

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2209788

基于微分平坦的旋转倒立摆双闭环抗扰PID控制*

程前¹,李赫然¹,聂卓赞^{1,2},邵辉¹,郑义民¹

(1. 华侨大学信息科学与工程学院 厦门 361000; 2. 鹤壁产业技术研究院 鹤壁 458031)

摘要:针对一类不稳定、欠驱动二自由度旋转倒立摆系统,提出一种基于微分平坦的双闭环抗扰PID控制方法。首先,建立倒立摆的非线性动力学模型,利用近似线性化分析系统的不稳定零动态与非最小相位特性;然后,结合微分平坦理论,设计倒立摆平坦输出,重构系统平坦状态,并建立平坦状态与角度输出之间的转化关系,克服倒立摆的非最小相位影响;进一步,针对微分平坦系统,设计抗扰PID双闭环控制结构和带宽化调节方法,在主动抗扰机制下实现对摆杆角度与悬臂角度的精准控制;最后,通过仿真与实验,验证所提方法的有效性和实用性。所提方法为欠驱动系统提供了一种结构简单、抗扰能力强的控制方案。

关键词: 旋转倒立摆;微分平坦;不稳定零动态;抗扰PID;欠驱动

中图分类号: TP13 TH701 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.8010

Design and analysis of disturbance rejection PID control for the rotary inverted pendulum system based on differential flatness theory

Cheng Qian¹, Li Heran¹, Nie Zhuoyun^{1,2}, Shao Hui¹, Zheng Yimin¹

(1. College of Information Science and Engineering, National Huaqiao University, Xiamen 361000, China;

2. Vice President of Hebi Industrial Technology Research Institute, Hebei 458031, China)

Abstract: Considering an unstable and under-actuated two-degree-freedom rotary inverted pendulum system, this article proposes a double closed-loop disturbance rejection PID control method based on differential flatness theory. Firstly, a nonlinear dynamic model is formulated for the rotating inverted pendulum. The unstable zero-dynamics and non-minimum phase properties have been analyzed by the approximate linearization method. Then, the differential flatness theory is used to design flat output and derive state reconstruction. The relationship between the flat state and the angle out is established. In this way, the non-minimum phase can be removed by flatness transformation. The disturbance rejection PID control is developed for the designed flatness system with a dual closed-loop and the bandwidth tuning method is also derived. The two angles of the rotary inverted pendulum are controlled precisely based on active disturbance rejection mechanism. Finally, simulation and experiment are implemented to illustrate the effectiveness of the proposed method, which provides a simple and robust control scheme for underactuated systems.

Keywords: rotary inverted pendulum; differential flatness; unstable zero-dynamics; disturbance rejection PID; under-actuated

0 引言

欠驱动控制一直以来都是控制领域的热点问题。随着现代控制理论的建立,逐渐形成了一些经典的欠驱动控制系统和方法^[1-2]。旋转倒立摆是一类典型欠驱动系统,具有非线性、强耦合、静不稳定等特性,常用于各种欠驱动控制算法研究与性能验证。作为众多机械装置的原型系统,旋转倒立摆的控制方法有很好的移植性和拓

展性。因此,对倒立摆系统的控制算法研究具有重要的理论意义和应用价值。

为了解决旋转倒立摆系统的镇定控制和轨迹控制问题,各类算法被相继应用,如线性自抗扰控制(LADRC)^[3]、自适应神经网络^[4]、最优控制^[5]、预测控制^[6]等。在以往研究中,大多数算法都依赖于精准的动力学建模与线性化过程,从而导致控制算法在鲁棒性和抗干扰能力方面的不足,难以适用于实际工程环境。对于旋转倒立摆这一复杂系统控制而言,该类问题尤为突出。

收稿日期:2022-05-15 Received Date: 2022-05-15

* 基金项目:福建省自然科学基金(2019J01053,2022J01295)项目资助

抗扰 PID(DR-PID) 是一类基于自抗扰控制原理的先进 PID 控制方法^[7-8], 揭示了 PID 控制器中蕴含的主动抗扰原理, 即在输出误差驱动下, PID 控制器能以紧凑高效的方式估计并补偿系统运行中受到的各种干扰和不确定性, 具有良好的控制品质。因此, 结合 DR-PID 有望设计一类物理意义明确、高精度的旋转倒立摆控制器, 同时克服系统的不确定性影响。

倒立摆系统具有不稳定零动态与非最小相位特征, 其反向超调下的快速过渡与系统稳定裕度不能同时兼顾^[9-10], 难以用常规的反馈线性化与高增益控制的方式提升控制性能。为了避免陷入两难均衡, 微分平坦(differential flatness)技术^[11]提供了一种构造性的解决方案, 以变量变换的方式, 克服原系统非最小相位特性, 实现外部输入下系统状态的完全控制。

本文基于倒立摆系统的非线性模型, 分析了系统的不稳定零动态及非最小相位特性; 利用微分平坦方法设计系统的平坦输出与状态重构, 以克服倒立摆系统的非最小影响, 使得倒立摆的双闭环抗扰控制成为可能; 针对平坦变换后的系统, 设计基于 DR-PID 的双闭环控制器, 实现了对系统的精准控制, 大幅提升了系统的鲁棒性和抗干扰能力。

