DOI: 10. 19650/j. cnki. cjsi. J2210131

基于几何代数 SURF 的三维医学图像配准研究*

程天字¹,顾菊平^{1,2},华 亮²,赵凤申²,周伯俊² (1.南京理工大学自动化学院 南京 210094; 2.南通大学电气工程学院 南通 226019)

摘 要:三维医学图像可辅助医生的临床诊疗,不同模态三维图像通过配准后,可为医生提供更全面的病患信息,而传统三维多 模态医学图像配准的精度不高、耗时较长且易受干扰。首先搭建Hessian 四维尺度空间,将加速稳健特征(SURF)框架拓展至三 维,然后基于几何代数构造了梯度角度不变性的三维特征点描述子,以丰富特征点信息;再设计快速空间寻优算法,不仅可保证 配准精度,且提高配准稳定性;最后,采用数据一致性较好的 RIRE 公开数据集和合作附属医院提供的个性化临床实例数据开 展实验。实验评估中,以手动配准作为金标准,公开库和临床实例图像的配准均值误差都不超过 3 mm,配准相似性超过 99.1%;抗扰实验中混入高斯噪声,均值误差仍不超过 3.5 mm,相似性超过 98.9%。实验结果表明,基于几何代数 SURF 的三维 配准方法的精度更高且稳定性更强,可为临床适用提供理论基础与诊疗预案。

关键词: 医学图像配准;SURF 算法;几何代数;特征描述子;快速空间寻优

中图分类号: TP391.41 TH783 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 510.40

Research on 3D medical image registration based on geometric algebra SURF

Cheng Tianyu¹, Gu Juping^{1,2}, Hua Liang², Zhao Fengshen², Zhou Bojun²

(1. School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China;
2. School of Electrical Engineering, Nantong University, Nantong 226019, China)

Abstract: Three dimensional medical images can help doctors in diagnosis and treatment, and the registered medical images of different modalities can provide more comprehensive information about the patient for doctors. However, the traditional 3D multimodal medical image registration is less precise, time-consuming and susceptible to interference. This article first establishes the Hessian four-dimensional scale space, and extends the SURF framework to 3D. Then, a 3D feature point descriptor with gradient angle invariance is constructed based on geometric algebra to enrich feature point information. Meanwhile, a fast spatial optimization algorithm is designed, which can not only ensure the registration accuracy, but also improve the registration stability. Finally, the experiments are carried out using the RIRE public data set with good data consistency and the personalized clinical instance data provided by the cooperative affiliated hospitals. In the experimental evaluation, with manual registration as the gold standard, the average registration error of the public library and clinical example images does not exceed 3 mm, and the registration similarity exceeds 99. 1%. Gaussian noise is mixed in the anti-interference experiment, the mean error still does not exceed 3.5 mm, and the similarity exceeds 98.9%. Experimental results show that the 3D registration method based on geometric algebra SURF has higher accuracy and stability, which can provide theoretical basis and treatment plan for clinical application.

Keywords: medical image registration; SURF algorithm; geometric algebra; feature descriptor; fast space optimization

0 引 言

三维医学图像是以有序切片图形式呈现生物组织立

体信息的三维数据。在临床上,三维医学图像依据不同 的成像机理,可分为解剖图像和功能图像。解剖图像能 够提供丰富的解剖形态信息,包括数字减影血管造影、电 子计算机断层扫描(computed tomography, CT)等模态;

收稿日期:2022-07-14 Received Date: 2022-07-14

*基金项目:国家自然科学基金面上项目(61973178)、国家自然科学基金智能电网联合基金重点支持项目(U2066203)资助

功能图像的血管、软组织成像效果较好,包括正电子发 射型计算机断层显像、功能性磁共振成像(functional magnetic resonance, FMR)等模态^[1]。不同模态的医学 图像各具优势,医学图像配准技术可将多模态的医学 图像匹配叠加,融合图像互补信息。不同模态的医学 图像配准融合后,可为医生提供患者更全面的病理信 息,辅助诊疗各种疾病尤其是恶性肿瘤的辨认与准确 判别,从而为病患制定适官安全的个性化诊疗方案。 多模态三维医学图像中包含丰富、立体、全面的病患信 息,但相应的三维医学图像的多模态配准也因形态异 构和超大运算体量,存在配准时耗长和误差大等难题, 与临床诊疗要求的高效精确还存在一定的差距。较大 的配准误差存在诊疗延误、无法精确预诊、乃至误诊、 危害生命等风险^[2]。因此,研究高精度、高效率且稳定 性强的三维医学图像多模态配准技术是国内外学者长 期关注的热点。

针对三维医学图像的多模态配准,通常有基于灰度 和特征的两类方法^[3]。基于灰度的配准是以单个或多个 相似性测度为基准,寻找配准图像间的最优空间变换,主 要包括互相关、相对熵法和灰度差异等^[4]方法,该方法针 对单模态或相近模态图像的配准效果较好,但处理体素 差异较大的多模态图像时,由于相关性降低会导致配准 精度下降。基于特征的配准是利用待配准图像间的特征 一致性实现配准,包括基于几何特征和特征点等^[5]方法, 该方法在选择特征量时更具有针对性,因而也更适合处 理多模态图像。Besl 等^[6] 最早提出的基于纯粹几何特征 的最邻近迭代算法(iterative closest point, ICP),极大提 升了配准速度。文献[7]提出了 ICP 改进算法并应用在 医学图像上,提高了算法稳定性。然而,基于几何特征的 配准方法在虽速度上具有显著优势,但该类方法通常需 要先进行边缘分割、提取等预处理,预处理产生的误差将 在配准过程产生迭加误差或循环误差,使配准精度在达 到一定配准精度后难以再提高。

