on GP		
试件编号	$e_{\max}$	$e_{\text{RMSE}}$
L1	1.8	0.8
L2	0.9	0.4
L3	1.0	0.4
L4	1.2	0.6

mm

基于第 1.3 节提出的方法对 4 个试件在载荷影响下动载损伤因子随着循环载荷数进行分位数回归分析。以 L1 试件为例,图 13 所示为不同时间点,损伤因子数据的异方差建模结果。分析了 3 条分位数回归线,其中 0.5 分位数回归线表示了损伤因子集中变化趋势,0.025 和 0.975 分位数的结果表示了损伤因子变化的 95% 不确定度范围。可以看出,相比于 GP 方法,分位数回归方法很好的跟踪了数据方差变化。由于 GP 方法涉及协方差矩阵的逆运算,计算量相对较大,4 个试件建模总消耗 396.0 s。本文采用的分位数回归方法共耗时 180.2 s,在处理速度上也有明显优势。

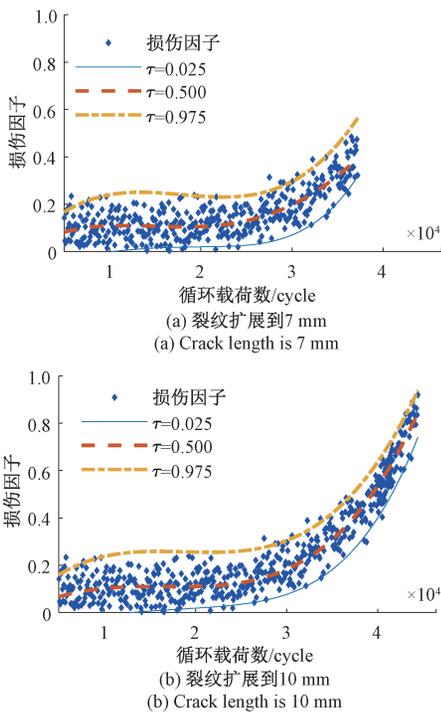


图 13 不同时刻 L1 试件损伤因子数据的异方差分析  
Fig. 13 Heteroscedasticity analysis of L1 specimen damage index at different times

将 0.5 分位数曲线上的损伤因子代入标定模型,即式 (13),得到裂纹长度评估结果;将 0.975 和 0.025 损伤因子代入可得到评估的 95% 不确定上下界。L1 试件评估结果以及 95% 不确定区间如图 14 所示。由图 14 可以看出,评估结果与实际裂纹有较好的一致性。

本文方法对所有试件的评估结果误差情况如表 2 所示,可以看出本文提出的方法能够相对准确的评估结构裂纹,最大绝对误差在 1 mm 左右,均方根误差在 0.4 mm, L1 和 L4 试件评估误差明显减小,其他两个试件效果相当。

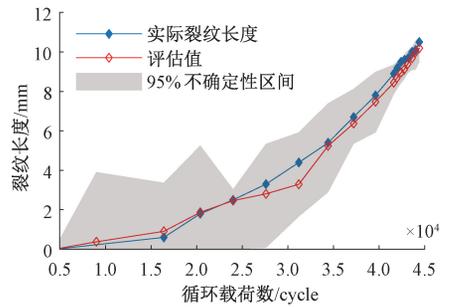


图 14 基于提出方法的评估结果以及 95% 不确定区间  
Fig. 14 Evaluation results based on the proposed method and 95% uncertainty interval

表 2 基于提出方法的各个试件误差统计情况

**Table 2 Evaluation error based on proposed method**

试件编号	$e_{max}$	$e_{RMSE}$
L1	1.1	0.4
L2	1.0	0.4
L3	1.0	0.4
L4	1.1	0.4

## 4 结 论

针对时变异方差不确定影响下的疲劳裂纹在线评估,本文提出了异方差分位数回归辅助的裂纹在线评估方法。采用分位数回归方法分析被监测结构导波信号特征各随服役时间变化分布,通过当前时刻导波信号特征中位数,代入标定模型,得到被监测结构的裂纹评估结果,而另外 0.975 分位数以及 0.025 分位数的信号特征为评估的结果提供 95% 不确定区间的上界和下界。通过对批量的缺口梁试件的疲劳试验数据以及导波监测数据进行处理,4 个试件最大评估绝对误差为 1.1 mm, RMSE 误差平均值为 0.4 mm,有效实现了异方差时变影响下的损伤评估,证明了方法的有效性。

## 参考文献

[ 1 ] 丁伟利,任天赐,谭伟敏,等.基于视觉的零部件振动裂纹在线监测系统研究[J].电子测量与仪器学报,2022,36(2):78-88.

