DOI: 10. 19650/j. cnki. cjsi. J2108775

基于最优位姿集的机器人标定及不确定度评定*

温秀兰¹,宋爱国²,冯月贵³,唐国寅¹,吕仲艳¹,佘 媛¹ (1.南京工程学院自动化学院 南京 211167; 2.东南大学仪器科学与工程学院 南京 210096; 3.南京市特种设备安全监督检验研究院 南京 210028)

摘 要:为解决因标定位姿点随机选择导致机器人标定结果不稳定、可靠性低问题,研究了基于雅克比矩阵奇异值计算可观测 指标的最优位姿点数目及最优位姿集选择算法,建立了机器人 MDH 模型,采用 LM 算法对几何参数进行辨识,使用 LeicaAT960 激光跟踪仪分别在最优位姿集和随机位姿集下对 Staubli TX60 机器人末端位姿大量实测;在分析研究机器人标定不确定度来 源基础上,采用测量不确定指南(GUM)计算几何参数标定的不确定度及蒙特卡洛模拟法对机器人末端位置不确定度进行评 估,结果表明,经最优位姿集标定后的机器人不仅在测试点精度有大幅提升,而且几何参数及末端位置平均不确定度约为随机 位姿集标定的 0.11 倍,标定结果稳定可靠,泛化能力强,适于在高精度、大范围作业场合推广应用。 关键词:工业机器人;最优位姿集;几何参数标定;不确定度评定

中图分类号: TP242.2 TB92 TH-39 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 410.55

Robot calibration and uncertainty evaluation based on optimal pose set

Wen Xiulan¹, Song Aiguo², Feng Yuegui³, Tang Guoyin¹, Lyu Zhongyan¹, She Yuan¹

(1. Automation Department, Nanjing Institute of Technology, Nanjing 211167, China;
2. School of Instrument Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China;
3. Nanjing Special Equipment Safety Supervision Inspection and Research Institute, Nanjing 210028, China)

Abstract: To solve the problems of unstable and low reliability calibration results due to the random selection of calibrated pose points, the number of optimal pose point and the selection algorithm of optimal pose set based on the singular value of Jacobian matrix to calculate observable indexes are studied. The MDH model is formulated and the Levenberg-Marquardt (LM) algorithm is used to identify geometric parameters. The points of the Staubli TX60 robot end-effector selected based on the optimal and random pose set are measured by the LeicaAT960 laser tracker. On the basis of analyzing and studying the uncertainty contributors of robot calibration, the GUM method is used to calculate the uncertainty of geometric parameter calibration and Monte Carlo simulation method is utilized to evaluate the uncertainty of robot end-effector pose, respectively. Results show that the accuracy of the robot calibrated by the optimal pose set is not only greatly improved at the test points, but also the mean uncertainty of geometric parameters and end-effector is about 0. 11 times of that calibrated by the random pose set. The calibration results are stable and reliable, and the generalization ability is strong, which are suitable for popularization and application in high-precision and large-scale operation situations.

Keywords: industry robot; optimal pose set; geometric parameters calibration; uncertainty evaluation

0 引 言

工业机器人作为工业化和信息化的完美结合,是衡 量一个国家创新能力和产业竞争力的重要标志。我国工 业机器人应用市场中汽车和电子等高端行业外资比例远超 50%,在六轴以上多关节机器人中"四大家族"处于绝对垄断地位。尽管目前我国工业机器人重复定位精度虽然能够达到 0.01~0.1 mm,但其绝对定位精度仍为毫米级,在一定程度上制约了在高端行业的应用^[1-2]。机器人

*基金项目:国家自然科学基金(51675259)、江苏省软科学研究项目(BR2021069)、江苏省研究生创新训练项目(SJCX22_1071)资助

收稿日期:2021-10-28 Received Date: 2021-10-28

误差来源于关节传感器、几何参数及非几何参数误差,其 中几何参数误差占总误差 80% ~90%,直接影响机器人 作业精度,通过对几何参数标定能够提升绝对定位精度, 因此多年来受到国内外学者的重视,并不断有研究成果 报道。

机器人几何参数标定需要通过误差建模、末端位 姿测量、参数辨识及误差补偿多环节来完成。DH (Denavit-Hartenberg) 模型和改进DH模型(modified DH, MDH)^[24]是普遍采用的几何参数模型,近年来基 于指数积模型^[5]和零参考模型^[6]的机器人标定方法也 得到应用。考虑到在同一种误差模型下因所选末端测 量位姿点集不同会导致几何参数辨识结果存在差异, Sun 等^[7]研究了根据实验设计理论中的 A、E、D 最优设 计性能指标确定最优位姿。Joubair 等^[8]通过仿真实验 对五种可观测指标进行了比较。Daney 等^[9]研究将局 部收敛方法与禁忌搜索相结合用于机器人标定测量位 姿点集的优化选择。Klimchik 等^[10] 对拟人机械手刚度 模型标定的测量点集最优选择方法进行仿真实验研 究。Zhou 等^[11]采用 DETMAX 算法选择最优位姿集,实 验结果证实了所洗测量位姿直接影响机器人标定对测 量噪声的鲁棒性。