1 系统模型与特性分析

1.1 系统模型及参数

图 1 所示为一类二自由度旋转倒立摆, 由旋臂、附着在旋臂末端的活动摆杆以及带动旋臂转动的电机 3 部分组成。其中, τ 为电机输出转矩, θ 为旋臂角位移, ϕ 为摆杆角位移, l_0 为旋臂长度, l_1 为摆杆质心到转轴距离, m_0 为旋臂重量, m_1 为摆杆重量, I_0 为旋臂转动惯量, I_1 为摆杆转动惯量, g 为重力加速度。系统具体参数如表 1 所示。

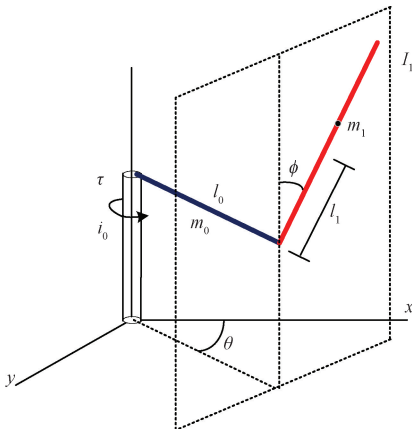


图 1 旋转倒立摆原理

Fig. 1 Schematic diagram of the rotary inverted pendulum

表 1 旋转倒立摆系统参数

Table 1 Parameters of the rotary inverted pendulum

符号	数值	符号	数值
l_0/m	0.156	$I_0/(kg \cdot m^2)$	0.001 5
l_1/m	0.069	$I_1/(kg \cdot m^2)$	0.000 671
m_0/kg	0.191	$g/(m \cdot s^{-2})$	9.81
m_1/kg	0.141		

当电机带动旋臂在水平面内来回转动时, 摆杆由于惯性将会绕转轴在竖直面内来回摆动。通过控制系统输入, 使得旋臂在存在外部扰动的情况下到达期望角度 θ_r , 同时使摆杆始终保持在竖直向上的平衡状态, 即 $\theta = \theta_r, \phi = 0$ 。

1.2 不稳定零动态分析

本文使用文献[3]中的数学模型来讨论旋转倒立摆系统的控制问题。在忽略了空气阻力和各种摩擦力之后, 通过使用欧拉-拉格朗日方法得到系统非线性模型:

$$\begin{cases} (I_0 + m_1(l_0^2 + l_1^2 \sin^2 \phi)) \ddot{\theta} - m_1 l_1 l_0 \ddot{\phi} \cos \phi + \\ 2m_1 l_1^2 \dot{\theta} \dot{\phi} \sin \phi \cos \phi + m_1 l_1 l_0 \dot{\phi}^2 \sin \phi = \tau \\ (I_1 + m_1 l_1^2) \ddot{\phi} - m_1 l_1 l_0 \ddot{\theta} \cos \phi - \\ m_1 l_1^2 \dot{\theta}^2 \sin \phi \cos \phi - m_1 g l_1 \sin \phi = 0 \end{cases} \quad (1)$$

旋转倒立摆只有一个电机转矩 τ 作为输入量, 但是有旋臂角位移 θ 和摆杆角位移 ϕ 作为状态输出量, 即被控输出量的个数大于输入量的个数, 具有典型欠驱动特性。而欠驱动系统的零动态特性影响闭环系统的稳定性^[9-10]。为了分析系统的零动态特性, 采用输入反馈线性化的方式, 简化倒立摆系统模型。

根据倒立摆系统的非线性模型式(1), 得到:

$$\begin{cases} \left(\alpha^2 + \varepsilon^2 + \sin^2 \phi - \frac{\varepsilon^2}{\eta} \right) \ddot{\theta} + \dot{\theta} \dot{\phi} \sin 2\phi + \\ \varepsilon \dot{\phi} 2 \sin \phi - \frac{\varepsilon \beta}{2\eta} \sin 2\phi \left(1 + \frac{1}{\beta} \dot{\theta} 2 \cos \phi \right) = \frac{\tau}{m_1 l_1^2} \\ \eta \ddot{\phi} - \varepsilon \dot{\theta} \cos \phi - \dot{\theta} 2 \sin \phi \cos \phi - \beta \sin \phi = 0 \end{cases} \quad (2)$$

令:

$$\begin{cases} \omega_0(\phi) = \alpha^2 + \varepsilon^2 + \sin^2 \phi - \frac{\varepsilon^2}{\eta} \\ \omega_1(\phi, \dot{\phi}, \dot{\theta}) = \dot{\theta} \dot{\phi} \sin 2\phi + \varepsilon \dot{\phi}^2 \sin \phi - \\ \frac{\varepsilon \beta}{2\eta} \sin 2\phi \left(1 + \frac{1}{\beta} \dot{\theta} 2 \cos \phi \right) \end{cases}$$

设虚拟输入 u_w , 使其满足 $\frac{\tau}{m_1 l_1^2} = \omega_0(\phi) u_w + \omega_1(\phi,$

$\dot{\phi}, \dot{\theta})$ 。

得到一个在新输入 u_w 激励下的系统:

$$\begin{cases} s_1: \ddot{\theta} = u_w \\ s_2: \ddot{\phi} = \theta^2 \sin \phi \cos \phi + \beta \sin \phi + \varepsilon r m u_w \cos \phi \end{cases} \quad (3)$$