预处理造成的叠加误差是图像配准中的经典问题,目前在三维配准中尚缺乏较好的解决方案。 Lowe^[8]针对二维图像配准提出了基于特征点配准的尺度不变特征变换(scale-invariant feature transform, SIFT) 算法。SIFT 算法是通过构造多尺度空间提取特征极值 点进行图像匹配,不需要提前对图像进行分割提取等 操作,避免了图像预处理时存在的叠加迭加误差或循 环误差,使配准精度进一步提高成为可能。在此基础 上,Bay 等^[9]提出了加速稳健特征提取(speeded up robust features, SURF),SURF 算法继承了 SIFT 算法的 旋转、尺度和明暗等不变性优势,并运算速度上要优于 SIFT 算法 3 倍以上,更适用于运算量大,运算速度要求 高的图像配准。

为了继承 SURF 算法快速高效配准的优势, 部分学 者尝试将 SURF 算法拓展到三维图像配准中使用。传 统 SURF 描述子仅包含二维信息,缺少三维空间特征, 无法直接用于三维配准,在此背景下,几何代数^[10] (geometric algebra, GA)被引入与 SURF 算法相结合进 行三维医学图像配准。GA 是以代数运算形式表达的 高维几何计算框架,以多重矢量表达复杂几何对象,在 三维空间特征表达和运算方面具有优势[11]。文献 [12] 基于 SURF 框架, 提出了几何代数空间下的外观 和运动变化模型描述子,用于时空域特征检测,并在人 体行为的视频图像中有效应用;文献[13]利用传统 SURF 计算描述子,并构建几何代数的特征球,实现了 三维多模态医学图像配准。以上研究虽然采用几何代 数结合 SURF 算法实现了三维配准,但仅是在提取特征 点时进行了基于二维空间的三维拓展,构造描述子过 程中并未考虑图像本身的三维空间几何特征性,这显 然会影响图像最终的配准精度。

本文针对基于特征点方法在三维医学图像配准中面临的空间特征缺失、配准精度不高、稳定性不强等不足, 设计一种全新的基于几何代数和 SURF 框架的改进算 法。通过搭建基于 Hessian 四维尺度空间的三维 SURF 框架提取特征点,引入几何代数并构造基于梯度角度不 变性(gradient angle invariance, GAI)的描述子,新描述子 具有三维空间性质,提升配准精度;针对特征描述子匹配 稳定性不强问题,提出几何代数的快速空间寻优 (geometric algebraic based fast spatial optimization, GA-FSO)算法,增强算法的抗噪能力。采用 RIRE (retrospective image registration evaluation)数据库进行配 准验证,并利用合作医院提供的实际临床数据,分别验证 了本算法的正确性和临床适用性。

1 基于空间几何不变性的特征构造

为了提高匹配精度,搭建基于 Hessian 四维尺度空间 的三维 SURF 框架以提取特征点,并引入几何代数,设计 了基于空间几何不变性的三维特征描述子。

1.1 三维 SURF 框架构建

传统 SURF 算法采用二阶 Hessian 矩阵和盒式滤波器,构造多尺度空间以提取特征极值点^[14]。传统 SURF 算法实现高效特征点提取与描述的关键之一是 Hessian 矩阵。为实现三维配准,本文拓展采用三阶 Hessian 矩阵 和三维盒式滤波器,构造四维多尺度空间以提取特征点, 其主要步骤如下:1)计算三维图像中每个点的三阶 Hessian 矩阵判别式的值;2)盒式滤波器的模板逐渐增 大,再依次计算 Hessian 判别式;3)对图像进行降采样后 重复步骤1)和2)。 Hessian 矩阵是用多元函数的偏导数来描述图像的局部曲率^[9],针对三维图像I(x,y,z)的三阶 Hessian 矩阵为:

$$H(I(x,y,z)) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 I}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 I}{\partial x \partial z} \\ \frac{\partial^2 I}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 I}{\partial y^2} & \frac{\partial^2 I}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 I}{\partial z \partial x} & \frac{\partial^2 I}{\partial z \partial y} & \frac{\partial^2 I}{\partial z^2} \end{bmatrix}$$
(1)

在构造 Hessian 矩阵及其判别式前,需要对图像进行 高斯滤波,以平滑细节并过滤高斯噪声。为了提高运算 速度,SURF 算法中使用盒式滤波来替代高斯滤波,如 图 1 所示。图 1 中灰色区域因子为 0,白色区域为 1,黑 色区域为-2,盒式滤波器是将高斯滤波的卷积运算近似 为像素值乘以区域因子后的求和运算。本文将盒式滤波 器拓展到三维。三维盒式计算可近似为一个正方体空间 中的运算,如图 2 所示。



图 1 盒式滤波对高斯滤波的近似表达

Fig. 1 Approximate expression of Gaussian filter by box filter



图像I(x,y,z) 盒式滤波后表示为 $L(x,y,z,\sigma),\sigma$ 为 盒式滤波器模板尺寸。为了平衡盒式滤波器与高斯滤波 器的误差,在计算 Hessian 矩阵时给每个混合偏导数 L_{xy} 、 L_{yz} 和 L_{xx} 乘以加权系数 $w_b = 0.9^{[7]}$,盒式滤波与三阶 Hessian 矩阵组合后表达如下:

$$H(x,y,z,\sigma) = \begin{bmatrix} L_{xx} & w_b \cdot L_{xy} & w_b \cdot L_{xz} \\ w_b \cdot L_{yx} & L_{yy} & w_b \cdot L_{yz} \\ w_b \cdot L_{zx} & w_b \cdot L_{zy} & L_{zz} \end{bmatrix}$$
(2)