新一代几何产品技术规范(GPS)是信息时代将几 何产品技术规范与计量认证融为一体的新型国际标 准^[12],标准要求在对零件几何参数测量时不仅要获得 测量结果,而且要评估测量结果的不确定度。标定为 确定量值的测量,由于标定设备、标准、试剂、环境条件 等不完善且可变,每一次标定都存在与测量条件相关 的不确定性^[13],因此在给出标定结果时必须对其精度 进行定量评价,即给出标定结果的不确定度。为此,近 年来对机器人几何参数标定的不确定度评定逐渐受到 学者重视,文献[14-16]采用圆点分析法对机器人几何 参数标定及其不确定度进行评定,即通过利用机器人 单轴运动时所测量的数据进行轨迹拟合,获取各关节 轴线方向向量与旋转中心,进而建立各关节轴线坐标 系,采用几何计算方法辨识机器人的实际几何参数,进 而评估标定的不确定度。

总结现有研究成果,发现目前对机器人几何参数标 定的不确定度评定都是通过控制机器人单轴运动采用圆 点分析法获得几何参数实际值,再进行不确定度评定。 而机器人作业时多个关节同时动作,为提高标定结果鲁 棒性并客观评定几何参数标定及末端位姿不确定度,本 文提出根据可观测指标确定最优位姿点数目和最优位姿 点集,通过误差建模、最优位姿点集测量进行几何参数标 定,并对不确定度来源进行分析计算,验证提出方法的有 效性。

1 机器人几何参数辨识

1.1 几何参数误差建模

采用 MDH 模型建立机器人正运动学模型,其相邻连 杆间的运动学表达式为^[2,4]:

 $A_i = Rot(z_i, \theta_i) \times Trans(z_i, d_i) \times$

Trans (x_i, a_i) × **Rot** (x_i, α_i) × **Rot** (y_i, β_i) (1) 式中: $\theta_i, \alpha_i, a_i, d_i, \beta_i$ 分别表示机器人第 *i* 个关节的关节 角、连杆扭角、连杆长度、连杆偏距及关节扭角的名义值, *i* = 1,2,…, *N*, *N* 为关节数目;**Rot** 和 **Trans** 分别表示旋 转和平移矩阵。

以工业上应用最广的六自由度串联机器人为例,将 基坐标系建立在机器人1轴与2轴的轴线交点上,机器 人末端的名义位姿矩阵 T_w 可表示为:

式中: R_{W} 、 P_{W} 分别为名义姿态旋转矩阵和位置矢量。当 几何参数存在误差时对应末端实际位姿矩阵为 T_{r} ,末端 位姿误差矩阵 ΔT 为:

$$\Delta T = T_r - T_W = \begin{bmatrix} \Delta R & \Delta p \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(3)

式中: $\Delta R = [\Delta n \quad \Delta o \quad \Delta a]$ 为机器人末端的姿态误差; Δp 为末端的位置误差。

建立位姿误差模型[6]:

$$\Delta \boldsymbol{E} = \boldsymbol{H} \Delta \boldsymbol{\eta} \tag{4}$$

式中: $\Delta E = [\Delta n^{T} \Delta o^{T} \Delta a^{T} \Delta p^{T}]^{T}$ 为位姿误差矩阵; $H = [H_{a}^{T} H_{a}^{T} H_{a}^{T}]^{T}$ 为误差模型雅克比矩阵; $\Delta \eta = [\Delta \theta_{i} \Delta \alpha_{i} \Delta a_{i} \Delta d_{i} \Delta \beta_{i}]^{T}$ 为待辨识的机器人 几何参数误差矢量, $i = 1, 2, \dots, N, N = 6$ 。

1.2 几何参数辨识

考虑到误差模型式(4)中冗余参数将导致系数矩阵 出现亏秩使参数辨识的结果产生较大的偏差,影响机器 人标定精度,因此在参数辨识之前先通过奇异值分解法 去除冗余参数,得到雅克比矩阵 **H** 的奇异值 $\sigma_k(k = 1, \dots, L)$,令 $\sigma_1 > \sigma_2 > \dots > \sigma_L, L$ 即为待辨识的几何参 数个数。