由式(3)可知,系统由两部分组成。一部分为 s_1 子系统,在虚拟输入 u_w 下,实现了输入状态线性化,子系统的各状态变量是完全解耦的,这样的 s_1 子系统为系统的外部动态。外部动态可以通过改变控制输入,将其中各个完全解耦的状态变量控制到期望的状态。另一部分子系统 s_2 在 u_w 下无法像 s_1 子系统那样被完全控制,这样的 s_2 子系统为系统的内生动态,其动态特性更依赖于其无关于输出的那部分动态即零动态。内生动态的稳定取决于系统本身的特性,决定了整体系统的稳定性,判断内生动态的稳定性也就成为判断整体系统稳定的关键问题^[12]。通过对系统输出为0的内生动态——零动态进行稳定性分析来说明内生动态的稳定性,从而对整体系统的稳定性进行判断^[13]。

取输出为0,即 $\theta=0$ 。由式(3)得到, $u_w=0, \dot{\theta}=0$ 。那么系统的零动态为:

$$\ddot{\phi} = \beta \sin \phi \quad (4)$$

定理 1^[14] 设 $x=0$ 是非线性系统 $\dot{x}=f(x)$ 的一个平衡点,其中 $f:D \rightarrow R^n$ 是连续可微的,且 D 为原点的一个领域,设 $A_x = \left. \frac{\partial f(x)}{\partial x} \right|_{x=0}$,那么有如下两种情况。

1) 如果 A_x 的所有特征值满足 $Re(\lambda_A) < 0$,则系统在原点是渐近稳定的。

2) 如果 A_x 存在特征值满足 $Re(\lambda_A) > 0$,则系统在原点是不稳定的。

基于定理 1,根据式(4),可得矩阵:

$$A_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \beta & 0 \end{bmatrix}$$

则矩阵 A_x 的特征值 $\lambda_A = \pm \sqrt{\beta}$ 。因此,旋臂系统的零动态是不稳定的。

当非线性系统内存在不稳定零动态时,那么这个系统就是非线性系统意义下的非最小相位系统。当以旋臂角位移 θ 作为系统输出时,旋转倒立摆系统就具有非最小相位特性。

1.3 线性模型下的非最小相位分析

利用泰勒展开,对模型进行线性化处理,可进一步发现系统在平衡点附近的非最小相位特性。设系统状态变量 $x = [\theta \ \dot{\theta} \ \phi \ \dot{\phi}]^T$,系统平衡点 $x_0 = [\theta_0 \ \dot{\theta}_0 \ \phi_0 \ \dot{\phi}_0]^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 。

得到线性化后的旋转倒立摆模型:

$$\begin{cases} (I_0 + m_1 l_0^2) \ddot{\theta} - m_1 l_1 l_0 \ddot{\phi} = \tau \\ (I_1 + m_1 l_1^2) \ddot{\phi} - m_1 l_1 l_0 \ddot{\theta} - m_1 g l_1 \phi = 0 \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{令 } \varepsilon = \frac{l_0}{l_1}, \alpha^2 = \frac{I_0}{m_1 l_1^2}, \beta = \frac{g}{l_1}, \gamma = \frac{1}{m_1 l_1^2}, \eta = \frac{I_1}{m_1 l_1^2} + 1,$$

可得:

$$\begin{cases} (\alpha^2 + \varepsilon^2) \ddot{\theta} - \varepsilon \ddot{\phi} = \gamma \tau \\ \eta \ddot{\phi} - \varepsilon \ddot{\theta} = \beta \phi \end{cases} \quad (6)$$

将式(6)转化为状态空间形式:

$$\dot{x} = Ax + B\tau, \quad (7)$$

其中:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\varepsilon\beta}{(\alpha^2 + \varepsilon^2)\eta - \varepsilon^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{(\alpha^2 + \varepsilon^2)\beta}{(\alpha^2 + \varepsilon^2)\eta - \varepsilon^2} & 0 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\eta\gamma}{(\alpha^2 + \varepsilon^2)\eta - \varepsilon^2} \\ 0 \\ \frac{\varepsilon\gamma}{(\alpha^2 + \varepsilon^2)\eta - \varepsilon^2} \end{bmatrix}$$

将系统参数代入状态空间模型,得到以旋臂角位移 θ 和摆杆角位移 ϕ 作为输出量的系统传递函数 $G_\theta(s)$ 和 $G_\phi(s)$:

$$\begin{cases} G_\theta(s) = \frac{\theta(s)}{\tau(s)} = \frac{311.01(s - 8.432)(s + 8.432)}{s^2(s - 10.44)(s + 10.44)} \\ G_\phi(s) = \frac{\phi(s)}{\tau(s)} = \frac{351.66}{(s - 10.44)(s + 10.44)} \end{cases} \quad (8)$$

显然,旋臂系统 $G_\theta(s)$ 是一个具有右半平面零点的非最小相位系统。

基于以上模型特性分析,在控制系统设计中需要考虑如下要素。

1) 具有不稳定零动态的非最小相位特性表征在系统输出上会造成系统延迟并使初始阶段出现反向超调。常规通过增大控制器增益减小误差的方式,无疑会减小系统原本就很小的稳定裕度,从而导致不稳定。因此控制器需要在对反向超调的快速过渡与保证足够的稳定裕度之间做出权衡。

2) 旋臂角位移 θ 和摆杆角位移 ϕ 的强耦合会导致外部动态 s_1 的控制难度增大,即要精确实现非线性控制输入 u_w 难度很大。

3) 倒立摆系统存在不稳定特性,同时系统可能存在高频驱动/反馈噪声、外部扰动等不确定因素,这些都对控制系统可用带宽有较大限制。

综上,如何设计高性能控制器,克服不稳定零动态带来的非最小相位特性的同时,使得系统在各种不确定性下旋臂角位移 θ 能快速、稳定地跟踪期望位置 θ ,并保持摆杆在平衡位置,是本文需要解决的问题。