则 Hessian 判别式可表示为:

$$H = L_{xx}L_{yy}L_{zz} + 2w_b^3 L_{xy}L_{yz}L_{xz} - w_b^2 L_{xz}^2 L_{yy} - w_b^2 L_{xy}^2 L_{zz} - w_b^2 L_{yz}^2 L_{xx}$$
(3)

四维多尺度空间是由不同滤波模板和尺度因子下计 算的 Hessian 判别式值构成的。对三维图像进行 O 次降 采样,并分别滤波 S 次,则构成 O 组 S 层的四维多尺度空 间,本文设计使用的滤波器模板和降采样尺度空间因子 如图 3 所示,构造的多尺度空间为 5 组 4 层。







四维多尺度空间构造完成后,为了降低噪声干扰,首 先进行阈值判断,当该点的 Hessian 值大于设定阈值时,认 为这是一个有效点,阈值经综合调试后设置为0.0005。

最后,依次判断所有有效点是否是四维多尺度空间中的邻域极值点,如 $p_i(x_i, y_i, z_i)$ (图4)。如果该点的 Hessian值大于 S_q 层中其 $3 \times 3 \times 3$ 邻域共26个点的值,同时 大于 S_{q-1} 和 S_{q+1} 层中对应点及其邻域共54个点的值,则认 为该点是一个特征极值点。统计所有的极值点,两个模态 分别得到相应的特征点集 $H_f(ep_{f,1}, ep_{f,2}, \dots, ep_{f,n})$ 和 H_r $(ep_{r,1}, ep_{r,2}, \dots, ep_{r,m})$,用于后续的描述子构造及空间搜索。



Fig. 4 4D scale space

1.2 三维描述子构造

1) 几何代数表达

本文利用几何代数的空间特征,设计了新的基于梯 度角度不变性三维特征描述子构造方法。几何代数又称 为 Clifford 代数,是具有几何运算思维的代数运算框架, 弥补了线性代数、向量验算或微分几何在转换计算时存 在的低效和低容错率等问题。目前已被证明是分析高维 几何问题中非常高效的工具之一,已在 GIS、机器人、量 子场理论、计算机图形学等高维几何运算中得到广泛 应用。

几何代数在有限维矢量空间定义了几何积运算概念,并引入多重矢量运算元进行空间运算,在高维空间中相应的有一些几何代数操作元和概念,如矢量、二重矢量、三重矢量、片积、对偶等,其几何积运算概念综合了正交及共线性理论,可表达多种复杂的几何位置关系和代数联系。几何代数是对标准矢量空间的拓展,在几何代数空间 G^n 中,给定任意维度的两个矢量 $A, B \in G^n$,其几何积定义为:

$$AB = A \cdot B + A \wedge B \tag{4}$$

式中: $A \land B$ 为矢量外积, $若A \land B$ 为一维矢量,则 $A \land B$ 构成一个有幅值和方向的无固定形状平面,称之为二维 矢量,相应的 $A \land B \land C$ 则构成一个三维矢量,矢量空间 描述如图5所示。图5为一维矢量 $v_1 \lor v_2$,二重矢量 P_1 和 三重矢量 $S_1 在 G^3$ 空间中的几何意义。



图 5 Gⁿ 空间中的多维矢量 Fig. 5 Multidimensional vector in Gⁿ space

式(4)中, $A \cdot B$ 为内积运算, $ÄA \setminus B$ 为一维矢量,则 $A \cdot B$ 的运算与欧氏矢量空间运算规则一致,即 $A \cdot B =$ $\|A\| \|B\| \cos\langle A, B \rangle$ 。几何代数的优势在于可将内积 拓展到任意维运算, $A \cdot B = \|A\| \|B\| \cos\langle A, B \rangle \xi$,其 中 ξ 为内积的运算方向。A 到B的内积的计算过程即为 求B与A 正交的部分。

四维多尺度空间中的离散点云 $p_i(x_i, y_i, z_i)$ 可用几 何代数中的基向量 $\langle e_1, e_2, e_3, \dots, e_n \rangle \in G^n$ 表示如下:

$$p_i = x_i \boldsymbol{e}_1 + y_i \boldsymbol{e}_2 + z_i \boldsymbol{e}_3 + S_q \boldsymbol{e}_4 \tag{5}$$

式中: S_q 为尺度因子。点云 p_i 的梯度方向 $v_i(dx_i, dy_i, dz_i)$ 可在 G^3 中表示为:

$$\boldsymbol{v}_i = unit(\,\mathrm{d}x_i\boldsymbol{e}_1 + \mathrm{d}y_i\boldsymbol{e}_2 + \mathrm{d}z_i\boldsymbol{e}_3) \tag{6}$$

式中: v_i 是模为1的方向矢量,描述点云 p_i 在 G^3 中的梯

度方向,是构建几何代数描述子、优化搜索策略等步骤中 的重要元素。几何代数还包含了多种运算规则,如多重 矢量、片积空间、对偶、逆运算、算子构建和几何微分等, 更多的几何代数运算规则可以参考文献[15-16]。

2) 主方向计算

由于多模态医学图像间的体素差异较大,仅由 Hessian 判别式值构造的极值点相关性较弱且存在大量 噪声,远不能达到点集匹配和精确配准的要求,丰富特征 点集的描述信息。考虑到多模态图像边界轮廓具有极高 的相似性,本文采用边界轮廓的离散梯度方向描述局部 特征。局部梯度方向如图 6 所示,为便于观察添加手动 添加箭头为方向辅助线。