采用兼具最速下降法和高斯牛顿法优点的LM (Levenberg-Marquardt)算法对几何参数误差进行辨识,能够较快地找到几何参数最优解,求得几何参数辨识结果:

 $\Delta \boldsymbol{\eta} = [(\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H} + \lambda \boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}]\Delta \boldsymbol{E}$ (5) $\mathrm{J} \Phi_{:} \lambda \ \mathrm{M} \mathbb{R} \mathbb{R} \mathbb{S} \mathfrak{W}_{:} \boldsymbol{I} \ \mathrm{M} \mathbb{P} \mathrm{d} \mathfrak{U} \mathbb{P} \mathbb{P}_{\circ}.$

2.1 可观测指标

几何参数标定的精度和稳定性与所选标定点数目及标定点空间分布有关,为了衡量位姿集的优劣,采用可观测性指标来评判,即根据雅可比矩阵 H 的奇异值判别,当 $H^{T}H$ 满秩时 $\Delta\eta$ 是可观测的。常用的可观测指标有 O_{1} 、 O_{2} 、 O_{3} 、 O_{4} 、 O_{5} ,其计算公式如下^[7]:

$$O_{1} = \frac{\sqrt[L]{\sigma_{1}\sigma_{2}\cdots\sigma_{L}}}{\sqrt{\mu}}, \quad O_{2} = \frac{\sigma_{L}}{\sigma_{1}}, \quad O_{3} = \sigma_{L}$$

$$O_{4} = \frac{\sigma_{L}^{2}}{\sigma_{1}}, \quad O_{5} = \frac{1}{\sigma_{1}} + \frac{1}{\sigma_{2}} + \dots + \frac{1}{\sigma_{L}}$$
(6)

式中: µ 为位姿点数目。

2.2 最优位姿点数确定

几何参数辨识时随着待测位姿点数增多,参数辨识 精度会增加,但是过多的位姿点数不仅会导致检测及计 算的工作量增加,而且有可能会使模型过度拟合。因此, 在位姿点集优化过程中首先要确定合适的最优位姿点数 目,方法如下:从标定位姿集中随机选取μ个位姿点,计 算其可观测指标 *O*;逐渐增加μ值,观察 *O*数值变化情 况,当*O*变化趋于稳定时,对应的位姿点数即为最优位姿 点数目,记为 *m*。

2.3 最优位姿点集选择

在位姿误差模型中因无法包含所有误差源及完全消除测量误差,如果所选标定点集的位姿误差对几何参数 不敏感,那么非几何参数误差就会对末端位置误差起主 要作用,从而降低了几何参数的标定效果^[17]。为了提高 标定精度和标定结果稳定性,使噪声对标定结果的影响 最小,应该选择对模型参数误差敏感的位姿集进行测量, 即使测量点集可观测指标为最大,即为所选最优位姿集。

采用普适性良好的 DETMAX 法选择最优位姿点 集^[11],即通过增加(add)或删除(delete)位姿点使所选位 姿集的 *O* 逐渐增大,直到满足实验要求的精度,其算法流 程如下。

在机器人操作空间中随机生成可选位姿点集 U,
 设定当前最优位姿的可观测指标 O(best)为0,O(best)保
 持近似不变的次数 num=0。

2) 从可选点集 U 中随机选择 m 个位姿点, 作为初始 点集 γ^0 。

3)生成已选点集 γ^{m} ,并将可选点集U中剩余的X个 位姿点作为待选点集 U^{R} ,算法开始运行时, $\gamma^{m} = \gamma^{0}$ 。

4)执行 Add 算法,即从待选点集 U^{R} 中依次取出位 姿点 $\zeta^{j}(j = 1, 2, ..., m)$,计算 max{ $O(\gamma^{m} + \zeta^{j})$ },满足条 件的 ζ^{j} 则记为 ζ^{*} ,已选位姿集 $\gamma^{m+1} = \gamma^{m} + \zeta^{*}$ 。 5)执行 Delete 算法,即从 γ^{m+1} 中依次移除位姿点 $\zeta^{j}(j = 1, 2, \dots, m + 1)$,计算 max { $O(\gamma^{m+1} - \zeta^{j})$ },满足条 件的 ζ^{j} 记为 ζ^{-} ,已选位姿集 $\gamma^{m} = \gamma^{m+1} - \zeta^{-}$ 。

6)比较 ζ⁺和 ζ⁻ 是否相等,若不相等,则转步骤 4),
 否则运行步骤 7);

7)比较当前已选位姿集 γ^{m} 的 $O(\gamma^{m})$ 与当前最优位 姿点集的 O(best) 的大小,若 $O(\gamma^{m}) > O(best)$,则运行 步骤 8),否则转步骤 10)。