- DING W L, REN T C, TAN W M, et al. An online vibration crack detection algorithm based on computer vision [J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2022, 36(2): 78-88.
- [ 2 ] YUAN S F, WANG H, CHEN J. A PZT based on-line updated guided wave-Gaussian process method for crack evaluation [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2019, 20(15): 8204-8212.
- [ 3 ] 袁慎芳. 结构健康监测[M]. 北京:国防工业出版社, 2007.
- YUAN SH F. Structural health monitoring and damage control[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2007.
- [ 4 ] 卿新林, 王奕首, 赵琳. 结构健康监测技术及其在航空航天领域中的应用[J]. *实验力学*, 2012, 27(5): 517-526.
- QING X L, WANG Y SH, ZHAO L. Structural health monitoring technology and its application in aeronautics and astronautics[J]. *Journal of Experimental Mechanics*, 2012, 27(5): 517-526.
- [ 5 ] 胡宸, 邬冠华, 罗文斌, 等. 噪声环境下空耦超声 Lamb 波铝板扫查成像定量研究[J]. *电子测量与仪器学报*, 2021, 35(5): 120-127.
- HU CH, WU G H, LUO W B, et al. Study on damage imaging of aluminum plate by air-coupled ultrasonic lamb wave [J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2021, 35(5): 120-127.
- [ 6 ] 陶静雅, 袁慎芳. 基于频散补偿与路径-波速映射的损伤成像 [J]. *仪器仪表学报*, 2019, 40(4): 207-215.
- TAO J Y, YUAN SH F. A damage imaging method based on dispersion compensation and path-wave velocity mapping[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2019, 40(4): 207-215.
- [ 7 ] KONSTANTINIDIS G, DRINKWATER B W, WILCOX P D. The temperature stability of guided wave structural health monitoring systems [J]. *Smart Materials and Structures*, 2006, 15(4): 967.
- [ 8 ] ROY S, PURIM L, CHANG F K. Load monitoring and compensation strategies for guided-waves based structural health monitoring using piezoelectric transducers [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2015, 351: 206-220.
- [ 9 ] BELLINO A, FASANA A, GARIBALDI L, et al. PCA-based detection of damage in time-varying systems [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2010, 24(7): 2250-2260.
- [ 10 ] LIU C, HARLEY J B, BERGÉS M, et al. Robust ultrasonic damage detection under complex environmental conditions using singular value decomposition [J]. *Ultrasonics*, 2015, 58: 75-86.
- [ 11 ] QIU L, FANG F, YUAN S F. Improved density peak clustering-based adaptive Gaussian mixture model for damage monitoring in aircraft structures under time-varying conditions [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 126: 281-304.
- [ 12 ] GARDNER P, BULL LA, DERVILIS N, et al. Domain-adapted Gaussian mixture models for population-based structural health monitoring [J]. *Journal of Civil Structural Health Monitoring*, 2022, DOI: <https://doi.org/10.1007/s13349-022-00565-5>.
- [ 13 ] ZHOU W F, KOWALI N, REYNOLDS W, et al. On the use of hidden Markov modeling and time-frequency features for damage classification in composite structures[J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2009, 20(11): 1271-1288.
- [ 14 ] ZHANG J J, YUAN S F, CHEN J. Guided wave-hidden Markov model for on-line crack evaluation of a full-scale aircraft[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2021, 117: 106976.

- [15] KOENKER R, BASSETT J G. Regression quantiles [J]. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1978, 46(1): 33-50.
- [16] ANTUNES F, AIDAN O'SULLIVAN, RODRIGUES F, et al. A review of heteroscedasticity treatment with Gaussian processes and quantile regression meta-models [C]. *Seeing Cities Through Big Data*, Springer Geography, Cham: Springer, 2017.
- [17] YANG J S, HE J J, GUAN X F, et al. A probabilistic crack size quantification method using in-situ Lamb wave test and Bayesian updating [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2016, 78: 118-133.
- [18] TORKAMANI S, ROY S, BARKEY M E, et al. A novel damage index for damage identification using guided waves with application in laminated composites [J]. *Smart Materials and Structures*, 2014, 23(9):095015.
- [19] WILLIAMS C K, RASMUSSEN C E. *Gaussian processes for machine learning*[M]. Cambridge, MA: MIT Press, 2006.

## 作者简介



王卉,2016 年于南京航空航天大学获得学士学位,现为南京航空航天大学博士研究生,主要研究方向为测试计量技术及仪器、结构健康监测。

E-mail: wanghui11@ nuaa. edu. cn

**Wang Hui** received her B. Sc. degree from Nanjing University of Aeronautics and Astronautics in 2016. She is currently a Ph. D. candidate at Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. Her main research interests include measurement technology and instrument, structure health monitoring.



袁慎芳(通信作者),1996 年于南京航空航天大学获得博士学位,现为南京航空航天大学博士生导师,主要研究方向为智能材料与结构、结构健康监测、先进传感技术等。

E-mail: ysf@ nuaa. edu. cn

**Yuan Shenfeng** (Corresponding author) received her Ph. D. degree from Nanjing University of Aeronautics and Astronautics in 1996. She is currently a Ph. D. advisor at Nanjing University of Aeronautics and Astronautics. Her main research interests include smart materials and structures, structure health monitoring, and advanced sensor technology.