图 6 局部梯度方向 Fig. 6 Local gradient direction

将计算得到的特征极值点集合 H_f 和 H_r 中的任意点 记为 ep_i 。计算时,对于极值点 ep_i 的尺度邻域 $N = 13 \times 13 \times 13$,将邻域中所有点云的梯度表示为 { $pv_{i,j}$ }^N_{j=1} = $dx_je_1 + dy_je_2 + dz_je_3$,这里的 $pv_{i,j}$ 是一个具有方向和大小的矢量。

再构造一个单位方向矢量 $unitv_i = x_i e_1 + y_i e_2 + z_i e_3$, 使单位方向矢量 $unitv_i$ 与点云梯度方向矢量 $pv_{i,j}$ 的内积 的和为最大值以构造目标函数 IN_i ,目标函数 IN_i 的解是 唯一的,即可作为特征极值点 ep_i 的主方向,如式(7) 所 示。利用几何代数内积能同时表征角度和投影强度的特 点,类似于将 $pv_{i,j}$ 的幅值作为其加权系数,幅值越小则权 值系数越小,对于构造主方向的贡献就越小。

$$IN_i = \sum_{j=1}^{N} p \mathbf{v}_{i,j} \cdot unit \mathbf{v}_i$$
⁽⁷⁾

其中, *unitv*_i存在约束条件为 $x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 = 1$,由此可 以构造单一等约束条件的拉格朗日函数 $L(IN_i, \lambda_i)$ 求解 目标函数,其约束条件为 $\varphi(unitv_i) = x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 - 1 = 0$, 表达式如下:

$$L(IN_i, \lambda) = IN_i - \lambda_i \varphi(unitv_i)$$
(8)

对 x_i, y_i, z_i, λ_i 依次求偏导,得:

$$\begin{cases} L_{x} = \sum_{i=1}^{N} dx_{i} - 2\lambda_{i}x_{i} = 0 \\ L_{y} = \sum_{i=1}^{N} dy_{i} - 2\lambda_{i}y_{i} = 0 \\ L_{z} = \sum_{i=1}^{N} dz_{i} - 2\lambda_{i}z_{i} = 0 \\ L_{\lambda} = x_{i}^{2} + y_{i}^{2} + z_{i}^{2} - 1 = 0 \end{cases}$$
(9)

$$\Re \overrightarrow{T} \overrightarrow{T} \Re 4 \overrightarrow{\Pi} \overrightarrow{T} \cancel{R} 4 .$$

$$\begin{cases} x_{i} = \sum_{j=1}^{N} dx_{j} \left[\left(\sum_{j=1}^{N} dx_{j} \right)^{2} + \left(\sum_{j=1}^{N} dy_{j} \right)^{2} + \left(\sum_{j=1}^{N} dz_{j} \right)^{2} \right]^{-\frac{1}{2}} \\ y_{i} = \sum_{j=1}^{N} dy_{j} \left[\left(\sum_{j=1}^{N} dx_{j} \right)^{2} + \left(\sum_{j=1}^{N} dy_{j} \right)^{2} + \left(\sum_{j=1}^{N} dz_{j} \right)^{2} \right]^{-\frac{1}{2}} \\ z_{i} = \sum_{j=1}^{N} dz_{j} \left[\left(\sum_{j=1}^{N} dx_{j} \right)^{2} + \left(\sum_{j=1}^{N} dy_{j} \right)^{2} + \left(\sum_{j=1}^{N} dz_{j} \right)^{2} \right]^{-\frac{1}{2}} \\ \lambda_{i} = \frac{1}{2} \left[\left(\sum_{j=1}^{N} dx_{j} \right)^{2} + \left(\sum_{j=1}^{N} dy_{j} \right)^{2} + \left(\sum_{j=1}^{N} dz_{j} \right)^{2} \right]^{\frac{1}{2}} \end{cases}$$
(10)

若要判断式(10)是否确实为 *IN*_i 的极大值,可构建 *IN*_i 的二阶 Hessian 矩阵,如下:

$$\boldsymbol{H}(IN_{i}) = \begin{bmatrix} -2\lambda_{i} & 0 & 0\\ 0 & -2\lambda_{i} & 0\\ 0 & 0 & -2\lambda_{i} \end{bmatrix}$$
(11)

由式(11)可得 $\lambda_i > 0$, $H(IN_i)$ 是负定的,得到的极 值点为极大值,则可认定上述计算得到的唯一方向向量 $unitv_i(x_i, y_i, z_i)$ 就是特征极值点 ep_i 的主方向 $Dirv_{i,k}$ 。

3)特征描述子构造

为实现特征矢量的旋转不变性,以 $Dirv_{i,k}$ 为主轴,再 构造特征极值点 e_i 的 $\{C_{i,k}\}_{k=1}^{64}$ 邻域,如图 7 所示。



 ${C_{i,k}}_{k=1}^{64}$ 是尺度领域,每个 $C_{i,k}$ 包含9×9×9=729 个点云及其梯度方向。64 个 $C_{i,k}$ 的空间主方向 *dirv*_{*i,k*} = $x_i e_1 + y_i e_2 + z_i e_3$ 的计算方法与特征极值点 e_{p_i} 主方向 *Dirv*_{*i,k*}的计算方法一致(式(7) ~ (11))。最后,将 *dirv*_{*i,k*}作为方向,*IN*_{*i,k*}作为幅值,构造 e_{p_i} 的 64 维空间描 述子 $\boldsymbol{v}_{i,k}$,如下:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_{i,1} = (IN_{i,1})^{\frac{1}{2}} (x_{i,1}\mathbf{e}_1 + y_{i,1}\mathbf{e}_2 + z_{i,1}\mathbf{e}_3) \\ \mathbf{v}_{i,2} = (IN_{i,2})^{\frac{1}{2}} (x_{i,2}\mathbf{e}_1 + y_{i,2}\mathbf{e}_2 + z_{i,2}\mathbf{e}_3) \\ \vdots \end{cases}$$
(12)