8) 将已选点集 γ^m 记为当前 γ_m^{hest} , 其 $O(best) = O(\gamma^m), O(best)$ 保持不变或近似的次数 num 为 0_{\circ}

9)若 num 的值大于等于阈值 a,则随机交换已选点 集 γ^m 与待选点集 U^{R} 之间的c个位姿点,若小于阈值a,则 交换b个位姿点,交换后生成新的 γ^m 和 U^{R} ,转步骤3)。

10) *num* 的值加 1, 若 *num* 的值不等于阈值 *d*, 则跳 转到步骤 9), 否则算法结束。

3 机器人标定的不确定度评定

测量不确定度指南(guide to the uncertainty in measurement, GUM)是国际上公认的不确定度评定方法, GUM 法需要通过一阶泰勒级数进行不确定度传播,当测 量模型呈线性及输出量的概率分布为正态分布时,适合 采用 GUM 法进行不确定度评定。当被测量的数学模型 呈高度非线性或输出量的概率分布明显不对称时,采用 GUM 法评定测量不确定度将导致评定结果不准确,GUM 补充规定^[18]中推荐该种情况下采用蒙特卡洛模拟法 (Monte Carlo simulation, MCS)进行不确定度评定。

3.1 机器人几何参数不确定度评定

几何参数不确定度采用 GUM 法中的 A 类评定方法,即采用统计方法计算:

$$u_{A} = \sqrt{\frac{\sum_{h=1}^{\nu} (b_{h} - \bar{b})^{2}}{\nu - 1}}$$
(7)

式中: *v* 为实验次数, *b_h* 为第*i* 次标定结果, *b* 表示 *b_h*, *h* = 1,2,…,*v* 的平均值。

3.2 末端位置的不确定度评定

考虑到机器人末端位置与其几何参数呈高度非线性,因此采用 MCS 评定其不确定度,评定方法如下:设置 MCS 次数 M,MCS 输入量为去掉了冗余参数的机器人几何参数 η ,输出量为机器人末端位置矢量 P,假定几何参数服从正态分布,由几何参数标定值及其不确定度按照 正态分布产生 M 组几何参数 $\eta_s(s = 1, 2, \dots, M)$,根据 式(2)执行 MCS 得到 M 个末端位置矢量 $P_s(P_{ss}, P_{sy}, P_{ss})$,计算其末端位置 $g_s = \sqrt{P_{ss} + P_{sy} + P_{ss}}$,将 $M \land g_s$ 按严格递增次序排序,根据排序后的模型值得到末端位置

的 PDF 的离散表示 G, 由 G 计算末端位置的估计值 \hat{g}_s 及 \hat{g}_s 的标准不确定度 $u(\hat{g}_s)^{[16,18]}$,得到机器人末端位置 分布。

4 实验与结果

4.1 标定实验系统

搭建的标定系统如图1所示,其中Staubli TX60为待 标定机器人,测量设备采用 Leica AT960 激光跟踪仪, 配 置有 TMAC 探测器及 SA(spatial analyzer)测量软件,能够 同时完成末端位置和姿态测量,其测量精度为 15 μm+6 μm/m。考虑到机器人臂展长度、各关节轴运 动限位影响以及激光跟踪仪测量范围的限制,将机器人 基坐标系作为参考坐标系,以坐标(250,0,200)为工作空 间中心点,在工作空间 900 mm×1 200 mm×800 mm 内随 机生成1000个点作为可选点集 U 即标定点集(图2圆 形点),记为γ。为验证标定结果的稳定性和泛化能力, 在操作空间内随机均匀生成 50 个测试点(图 2 方形点), 记为 $\gamma_{...}$ 在 Staubli TX60 机器人的运动控制程序中,机 器人最大运动速度为 250 mm/s,为保证机器人平稳运 行,将上位机程序中的运动速度设置为25%,即 62.5 mm/s。将到达各个位姿点时的等待时间设置为 4 s,并在 Spatial Analyzer 软件中选择测量方式为 6D 独 立测量,以便激光跟踪仪能够测量机器人平稳状态下的 位姿坐标,测量过程符合 ISO 9283 即 GB/T 12642-2013 工业机器人性能规范及其试验方法标准[19],据此测量标 定点集 γ_{1} 和测试点集 γ_{1} ,用于位姿点集优化研究。



图 1 标定实验系统 Fig. 1 Calibration experimental system

4.2 可观测指标的确定

对 Staubli TX6 机器人的雅克比矩阵 H 进行奇异值 分解去除冗余参数后剩余 24 个几何参数,式(4)中,每个 位姿点的雅克比矩阵有 12 个分量,因此所选标定位姿点 数应满足 $\mu \ge 24/12$,即在1000个标定点中先均匀随机