2 微分平坦系统设计

微分平坦的概念起初作为一个微分代数的概念由 Martin 提出,之后 Fliess 等^[15]进行了深入研究。给出了一种结构形式的存在性,即平坦输出的存在性,这种结构形式包含了非线性系统的动力学特性。如果可以找到一组系统输出,使得所有的状态变量和输入变量都可由这组输出及其有限阶导数来表示,那么这个系统就是微分平坦系统^[11]。

定义 1^[11] 形如系统:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (9)$$

如果可以找到一组输出:

$$y_F = F(x, u, \dot{u}, \dots, u^{(i)}) \quad (10)$$

式(10)使得系统的状态变量 x 和输入变量 u 都可以由这组输出 y_F 及其有限阶导数表示,即:

$$\begin{cases} x = \Phi(y_F, \dot{y}_F, \dots, y_F^{(j)}) \\ u = \Theta(y_F, \dot{y}_F, \dots, y_F^{(j)}) \end{cases} \quad (11)$$

则称上述系统是微分平坦系统,而称这组输出 y_F 是平坦输出 (flatness output)。

定理 2^[16] 在线性系统中,只要系统可控则其都是平坦的,可控线性系统的微分平坦输出为 $y_F = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1]K^{-1}x$, 其中 K 为线性系统的卡尔曼矩阵^[17]。

由定理 2 判断旋转倒立摆模型(式(7))能控性。系统的能控性卡尔曼矩阵为 $K = [B \ AB \ A^2B \ A^3B]$, 由于 $Rank(K) = 4$, 系统可控。由定理 2, 有 $y_F = [0 \ 0 \ 0 \ 1][B \ AB \ A^2B \ A^3B]^{-1}x$, 简化后,微分平坦输出选为:

$$F = [-\varepsilon \ 0 \ \eta \ 0]x \quad (12)$$

根据(7)可得角度输出与平坦输出间的关系:

$$\begin{bmatrix} F \\ \ddot{F} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\varepsilon & \eta \\ 0 & \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \phi \end{bmatrix} \quad (13)$$

经过数学推导有:

$$\begin{bmatrix} x \\ \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/\varepsilon & 0 & \eta/\varepsilon\beta & 0 & 0 \\ 0 & -1/\varepsilon & 0 & \eta/\varepsilon\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1/\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/\beta & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\alpha^2 + \varepsilon^2}{-\varepsilon\gamma} & 0 & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F \\ \dot{F} \\ \ddot{F} \\ F^{(3)} \\ F^{(4)} \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中, $H = \frac{(\alpha^2 + \varepsilon^2)\eta - \varepsilon^2\gamma}{\varepsilon\beta\gamma}$ 。式(14)表明,上述

平坦输出满足微分平坦定义。同时,式(14)也实现了系统的状态重构,即采用 F 及其各阶导数描述系统动态过程。进一步可得旋转倒立摆的微分平坦输入输出方程:

$$F^{(4)} = \frac{\varepsilon\beta\gamma}{(\alpha^2 + \varepsilon^2)\eta - \varepsilon^2\gamma}\tau + \frac{(\alpha^2 + \varepsilon^2)\beta}{(\alpha^2 + \varepsilon^2)\eta - \varepsilon^2\gamma}\ddot{F} \quad (15)$$

在平坦化后,式(13)给出了被控量 θ 和 ϕ 与平坦变量 F 和 \ddot{F} 之间的线性变换。相应地,平坦输出与控制输入之间的传递函数可表示为:

$$G_F(s) = \frac{F(s)}{\tau(s)} = \frac{49\ 997}{s^2(s - 10.44)(s + 10.44)} \quad (16)$$

$$G_{Fdd}(s) = \frac{F(s)s^2}{\tau(s)} = \frac{49\ 997}{(s - 10.44)(s + 10.44)} \quad (17)$$

对比式(8)可知, $G_F(s)$ 和 $G_{Fdd}(s)$ 无右半平面零点。由此可见,微分平坦技术以变量变换的方式,克服了原系统的非最小相位特性,进而“消除”了原系统的不稳定零动态,即实现在外部输入下系统状态的完全控制。

3 平坦系统的双闭环抗扰控制

3.1 控制结构

在平坦变换(式(13))下,期望平坦轨迹 F_r 由期望旋臂角度 θ_r 和摆杆角度 ϕ_r 产生,有 $F_r = \eta\phi_r - \varepsilon\theta_r = -\varepsilon\theta_r$ 。相应地,可通过控制 (F, \ddot{F}) 实现对 (θ, ϕ) 的间接调节。为此,构建面向 \ddot{F} 和 F 的双闭环反馈回路,如图 2 所示。

内环以 \ddot{F} (即 $\beta\phi$) 为控制目标。倒立摆是一类不稳定对象,其摆角易受各类干扰、非线性等因素影响。因此,摆角控制回路要求摆杆在平衡点附近有较强的抗干扰能力。式(17)给出了控制输入 τ 与摆角 ϕ 存在二阶动态关系,本文采用 DR-PID 控制器对摆杆角度进行主动抗扰控制。

外环以 F 为控制目标。在内环控制下摆角可很好地保持在平衡位置区域,而外环对 F 控制可实现对 θ 的调节。因此,外环控制回路以跟踪作为主要控制性能,可根据期望动态过程设计平坦输出控制器。