 $\left(\boldsymbol{v}_{i,64} = (IN_{i,64})^{\frac{1}{2}} (x_{i,64}\boldsymbol{e}_1 + y_{i,64}\boldsymbol{e}_2 + z_{i,64}\boldsymbol{e}_3)\right)$

两个模态分别得到相应的空间描述子集 {*v*_i}_{*i*=1}^{*m*} 和 {*v*_i}^{*m*}_{*i*=1}, 以点云梯度角度不变性为基础,该描述子强化 了特征极值点的几何空间关联性,还提高了三维图像配 准精度。基于几何代数构造的描述子记为 GAI 描述子。

2 基于几何特征约束的快速空间寻优

2.1 描述子匹配

本 文 采 用 随 机 一 致 性 采 样 (random sample consensus, RANSAC)算法,对描述子进行优化,剔除匹配 样本中的外点,降低误匹配,提高 GAI 描述子匹配的准 确率。

此外,由于描述子 v_{i,k} 值中的幅值 IN_{i,k} 受尺度领域 C_{i,k} 中梯度大小影响,v_{i,k} 的尺度差异较大,传统欧氏距离 无法刻画描述子的相似性;而马氏距离可与尺度无关的 描述两个未知样本集的相似度,并修正欧式距离中各个 维度尺度不一致等问题。本文采用马氏距离表示两个特 征描述子,为:

 $D_{M}(v_{n}^{f},v_{m}^{f}) = \sqrt{(v_{n}^{f}-v_{m}^{f})^{T}\Sigma^{-1}(v_{n}^{f}-v_{m}^{f})}$ (13) 式中: v_{n}^{f} 表示浮动模态的第n个描述子; v_{m}^{f} 表示参考模态 的第m个描述子; Σ^{-1} 是多维随机变量的协方差矩阵。 以马氏距离作为描述子的匹配测度,按匹配率整体排序 后,越靠后的描述子对的误差或出现误匹配率也越高。 因此,通常在精配准计算时只采用匹配率高的描述子对。

2.2 基于几何代数的快速空间寻优算法

为了抑制临床实用时的随机噪声干扰,需要设计具 有稳定性、抗干扰强的描述子寻优拟合策略。本文以几 何代数的旋转算子为基本元素^[9],构造针对特征描述子 的最优拟合目标函数,采用单一约束条件的拉格朗日函 数求解,结合矩阵计算理论得到目标函数的最优解。本 文将其记为 GA-FSO 算法。

1) 在几何代数运算框架中,旋转算子 R 可实现在不 改变几何体结构和特征性的同时完成空间位置上的转 置。例如存在单位矢量 a 和 b,若要将 a 旋转至 b,旋转的 过程可以看作是对矢量 a 进行两次反射变换得到矢量 b, 如图 8 所示。

旋转算子的构成为先在平面 $a \land b$ 内作矢量 $a \downarrow b$ 角 平分矢量 η ,并作 η 的垂面 π_1 ,再以平面 π_1 构建矢量 a



图 8 几何代数旋转算子 Fig. 8 Geometric algebraic rotation operator

的反射矢量c。根据几何理论不难得到,这里的矢量b和 矢量c是互为一组反射矢量,矢量b可以由矢量c相对其 垂面 π ,反射得到。即矢量 a 经平面 π ,反射,再由平面 π,反射即可得到矢量b,几何代数中反射变换为:

 $c = -\eta a\eta$ (14)

其中, η 与a为几何积运算,由a旋转至b则可表 示为:

$$\boldsymbol{b} = -\boldsymbol{b}(-\boldsymbol{\eta}a\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{b} = (\boldsymbol{b}\boldsymbol{\eta})\boldsymbol{a}(\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{b}) = \boldsymbol{R}\boldsymbol{a}\boldsymbol{R}^{-1}$$
(15)

令 $R = b\eta$,为矢量 a 到矢量 b 的旋转算子。旋转算子 **R** 是两个矢量的几何积,因此**R** 是一个二维矢量,在 G^{n} 空间中表示为旋转矢量所在的平面。

2)利用旋转算子的概念,将浮动模态的描述子方 向矢量集 $\{v_i^{f}\}_{i=1}^n$ 经旋转算子 R 旋转后,与匹配的参考 模态描述子方向矢量集 { v'_i } ":=1 计算内积 $O(\mathbf{R})$ 。当内 积 $O(\mathbf{R})$ 的值越大时,则表示两个模态的匹配度越高, 而 O(R) 值为最大值时,则两个模态为几何最佳匹配。 因此,将目标设定为求解 $O(\mathbf{R})$ 的最大值,同时为了弱 化噪声的干扰,设计使用前 n = 100 组描述子进行配 准,并以一维高斯函数作为内积权重,构造的目标函 数为:

$$O(\mathbf{R}) = \sum_{i=1}^{n} G(i,\sigma) \cdot \mathbf{v}_{i}^{r} \cdot (\mathbf{R}\mathbf{v}_{i}^{f}\mathbf{R}^{-1})$$
(16)
其中, $G(i,\sigma)$ 为:

$$G(i,\sigma) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{i^2}{2\sigma}\right\}$$
(17)