图 2 机器人末端位姿点空间分布

Fig. 2 Pose points spatial distribution of the robot end-effector

选取 2 个位姿点,计算该位姿集的可观测指标 $O_l(l=1,2,...,5)$ 。为减小选点的随机性,该步骤重复 50次,取平均值作为该位姿点数下的 O_l 值。逐渐增大位 姿点数 μ ,观察在不同位姿点数下 O_l 值的变化如图 3 和4 所示。由图 3、4 可见,当可观测指标 O_1 和 O_2 的位姿点 数分别达到 61 和 29 时趋于稳定,而 O_3 、 O_4 和 O_5 未能随 着位姿点数增加趋于稳定。由此可见,对 Staubli TX60 机器人标定时可以选择 O_1 和 O_2 作为可观测指标,其最 优位姿点数 m 分别为 61 和 29;实验时参数a、b、c和d依据经验分别取 40、2、1 和 80 时算法的运行效率高。



Fig. 3 O_1 , O_3 , O_5 trend graph

4.3 实验数据与标定结果

1) 几何参数标定结果

依据上述 O_1 和 O_2 作为可观测指标确定的最优位姿 点数,采用 DETMAX 法从可选点集 U 中分别选出 61 和 29 个最优点集 $\gamma_{61}^{\text{best}}$ 和 $\gamma_{22}^{\text{best}}$,使用激光跟踪仪对 $\gamma_{61}^{\text{best}}$ 和 $\gamma_{22}^{\text{best}}$ 进行测量,采用 LM 算法进行几何参数辨识,计算标 定点集标定前后的平均绝对位置误差 e'_c 和 e_c 、测试点集 测试前后的平均绝对位置误差 e'_i 和 e_i 如图 5、6 所示。为 了便于比较,分别从可选点集 U 中随机均匀选择由 61 和



29 个位姿点组成的 100 组随机点集 γ'_{61} 和 γ'_{29} 对几何参数进行标定,计算 e'_{c} 和 e_{c} 、 e'_{i} 和 e_{i} 及 O_{1} 和 O_{2} (图 5、6)。 其中点集 1 为 $\gamma^{\text{best}}_{61}$ 和 $\gamma^{\text{best}}_{29}$,点集 2-101 为 100 组 γ'_{61} 和 γ'_{29} ; 标定点及测试点的平均绝对位置误差如表 1 和 2 所示。



图 5 01 值及平均绝对位置误差

Fig. 5 O_1 value and average absolute position error



图 6 02 值及平均绝对位置误差

Fig. 6 O2 value and average absolute position error

由表 1、2 及图 5、6 可知,采用最优位姿集 $\gamma_{61}^{\text{hest}}$ 和 $\gamma_{29}^{\text{hest}}$ 及随机位姿集 γ_{61}' 和 γ_{29}' 标定后的机器人在标定点定位精 度较标定前均有大幅提升;尽管采用最优位姿集 $\gamma_{61}^{\text{hest}}$

表1 标定点集的平均绝对位置误差

Table 1 Average absolute position error of

calibration point set		mm
	1	

标定点集	标定而 eave	标定后 eave
$\gamma_{61}^{ m best}$	0. 545	0.086
γ_{61}^r	0. 593	0.069
$\gamma_{29}^{ m best}$	0. 377	0.057
γ_{29}^r	0. 587	0.064

表 2 测试点集的平均绝对位置误差

Table 2 Average absolute position error of test point set

		11111
测试点集	测试前 eave	测试后 e_{ave}
$\gamma_{61}^{ m best}$	0. 459	0.097
γ_{61}^r	0. 459	0. 127
$\gamma_{29}^{ m best}$	0. 459	0.098
γ_{29}^r	0. 459	0. 132

和 $\gamma_{29}^{\text{hest}}$ 与随机位姿集相比在标定点的精度提升优势不明 显,但是在测试点精度提升明显优于随机位姿集标定的 结果,分别提升约24%和26%,证实了采用最优位姿集标 定的机器人标定结果稳定性好,泛化能力强。尽管采用 最优位姿集 $\gamma_{61}^{\text{hest}}$ 和 $\gamma_{29}^{\text{hest}}$ 精度提升接近,但考虑到采用最 优位姿集 $\gamma_{29}^{\text{hest}}$ 标定时间短、效率高,因此在进行机器人几 何参数标定时推荐采用 O_2 ,并对其标定的不确定度进行 评定。

2) 几何参数标定的不确定度

采用最优位姿集 $\gamma_{29}^{\text{best}}$ 对几何参数标定时因标定点数 目和空间位姿已确定,则影响标定结果不确定度的主要 因素为测量重复性引起的不确定度 u_r^{best} 和测量环境误差 引起的不确定度 u_e^{best} ,两者彼此独立,则其几何参数不确 定度 u^{best} 为:

$$u^{\text{best}} = \sqrt{(u_r^{\text{best}})^2 + (u_c^{\text{best}})^2}$$
(8)