面向平坦系统提出的双闭环控制结构具有两个特点:1)微分平坦设计克服了不稳定零动态,使控制器设计与调节不再受非最小相位约束;2)双环控制结构,具有清晰的调节机理,便于工程应用。

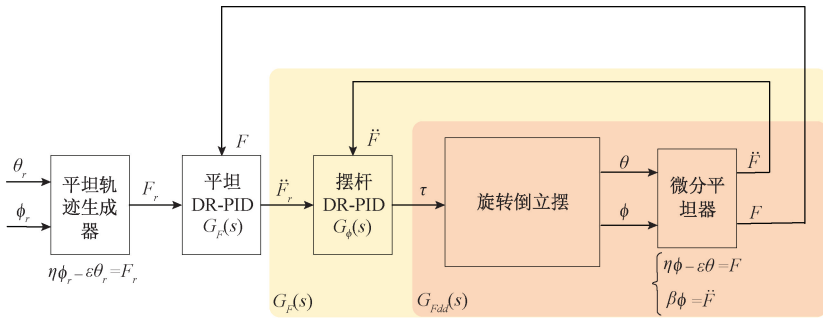


图2 微分平坦系统双闭环 DR-PID 控制结构图

Fig. 2 Double closed-loop DR-PID control structure diagram of the differential flat system

3.2 控制器设计

主动抗扰控制是一类能有效克服未知扰动与模型不确定性的控制方案,非常适用于倒立摆这类对抗扰能力要求高的系统。DR-PID 兼具 PID 结构与主动抗扰特性,结构简单、易于实现。

文献[7-8]给出了 DR-PID 控制器整定公式为:

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{\omega_c}{\alpha + 1} \frac{1}{s} + \frac{\alpha}{(\alpha + 1)\omega_c} s \right) \quad (18)$$

式中: K_p 为控制器增益; ω_c 为期望闭环带宽参数,代表闭环响应速度; α 为系统的相位超前补偿因子,当 $\alpha = 0$ 时,为 PI 控制器;当 $\alpha \neq 0$ 时,为 PID 控制器;当 $\alpha = \infty$ 时,为 PD 控制器。一般可取 $\alpha = 1$ 作为 PID 整定初值^[8]。在调参过程中, ω_c 可认为是闭环控制目标,其取值需要与系统的快慢特性匹配。 K_p 和 α 则是实现闭环目标的调节手段。在主动抗扰机制下,闭环系统逼近理想动态的能力由 PID 增益 K_p 决定。理论上, K_p 越大系统的抗扰能力越强。实际应用中 K_p 受到系统采样步长与噪声的限制。为此,在初始调参过程中 K_p 适当取小,逐步增大 K_p 值以提升回路控制性能。

针对 $G_{Fdd}(s)$, 构建参数为 $(K_{P\phi}, \omega_{c\phi}, \alpha_{\phi})$ 的内环控制器 $C_{\phi}(s)$, 实现 \ddot{F} 的调节。在主动抗扰控制下有:

$$\ddot{F} \approx \frac{\omega_{c\phi}}{s + \omega_{c\phi}} \ddot{F}_r \quad (19)$$

如果 $\omega_{c\phi}$ 取值较大,则内环响应速度快,有 $\ddot{F} \approx \ddot{F}_r$, $G_r(s) \approx 1/s^2$ 。

针对近似的双积分串联对象 $G_r(s)$, 采用参数为 $(K_{PF}, \omega_{cF}, \alpha_F)$ 的 DR-PID 控制器 $C_r(s)$, 对 F 进行调节。为了克服双积分下的相位滞后,将 $\alpha_{\phi F}$ 取大,有 $C_r(s) \approx K_{PF}(\omega_{cF} + s)$ 。所得闭环控制系统为:

$$G_{DF}(s) \approx \frac{K_{PF}(s + \omega_{cF})}{s^2 + K_{PF}(s + \omega_{cF})} \quad (20)$$

考虑系统输出无振荡,“内环快、外环慢”原则, K_{PF} 与 ω_{cF} 的取值要确保内环带宽 $\omega_{c\phi}$ 远大于外环带宽。

4 仿真与比较

4.1 仿真设置

在 MATLAB/Simulink 仿真环境下进行仿真研究,并与 LADRC 的仿真对比,以验证所提方法的有效性。

LADRC 作为一种工程中常见的控制方案,具有高精度和强抗扰控制能力。本文对同样采用微分平坦设计的旋转倒立摆进行 LADRC 控制系统设计,如图 3 所示,具体设计方案可以参考文献[3, 18]。

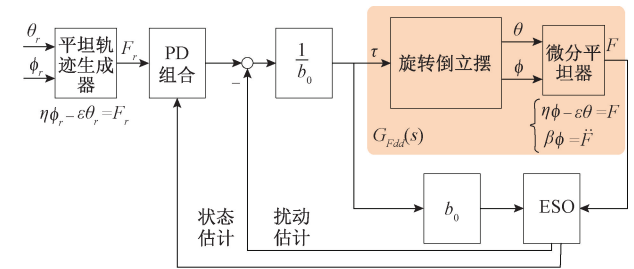


图3 微分平坦系统 LADRC 控制结构

Fig. 3 LADRC control structure diagram of the differential flat system

将旋转倒立摆系统(式(1))作为仿真被控对象,分别使用双闭环 DR-PID 和 LADRC 方案进行控制。Simulink 仿真环境以 0.005 s 为系统采样步长。仿真给定期望信号 $\theta_r = 1$ rad, $\phi_r = 0$ rad。并且,于 $t = 20$ s,施加幅值为 0.1 N·m、持续时间为 0.1 s 的冲激扰动,以模拟旋转倒立摆在运行过程中受到的力矩突变;同时,对旋转倒立摆的旋臂角位移 θ 与摆杆角位移 ϕ 施加一定的白噪声,以模拟实际运行过程中的传感器噪声。本文在仿真过程中设计使用四阶线性跟踪微分器(TD)对给定期望信号进行平滑(TD 的带宽参数为 $\omega_l = 1$)。双闭环 DR-