根据综合调试设置标准方差 $\sigma = 300$ 。由式(15) 可 知,旋转算子 R 是一个单位二重矢量,这里设 R 和 R^{-1} 的 表示如下:

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{k} + \boldsymbol{x}\boldsymbol{e}_1 \wedge \boldsymbol{e}_2 + \boldsymbol{y}\boldsymbol{e}_2 \wedge \boldsymbol{e}_3 + \boldsymbol{z}\boldsymbol{e}_3 \wedge \boldsymbol{e}_1$$
(18)

$$\boldsymbol{R}^{-1} = \boldsymbol{k} - \boldsymbol{x}\boldsymbol{e}_1 \wedge \boldsymbol{e}_2 - \boldsymbol{y}\boldsymbol{e}_2 \wedge \boldsymbol{e}_3 - \boldsymbol{z}\boldsymbol{e}_3 \wedge \boldsymbol{e}_1 \qquad (19)$$

通过式(16)、(18)、(19)以及 $O(\mathbf{R}) = \sum_{i=1}^{n} O_i(\mathbf{R})$ 可得.

为方使表达,令:

 $\mu_{i,1} = (a_i^r a_i^f + b_i^r b_i^f + c_i^r c_i^f), \mu_{i,2} = (-a_i^r a_i^f - b_i^r b_i^f + c_i^r c_i^f),$ $\mu_{i3} = (a_i^r a_i^f - b_i^r b_i^f - c_i^r c_i^f), \ \mu_{i4} = (-a_i^r a_i^f + b_i^r b_i^f - c_i^r c_i^f),$ $\mu_{i,5} = (a_i^r b_i^f - b_i^r a_i^f), \ \mu_{i,6} = (b_i^r c_i^f - c_i^r b_i^f),$ $\mu_{i,7} = (-a_i^r c_i^f + c_i^r a_i^f), \ \mu_{i,8} = (a_i^r c_i^f + c_i^r a_i^f),$ $\boldsymbol{\mu}_{i,9} = (b_i^r c_i^f + c_i^r b_i^f), \, \boldsymbol{\mu}_{i,10} = (a_i^r b_i^f + b_i^r a_i^f)$ (22)

已知单位二重矢量 R 满足 $|| R || = k^2 + x^2 + y^2 + z^2 = 1$, 可在单一等约束条件下建立拉格朗日函数来对 0 进行 求解,约束条件为 $\varphi(\mathbf{R}) = k^2 + x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0.$ 拉格 朗日函数 $L(O,\lambda)$ 可表示为:

$$L(O, \boldsymbol{\lambda}) = \sum_{i=1}^{n} G(i, \sigma) \cdot v_{i}^{r} \cdot (\boldsymbol{R} v_{i}^{f} \boldsymbol{R}^{-1}) - \boldsymbol{\lambda} \varphi(\boldsymbol{R})$$
(23)

$$\begin{cases} L_{k} = \sum_{i=1}^{n} G(i,\sigma) (\mu_{i,1}k + \mu_{i,5}x + \mu_{i,6}y + \mu_{i,7}z) - \lambda k = 0 \\ L_{x} = \sum_{i=1}^{n} G(i,\sigma) (\mu_{i,5}k + \mu_{i,2}x + \mu_{i,8}y + \mu_{i,9}z) - \lambda x = 0 \\ L_{y} = \sum_{i=1}^{n} G(i,\sigma) (\mu_{i,6}k + \mu_{i,8}x + \mu_{i,3}y + \mu_{i,10}z) - \lambda y = 0 \\ L_{z} = \sum_{i=1}^{n} G(i,\sigma) (\mu_{i,7}k + \mu_{i,9}x + \mu_{i,10}y + \mu_{i,4}z) - \lambda z = 0 \\ L_{\lambda} = k^{2} + x^{2} + y^{2} + z^{2} - 1 = 0 \end{cases}$$

$$(24)$$

式(24)的前4项的矩阵形式为:

$$\sum_{i=1}^{n} G(i,\sigma) \begin{bmatrix} \mu_{i,1} & \mu_{i,5} & \mu_{i,6} & \mu_{i,7} \\ \mu_{i,5} & \mu_{i,2} & \mu_{i,8} & \mu_{i,9} \\ \mu_{i,6} & \mu_{i,8} & \mu_{i,3} & \mu_{i,10} \\ \mu_{i,7} & \mu_{i,9} & \mu_{i,10} & \mu_{i,4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} k \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix}.$$

$$MX = \lambda X$$
(25)

由式(25)发现,矩阵 M 的特征值和特征向量即为

233

目标函数 O_{max} 的解。因矩阵 M 是一个实对称矩阵,其特征值 λ 均为实数,且对应特征向量 X 都是实向量,可得特征向量 X 必定有目标函数 O_{max} 的实数解。特征向量 X 中同时包含目标函数的最大值解和最小值解,可通过目标函数的二阶偏导数构造四阶 Hessian 矩阵,并判断 H(O) 为负定来确定目标函数极大值的解。实验中发现,通常最大特征值 λ_{max} 所对应的特征向量 X 为 O_{max} 极大值的解。

2.3 快速寻优算法的有效性验证

本文提出的 GA-FSO 算法, 仅需将点集带入矩阵 M求得特征值与特征向量, 由特征向量构造旋转算子 $R = k + xe_1 \land e_2 + ye_2 \land e_3 + ze_3 \land e_1$ 即可用于全局点云的 加权空间寻优, 用法便捷。为验证 GA-FSO 算法的有效 性, 分别对矢量组进行最优拟合和加权拟合实验, 以图形 验证拟合效果, 如图 9 所示。