对最优位姿集 $\gamma_{29}^{\text{best}}$ 重复测量 10 次,分别进行几何参数误差辨识,得到各几何参数的 u_r^{best} 如表 3 所示。考虑到 Leica AT960 上安装有温度、湿度及压力传感器,能够对实验环境变化进行实时补偿,因此,测量环境误差引起的不确定度 u_c^{best} 可以忽略,即采用最优位姿集标定各几何参数的不确定度 $u_c^{\text{best}} = u_c^{\text{best}}$ 。

为了对采用最优位姿集和随机位姿集标定的机器人 的精度与稳定性进行比较,对采用随机位姿集标定的几 何参数的不确定度因素进行实验研究,分析其主要因素 有重复性、位姿点数目、位姿点在空间位置分布及由环境 引起的不确定度。实验时,首先在机器人操作空间内

表 3 几何参数标定不确定度 Table 3 Calibration uncertainty of geometric parameters

几何参数	名义值	$u_r^{ m best}$	u_r^{rand}	u_p^{rand}	u_w^{rand}	$u^{ m best}$	u^{rand}	$u^{\text{best}}/u^{\text{rand}}$
$\theta_1/(\circ)$	0.00	0.0004	0.001 4	0.001 0	0.003 2	0.000 4	0.003 6	0.11
$\theta_2/(\circ)$	-90.00	0.000 1	0.000 1	0.000 5	0.0007	0.0001	0.000 9	0.11
$\theta_3/(\circ)$	+90.00	0.001 5	0.006 9	0.005 8	0.009 8	0.001 5	0.013 3	0.11
$\theta_4/({}^\circ)$	0.00	0.000 9	0.000 9	0.002 1	0.004 3	0.000 9	0.004 9	0.18
$\theta_5/(\circ)$	0.00	0.000 2	0.001 9	0.002 6	0.005 9	0.000 2	0.0067	0.03
$\theta_6/(\circ)$	0.00	0.000 5	0.003 1	0.004 9	0.005 0	0.000 5	0.0077	0.06
d_1/mm	0.00	0.0027	0.0117	0.014 0	0.012 3	0.0027	0.022 0	0.12
d_3 /mm	20.00	0.005 0	0.022 3	0.042 5	0.0304	0.005 0	0.056 8	0.09
d_4/mm	310.00	0.000 9	0.005 5	0.009 1	0.011 1	0.000 9	0.015 4	0.06
d_5/mm	0.00	0.0004	0.002 2	0.004 2	0.007 3	0.000 4	0.008 7	0.05
d_6/mm	70.00	0.000 5	0.001 9	0.006 6	0.003 9	0.000 5	0.007 9	0.06
a_1/mm	0.00	0.0007	0.002 7	0.003 3	0.007 9	0.0007	0.009 0	0.08
a_2/mm	290.00	0.000 6	0.003 0	0.009 9	0.009 5	0.000 6	0.014 0	0.04
a_3/mm	0.00	0.007 8	0.035 0	0.031 5	0.054 3	0.007 8	0.0719	0.11
a_4/mm	0.00	0.000 3	0.001 1	0.002 4	0.004 5	0.000 3	0.005 2	0.06
a_5/mm	0.00	0.000 6	0.002 9	0.003 2	0.006 0	0.000 6	0.007 4	0.08
a_6/mm	0.00	0.001 8	0.006 2	0.011 9	0.006 5	0.001 8	0.014 9	0.12
$\alpha_1/(\circ)$	-90.00	0.000 6	0.000 9	0.000 9	0.001 3	0.000 6	0.001 8	0.33
$\alpha_2/(\circ)$	0.00	0.000 4	0.000 4	0.000 6	0.000 8	0.000 4	0.001 1	0.36
<i>α</i> ₃ /(°)	+90.00	0.001 0	0.002 4	0.009 6	0.005 3	0.001 0	0.011 2	0.09
α ₄ /(°)	-90.00	0.001 5	0.005 0	0.005 7	0.007 9	0.001 5	0.010 9	0.14
$\alpha_5/(\circ)$	+90.00	0.0007	0.001 4	0.003 9	0.005 7	0.0007	0.007 0	0.10
$\alpha_6/(\circ)$	0.00	0.000 9	0.002 6	0.007 8	0.003 3	0.000 9	0.008 9	0.10
$\beta_2/(\circ)$	0.00	0.000 3	0.000 8	0.001 0	0.002 1	0.000 3	0.003 6	0.08
平均值								0.11