PID 参数为:

$$\begin{cases} K_{PF} = 16, \omega_{cF} = 4, \alpha_F = \infty \\ K_{P\phi} = 0.4, \omega_{c\phi} = 40, \alpha_\phi = 1 \end{cases} \quad (21)$$

其中, LADRC 的参数为 $\omega_o = 160, \omega_c = 40, b_0 = 50\ 000$ 。

4.2 仿真分析

通过上述仿真设置, 分别得到双闭环 DR-PID 与 LADRC 的控制输出曲线。旋转倒立摆具有不稳定零动态的非最小相位特征, 旋臂角位移在运动的初始阶段都会有一个反向超调^[14,19]。通过微分平坦设计, 两种控制方案在平坦输出 F 上完全克服了非最小相位特性的影响。其效果在倒立摆角度 θ 和 ϕ 的控制上得到了很好地表现。旋转倒立摆系统平坦输出 F 曲线如图 4 所示; 系统控制输入 τ 曲线如图 5 所示; 系统摆杆角位移 ϕ 输出曲线如图 6 所示; 系统旋臂角度 θ 输出曲线如图 7 所示。

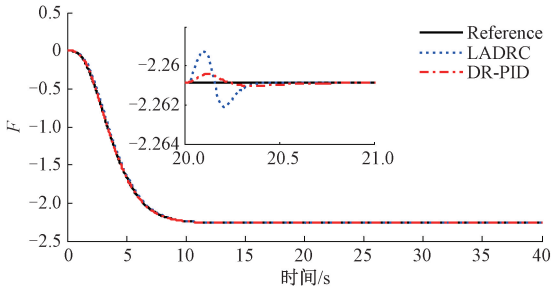


图 4 微分平坦系统输出 F
Fig. 4 Differential flat output F

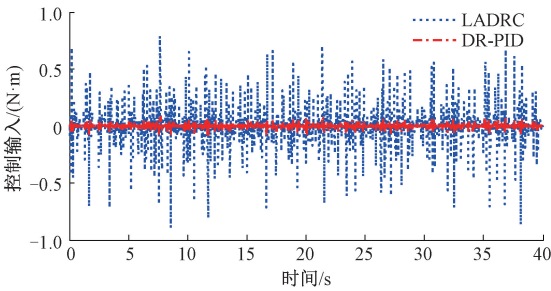


图 5 系统控制输入 τ
Fig. 5 System control input τ

由图 4、5 可知, 基于微分平坦设计的双闭环 DR-PID 与 LADRC 都能实现对于平坦输出 F 的有效控制, 具有较好的跟踪控制效果, 但在抗扰性能上, 两类方法有明显差别。从方案设计上来看, 双闭环 DR-PID 直接利用了内部状态 \ddot{F} 构建反馈通道, 相对于 LADRC 利用 F 估计状态的方式而言, "削减"了不必要的带宽需求, 因而有可能在较小/相同的带宽条件下获得更好的抗扰控制效果。仿真中为了保证 LADRC 的跟踪抗扰性能, ESO 的带宽取值较大, 但同时也引入了噪声影响(图 5)。

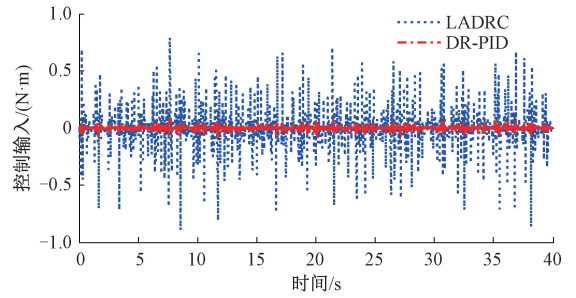


图 6 摆杆角位移 ϕ
Fig. 6 Pendulum angular ϕ

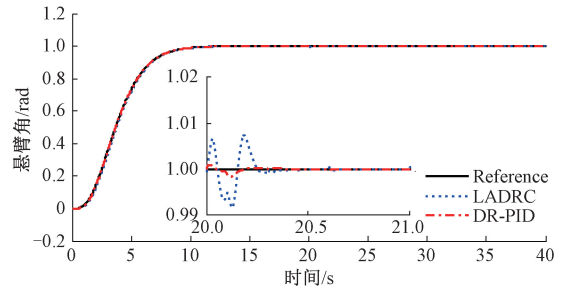


图 7 旋臂角位移 θ
Fig. 7 Horizontal arm angular θ

由图 6、7 可知, 双闭环 DR-PID 与 LADRC 都能很好地实现对角度 θ 和 ϕ 的跟踪控制。在面对冲激扰动时, 由于双闭环 PID 能直接利用 \dot{F} 状态, 以较小的代价快速补偿干扰影响。相应地, 由于内环的干扰被快速消除, 外环的旋臂角位移控制性能也越好。这正是在这类旋转倒立摆控制上, 双闭环 DR-PID 所具备优势。