Fig. 9 Experimental results of the GA-FSO algorithm

图 9(a)、(b),分别是少量和大量的矢量旋转测试, 浮动矢量 v_i^{\prime} 与参考矢量 v_i^{\prime} 具有较大的角度差。不使用高 斯加权的 GA-FSO 算法计算后,浮动矢量旋转后得到配 准矢量 v_i^{res} ,实现了完美旋转运算。为便于观察,配准矢 量幅值乘以 0.8。

图 9(c)中,浮动矢量 v_i 相对于参考矢量 v_i 分别在 3 个方向参数上均有 Rand(0.6)的随机扰动,不使用高 斯加权的 GA-FSO 算法计算后,浮动矢量旋转后得到配 准矢量 v_i^{reg},实现了浮动模态到参考模态的最佳拟合;

图 9(d) 中,浮动矢量 v_i 同样增加了 Rand(0.6)的随 机扰动。基于高斯加权的 GA-FSO 算法匹配计算,其中 σ = 3,可见经 GA-FSO 算法加权拟合后,权重较高的 v_1^{reg}, v_2^{reg} 等旋转拟合效果更好。表明 GA-FSO 算法具备抗 噪和弱化随机扰动的能力。

相比 ICP、Powell 算法和梯度下降法,本文提出的 GA-FSO 算法不需要迭代运算,可直接计算得到目标函数 的最优解。相比于 Kabsch 算法,GA-FSO 算法计算的过 程的几何意义明晰,计算便捷,同时不受矢量集维数限 制,不仅可以进行矢量转置,还可以用于高维复杂几何体 的旋转拟合和空间寻优,具有不改变目标结构和几何特 征性的优点;更重要的是,GA-FSO 算法可根据需求,设计 加权函数对任意矢量进行加权运算,以满足对矢量集拟 合时的不同需求。

3 公开集配准实验与分析

3.1 数据集

本文首先采用公开数据集进行配准评估实验。公共数据集采用(retrospective image registration evaluation, RIRE)项目提供的颅脑三维多模态医学图像数据,包含 颅脑的 CT、MR_PD、MR_T1 和 MR_T2 图像,进行配准融 合、误差评估和算法稳定性实验,与其他算法比对并论证 算法优势。

RIRE 公共数据集图像采集制造商为 Siemens, 切片 厚度 4.00 mm/pixel;针对数据集三维图像分辨率不一致 情况,将图像进行 1 mm³/pixel 的标准化处理。本算法的 所有试验都是在 MATLAB 程序中编写并实现,实验所用 电脑的处理器为 Intel(R) Core(TM) i7-6700HQ CPU@ 2.60 GHz;内存为 12.0 GB。

3.2 配准效果可视化分析

采用 RIRE 项目中的测试数据集开展配准研究,分别以三维 CT 图像为浮动模态, MR_PD 图像为参考模态 进行配准并可视化。分别从特征点匹配、三维轮廓匹配 和边缘融合效果 3 个方面展示配准效果, 如图 10 所示。

图 10(a)中,A 为脑部 MR_PD 外轮廓的点云集,B 为脑部 CT 外轮廓点云集,横向线段端点是构造的描述 子,由描述子在各空间中的几何位置和线段的平行情况 可见,对应的特征描述子没有明显误差和误匹配。

基于图 10(a),采用本文 GA-PSO 算法拟合特征描述子,形成的外轮廓点云集配准融合效果如图 11(b)所示,可见两个三维点云集几乎完全重合。

图 10(c)是配准融合后,从下到上任意选取多个切面图,以观察配准融合效果。图中的高亮边缘线是配准后浮动模态对应到参考模态的位置,可见外轮廓和内部边缘对齐效果较好,通过配准结果的可视化可以得出,配准算法是有效的。



(b) 轮廓点云配准效果 (b) The effect of contour point cloud registration



(c) 轮廓融合效果 (c) The effect of contour fusion

图 10 配准效果(RIRE) Fig. 10 Registration results (RIRE)

3.3 配准误差评估

配准的可视化便于观察配准的效果,为了评估配准 效果,量化误差,本文以常用的手动配准作为金标准来评 估配准的精度,评估配准效果并量化误差。

手动配准是人工标注不同模态图像的 10 个共有特征 点,参考模态 { $FP_{r,i}$ }¹⁰_{*i*=1},浮动模态 { $FP_{f,i}$ }¹⁰_{*i*=1}。误差计算首 先是利用本文算法配准后得到的平移算子 P 和旋转算子 T,再将浮动模态的特征点 { $FP_{f,i}$ }¹⁰_{*i*=1} 平移旋转后,计算与 参考模态 { $FP_{r,i}$ }¹⁰_{*i*=1} 的欧氏距离 { d_i }¹⁰_{*i*=1},如下式所示:

 $\{d_i\}_{i=1}^{10} = \{FP_{r,i}\}_{i=1}^{10} - T \cdot (\{FP_{f,i}\}_{i=1}^{10} + P) \cdot T^{-1}$ (26)

由 {*d_i*}¹⁰_{*i*=1} 分别得到配准的平均误差、中值误差、最大误差和方差。

对本文提出的 GAI 描述子和 GA-FSO 算法(GAI+GA-FSO)进行配准评估,分别与采用几何特征配准的 ICP 算法,传统 SURF 算法,和仅使用 GAI 描述子算法 (GAI-SURF)进行对比,配准误差如表1 所示。

表 1 配准误差(RIRE 数据集) Table 1 Registration error (RIRE dataset)

配准算法	平均误差 /mm	中值误差 /mm	最大误差 /mm	方差 /mm ²
ICP	5.18	4.97	7.34	1.63
SURF	3.62	3.38	5.62	2.76
GAI-SURF	2.55	2.46	3.91	0.58
GAI+GA-FSO	2.21	2.17	3.87	0.49