随机均匀选取 50 个位姿点重复测量 10 次,计算由重复 性引起的不确定度 u^{rand};再在操作空间内随机均匀选取 30、50、70、90、110、130、150 个位姿点,分别进行测量、辨 识,计算由位姿点数不同引起的不确定度 u^{rand};最后将操 作空间划分出 4 个不同区域,在各个区域内随机均匀选 取 50 个位姿点,经测量及参数辨识计算由空间位姿点分 布不同引起的不确定度 u^{rand},由环境引起几何参数不确 定度为 u^{rand} 可以忽略。上述不确定度彼此独立,则采用 随机位姿集标定的几何参数不确定度 u^{rand} 为:

$$u^{\text{rand}} = \sqrt{(u_r^{\text{rand}})^2 + (u_c^{\text{rand}})^2 + (u_p^{\text{rand}})^2 + (u_w^{\text{rand}})^2}$$
(9)

比较表 3 中 u^{best} 和 u^{rand} 可知,采用最优位姿集标定的几何参数平均不确定度约为采用随机位姿集标定的 0.11 倍。

3)末端位置的不确定度评定

采用 MCS 评定由几何参数标定的不确定度对末端 位置的影响, MCS 模拟次数 *M* 取值为 10 000, 为了便于 比较采用经最优位姿集和随机位姿集标定的机器人对末 端位置不确定度的影响程度, 机器人几何参数均取其名 义值, 假设各参数服从正态分布, 标准差取值为表 3 中不 确定度值, 观察机器人零位状态, 即 6 个关节角输入值均 为 0, 经 MCS 模拟得到两种位姿集标定后的机器人在零 位时末端位置不确定度分别为 0.003 4 和 0.031 mm, 末 端位置分布如图 7 所示, 由图 7 可见, 采用最优位姿集标 定后的机器人在零位时其末端位置在 *x*、*y* 和 *z* 方向的分 布范 围 分 别 为 [-0.050 8, 0.043 7], [19.959 2, 20.042 2] 和[669.988 9,670.011 4], 明显小于采用随机 位姿集标定后机器人在零位时的末端位置分布范围 [-0.4031,0.4985], [19.618 7, 20.362 6] 和 [669.8842,670.1196]。为了进一步比较采用最优位姿 集标定和采用随机位姿集标定后的机器人对末端定位精 度影响,对图 2 中测试点集 γ_i 也进行 MCS 实验研究,实验 次数 *M* 取 10 000,机器人几何参数均取其名义值,关节角 输入值为 50 个测试点对应的关节角,标准差取值为表 3 中 不确定数值,假定各参数服从正态分布,经 MCS 运算得到 机器人末端在50个测试点位置的不确定度如图8所示,其 不确定度平均值分别为0.0069和0.0649mm,即采用最 优位姿集标定后的机器人末端位置不确定度约为采用随 机位姿集标定后的0.106倍,进一步证实了提出方法能够 提高机器人末端位置精度和稳定性。







5 结 论

考虑到现有方法对机器人标定多是在机器人工作空 间内随机均匀选择标定点,导致标定结果不稳定、鲁棒性 差,本文提出了基于雅克比矩阵奇异值计算可观测指标 的最优位姿集选择算法及其机器人几何参数与末端位姿 不确定度评定方法,通过选择多种不同位姿点对机器人 进行大量实验,结果表明,与采用随机位姿集标定结果相 比,采用最优位姿集标定的机器人不仅在测试点定位精 度大幅提升,泛化能力强,而且机器人几何参数及末端位 置不确定度约为随机位姿集标定的 0.11 倍,标定结果稳 定可靠,非常适合于对机器人有高精度、大范围作业场合 推广应用。

参考文献

 [1] 张春涛,王勇.工业机器人六维力传感器在线标定方法研究[J].电子测量与仪器学报,2021,35(6): 161-168.

> ZHANG CH T, WANG Y. On-line calibration method of six-axis force sensor of industrial robot [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2021, 35(6):161-168.

[2] 温秀兰,康传帅,宋爱国,等. 基于全位姿测量优化的 机器人精度研究 [J]. 仪器仪表学报, 2019,40(7): 81-89.

WEN X L, KANG CH SH, SONG AI G, et al. Study on robot accuracy based on full pose measurement and optimization [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019,40(7):81-89.

- [3] CHEN G, LI T, CHU M, et al. Review on kinematics calibration technology of serial robots [J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacture, 2014, 15(8): 1759-1774.
- [4] KONG L Y, CHEN G L, ZHANG Z. Kinematic calibration and investigation of the influence of universal joint errors on accuracy improvement for a 3-DOF parallel manipulator [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2018, 49: 388-397.
- [5] XIONG G, DING Y, ZHU L M, et al. A product-ofexponential-based robot calibration method with optimal measurement configurations [J]. International Journal of

Advanced Robotic Systems, 2017, 14(6): 17-29.