5 实验验证

为进一步验证所提控制方案的有效性, 本文基于 Sukung 半实物仿真平台, 搭建二自由度旋转倒立摆实验系统, 对所提控制方案进行验证, 平台如图 8 所示, 系统参数与表 1 一致。实物系统的输入为电机电压 u , 与驱动力矩 τ 间存在一定动力学关系, 视为实验系统的一类不确定性。根据实际情况对参数进行调整, 有:

$$\begin{cases} K_{PF} = 5, \omega_{cF} = 10, \alpha_F = 200 \\ K_{P\phi} = 0.055, \omega_{c\phi} = 40, \alpha_\phi = 4 \end{cases} \quad (22)$$

给定期望信号 $\theta_r = 6\ \text{rad}, \phi_r = 0\ \text{rad}$, 期间在 $t = 20\ \text{s}$ 时施加幅值为 $0.05\ \text{rad}$ 、持续时间为 $0.1\ \text{s}$ 的摆杆角冲激扰动。使用四阶线性 TD(带宽参数为 $\omega_r = 1$) 对给定期望信号进行平滑。所得双闭环 DR-PID 控制实验结果如图 9~12 所示, 其中图 9 为平坦输出 F ; 图 10 为驱动电机电压输入 u ; 图 11 为摆杆角位移输出 ϕ ; 图 12 为旋臂角度输出 θ 。

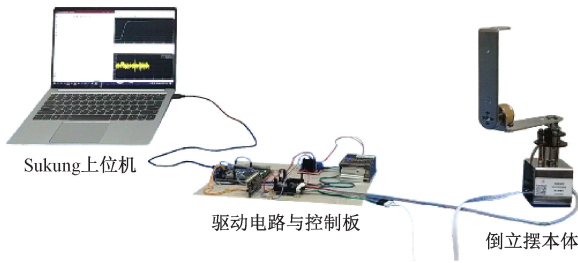


图8 旋转倒立摆实验平台

Fig. 8 Rotary inverted pendulum experimental platform

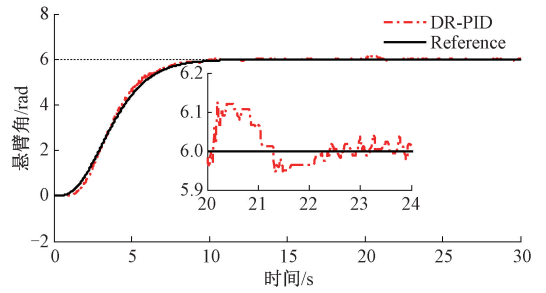


图12 旋臂角位移 θ

Fig. 12 Horizontal arm angular θ

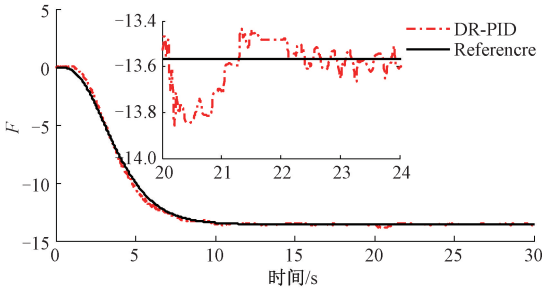


图9 微分平坦系统输出 F

Fig. 9 Differential flat output F

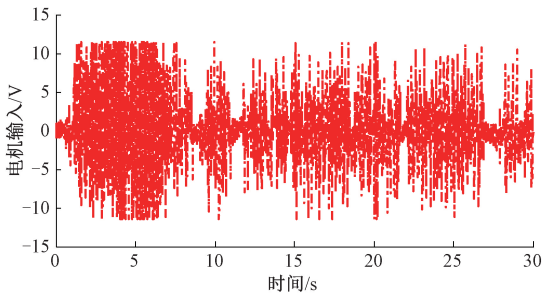


图10 电机电压输入 u

Fig. 10 Motor voltage input u

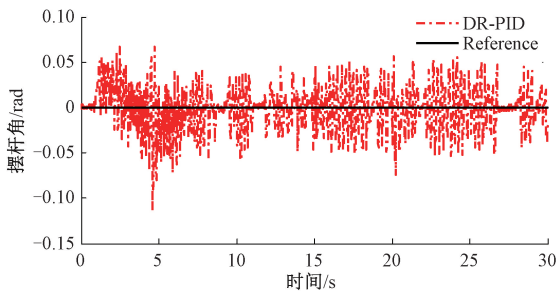


图11 摆杆角位移 ϕ

Fig. 11 Pendulum angular ϕ

在实际条件下,系统受到不确定性与死区非线性影响,摆杆角位移 ϕ 在平衡态时维持小幅抖动以维持驱动力。基于所提控制方案,旋转倒立摆实现了摆杆姿态稳

定控制与旋臂位置跟踪控制。当系统受到冲击扰动时,双闭环 DR-PID 能够迅速对扰动进行补偿,旋臂角发生 0.1 rad 偏移,并在 2 s 内回到设定值。

综上,本文设计基于微分平坦的双闭环 DR-PID 控制方案,弱化了旋转倒立摆系统的非最小相位特性,实现了旋臂角位移 θ 和摆杆角位移 ϕ 的高精度跟踪控制,能使系统具有了非常优异的抗扰性能。

6 结 论

本文针对一类二自由度旋转倒立摆提出一种 DR-PID 双闭环控制方案。通过建立旋转倒立摆的非线性模型,分析了系统的不稳定零动态与非最小相位特性。为克服非最小相位的不利影响,采用微分平坦理论重构平坦输出与系统状态。进一步提出基于微分平坦的 DR-PID 双闭环控制方法,提升倒立摆系统抗扰能力。通过与线性自抗扰控制方法进行仿真比较,并在实物系统上开展实验研究,验证了本文方法的有效性 with 优越性。所提方法对系统存在的非线性、不确定性以及外部干扰具有较强的抗干扰能力,为欠驱动系统提供了一种结构简单、抗扰能力强的控制方案。

参考文献

[1] JIMENEZ A, ACUA-BRAVO W, CANUTO E. Embedded model control for underactuated systems: An application to Furuta pendulum[J]. Control Engineering Practice, 2021, 133: 104854.