 [6] 赵艺兵,温秀兰,康传帅,等.零参考模型用于工业 机器人定位精度提升研究[J].仪器仪表学报,2020, 41(5):76-84.

> ZHAO Y B, WEN X L, KANG CH SH, et al. Research on improvement of industry robot position accuracy based on ZRM[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(5): 76-84.

- [7] SUN Y, HOLLERBACH J M. Observability index selection for robot calibration [C]. IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2008: 831-836.
- [8] JOUBAIR A, BONEV I A. Comparison of the efficiency of five observability indices for robot calibration [J]. Mechanism and Machine Theory, 2013, 70: 254-265.
- [9] DANEY D, PAPEGAY Y, MADELINE B. Choosing measurement poses for robot calibration with the local convergence method and tabu search [J]. International Journal of Robotics Research, 2005, 24(6): 501-518.
- [10] KLIMCHIK A, WU Y, PASHKEVICH A, et al. Optimal selection of measurement configurations for stiffness model calibration of anthropomorphic manipulators [J]. Applied Mechanics and Materials, 2012, 162: 161-170.
- [11] ZHOU J, NGUYEN H N, KANG H J. Selecting optimal measurement poses for kinematic calibration of industrial robots [J]. Advances in Mechanical Engineering, 2014(6): 197-223.
- [12] Joint Committee for Guides in Metrology. Evaluation of measurement data —Guide to the expression of uncertainty in measurement; JCGM 100-2008 [S]. JCGM Member Organizations, First Edition, 2008.
- [13] American Association for Laboratory Accreditation, Guide for estimation of measurement uncertainty in testing: G104
 [S]. A2LA, 2014.
- [14] JORGE S, MANUEL G. Uncertainty estimation in robot kinematic calibration [J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2013, 29(2): 370-384.
- [15] 李睿,曲兴华.工业机器人运动学参数标定误差不确定 度研究[J]. 仪器仪表学报, 2014, 35(10): 2192-2199.
 LI R, QU X H. Study on calibration uncertainty of industrial robot kinematic parameters [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014, 35 (10): 2193-2199.
- [16] WEN X L, HE S, QIAO G F, et al. Uncertainty estimation of robot geometric parameters and end-effecter position based on new generation GPS[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2019: 1-11.
- [17] KLIMCHIK A, CARO S, PASHKEVICH A. Optimal

pose selection for calibration of planar anthropomorphic manipulators [J]. Precision Engineering, 2015, 40: 214-229.

- BIPM. JCGM 101, Evaluation of Measurement Data—
 Supplement 1 to the "Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement "—Propagation of Distributions Using a Monte Carlo Method [S]. Sevres: Joint Committee for Guides in Metrology, 2008.
- [19] 全国自动化系统与集成标准化技术委员会.工业机器 人性能规范及其试验方法:GB/T 12642—2013[S]. 北京:中国标准出版社,2014.

National Technical Committee on Automation Systems and Integration of Standardization Administration. Specification for performance of industrial robots and test methods: GB/T 12642—2013 [S]. Beijing: Standards Press of China, 2014.

作者简介



温秀兰(通信作者),1988年于华东工 学院(现南京理工大学)获得学士学位, 1991年于中北大学获得硕士学位,2004年 于东南大学获得博士学位,现为南京工程学 院教授、硕士生导师,主要研究方向为精密 计量、机器人控制与标定技术、智能计算及

其应用。

E-mail: zdhxwxl@njit.edu.cn

Wen Xiulan (Corresponding author) received her B. Sc. degree from Nanjing University of Science and Technology in 1988, M. Sc. degree from North University of China in 1991, and Ph. D. degree from Southeast University in 2004. She is currently a professor and a M. Sc. advisor at Nanjing Institute of Technology. Her main research interests include precision metrology, robot control and calibration technology, intelligent computation and its application.



宋爱国,1990年于南京航空航天大学获 学士学位,1993年于南京航空航天大学获硕 士学位,1996年于东南大学获博士学位,现 为东南大学教授、博士生导师,主要研究方 向为机器人传感与遥操作机器人技术、信号 处理及仿生智能计算等。

E-mail: a.g. song@ seu.edu.cn

Song Aiguo received his B. Sc. degree and M. Sc. degree both from Nanjing University of Aeronautics and Astronautics in 1990 and 1993, and Ph. D. degree from Southeast University in 1996. He is currently a professor and a Ph. D. advisor at Southeast University. His main research interests include robot sensing and teleoperation robot technology, signal processing and bionic intelligent computing, etc.