[2] ADAMSKI W, PAZDERSKI D, HERMAN P. Robust 3D tracking control of an underactuated autonomous airship[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2020, 5(3):4281-4288.

[3] RAMÍREZ-NERIA M, SIRA-RAMÍREZ H, GARRIDO-MOCTEZUMA R, et al. Linear active disturbance rejection control of underactuated systems: The case of the Furuta pendulum [J]. Isa Transactions, 2014, 53(4):920-928.

- [4] ZABIHIFAR S H, NAVVABI H, YUSHCHENKO A S. Dual adaptive neural network controller for underactuated systems[J]. *Robotica*, 2021, 39(7):1281-1298.
- [5] HAZEM Z B, FOTUHI M J, BINGÜL Z. Development of a fuzzy-LQR and fuzzy-LQG stability control for a double link rotary inverted pendulum[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2020, 357(15):10529-10556.
- [6] 周昆,孙明玮,陈增强. 快速显式预测控制在倒立摆系统中的应用[J]. *仪器仪表学报*, 2014, 35(9):2037-2044.
- ZHOU K, SUN M W, CHEN Z Q. Application of fast explicit predictive control in inverted pendulum system [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2014, 35(9):2037-2044.
- [7] NIE Z Y, ZHU C, WANG Q G, et al. Design, analysis and application of a new disturbance rejection PID for uncertain systems [J]. *ISA Transactions*, 2020, 101:281-294.
- [8] NIE Z Y, LI Z Y, WANG Q G, et al. A unifying Ziegler-Nichols tuning method based on active disturbance rejection [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2021, 5848.
- [9] ISIDORI A. The zero dynamics of a nonlinear system: From the origin to the latest progresses of a long successful story[J]. *European Journal of Control*, 2013, 19(5):369-378.
- [10] SHKOLNIKOV I A, SHTESSEL Y B. Tracking in a class of nonminimum-phase systems with nonlinear internal dynamics via sliding mode control using method of system center[J]. *Automatica*, 2002, 38(5):837-842.
- [11] RIGATOS G G. Nonlinear control and filtering using differential flatness approaches: Applications to electromechanical systems [M]. Berlin: Springer International Publishing, 2015.
- [12] ISIDORI, ALBERTO. Nonlinear control systems [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1985.
- [13] SLOTINE J J E, LI W. Applied nonlinear control [M]. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1991.
- [14] HASSAN K K. Nonlinear systems [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2005.
- [15] FLIESS M, LÉVINE J, MARTIN P, et al. Flatness and defect of non-linear systems: Introductory theory and examples [J]. *International Journal of Control*, 2003, 61(6):1327-1361.
- [16] YUANQING X, FAN P, SHENGFELI L, et al. Lateral path tracking control of autonomous land vehicle based on ADRC and differential flatness[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, 63(5):1-9.
- [17] MARIO R N, HEBERTT S R, RUBÉN G M, ALBERTO L J. Active disturbance rejection control of the inertia wheel pendulum through a tangent linearization approach[J]. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 2021, 36(1):125-134.
- [18] 姚芳,赵晓鹏,吴正斌,等. 一种基于自抗扰控制的电子差速控制策略研究 [J]. *仪器仪表学报*, 2021, 42(3):177-191.
- YAO F, ZHAO X P, WU ZH B, et al. Research on an electronic differential control strategy based on active disturbance rejection control [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2021, 42(3):177-191.
- [19] AGUILAR-AVELAR C, MORENO-VALENZUELA J. A composite controller for trajectory tracking applied to the Furuta pendulum [J]. *ISA Transactions*, 2015, 57:286-294.

作者简介



程前, 2018 年于安徽理工大学获得学士学位, 2021 年于华侨大学获得硕士学位, 现为南京模拟技术研究所工程师, 主要研究方向为运动控制。

E-mail: chengqian0210@outlook.com

Cheng Qian received his B. Sc. degree from Anhui University of Science and Technology in 2018, and M. Sc. degree from National Huaqiao University in 2021. He is currently an engineer at Nanjing Research Institute on Simulation Technique. His main research interest include motion control.



聂卓贇(通信作者), 分别于 2006 年和 2012 年于中南大学获得学士学位和博士学位, 现为华侨大学副教授, 鹤壁产业技术研究院副院长, 主要研究方向为鲁棒控制、系统建模与辨识。

E-mail: yezhuoyun2004@sina.com

Nie Zhuoyun (Corresponding author) received his B. Sc. degree and Ph. D. degree both from Central South University in 2006 and 2012, respectively. He is currently an associate professor at National Huaqiao University and Vice President of Hebi Industrial Technology Research Institute. His main research interests include robust control, system modeling and identification.