由表1可见,采用 RIRE 数据集配准评估,本文 GAI+ GA-FSO 算法的平均误差2.21 mm,方差0.49 mm²,显著 优于 ICP 算法和传统 SURF 算法。对比 SURF 算法的平 均误差和最大误差,均减少了1.0 mm 以上。对比 GAI-SURF 算法,平均误差减少了0.3 mm 以上,同时方差更 小,配准偏差也相应更小,这些都表明本文的配准算法能 有效提高配准精度,算法的稳定性更强。

3.4 抗噪能力实验

为了验证算法的抗噪能力,将 RIRE 数据库中 Patient_001 作为实验数据,分别对浮动模态和参考模态加入均值为0,方差为0.01 和0.05 的随机高斯噪声并生成测试图像,对噪声图像进行配准实验后,配准精度如表2 所示。

表 2 配准精度 Table 2 Registration accuracy

配准方法	平均误差/mm	中值误差/mm	最大误差/mm
Patient_001(No noise)	2. 21	2.17	3. 87
Patient_001(σ = 0.01)	2.65	2.89	4.23
Patient_001(σ = 0.05)	3.25	3.42	4. 61

由表2可见,增加高斯噪声后的配准平均误差仍都 小于3.5 mm,以图像334 mm×334 mm分辨计算,相似性 超过98.9%,随机噪声对配准结果的影响较小,可见本文 算法是具有较强的抗噪声能力。

4 临床实例配准实验与分析

4.1 自建数据集

仿真实验中的公共集数据,图像质量和患者情况的 一致性较高,体位与噪声等因素较为理想,为了检验本文 算法在实际临床应用中的有效性,本文采用合作附属医 院提供的真实患者颅脑三维医学图像数据,并分别采集 不同年龄段、多种病灶的三维图像建立数据集,确保图像 的多样性,主要包括患者的CT和MR_T1图像,同样条件 下开展配准融合、误差评估及算法稳定性实验,以检验配 准方案的临床应用可行性。 自建数据集图像采集制造商为 Philips, 切片厚度 1.25 mm/pixel。同样将图像进行 1 mm³/pixel 的标准化 处理, 解决数据集三维图像分辨率不一致情况。

4.2 配准效果可视化分析

采用合作附属医院提供的真实患者临床数据进行配 准实验,以三维 CT 图像为浮动模态,以三维 MR_T1 图像 为参考模态进行配准。从特征点匹配、三维轮廓匹配和 边缘融合效果 3 个方面展示患者图像配准的效果。

由图 11 可见,特征描述子无明显误匹配,脑部外轮 廓基本完全重合,整体边缘对齐效果较好。特别是图 11 (c1)和(c2)对齐效果非常好,而图 11(c3)在左右下三边 对齐的情况下,上侧边缘对齐不明显,其原因为 MR_T1 原图存在边缘虚化现象。尽管如此,从图 11(a)、(b)可 视化效果可见,仍然较好完成了配准,表明本文算法同时 具备一定的抗噪能力。





图 11 配准效果(临床实例)



4.3 配准误差评估

同样采用手动配准为金标准,本文 GAI+GA-FSO 算法的配准误差和对比如表 3 所示。

表 3 配准误差(临床实例) Table 3 Registration error (clinical examples)

				-
配准方法	平均误差 /mm	中值误差 /mm	最大误差 /mm	方差 /mm ²
ICP	5.35	5.17	8.62	2.73
SURF	3.56	3.37	5.65	2.50
GAI-SURF	2.34	2.73	3.95	1.15
GAI+GA-FSO	2. 29	2. 54	3.65	1.09

针对临床实例的三维图像进行配准评估,采用本文的 GAI+GA-FSO 算法,平均误差 2.29 mm,方差 1.09 mm²,以 图像 334 mm×334 mm 分辨计算,相似性超过 99.1%。

由表 3 可见,相比于传统 ICP 算法的平均误差 5.35 mm,平均误差降低了 3 mm 以上,这主要是因为 ICP 算法极易受到多模态点云分布差异影响,而本文 GAI+ GA-FSO 算法基于特征描述子进行配准,每个描述子都利 用其邻域空间相似性特征进行匹配,利用的特征数据更 多,精度也更高。

相比于传统 SURF 算法的平均误差 3.56,GAI+GA-FSO 的平均误差降低了近 1.3 mm,最大误差也降低了 2 mm。这主要是因为传统 SURF 算法是针对每个切片层 提取二维描述子进行匹配,忽略了三维图像的空间角度 误差,如头部图像存在"低头""抬头"差异等。而 GAI+GA-FSO 中构造特征描述子是利用三维空间几何特 征构造的,具有角度不变性,针对性的解决了切片图的纵 向误差,也使得配准精度更高。

GAI-SURF 算法的平均误差均低于 2.5 mm, 而 GAI+GA-FSO 算法的最大误差进一步降低了 0.3 mm, 方 差更小, 其搭载的 GA-FSO 算法是将相似度最高的描述 子集进行最优点云拟合, 可有效弱化个别误差较大描述 子造成的配准精度下降效果, 增强算法的稳定性。综合 可见, 临床医学图像配准仍然有效且稳定, 且同样实现较 高的配准精度, 可见提出的配准方案具备临床实用价值。

4.4 抗噪能力实验

将医院提供的患者 No. 001 作为实验数据,分别对浮 动模态和参考模态加入均值为0,方差为0.01 和0.05 的 随机高斯噪声并生成测试图像,对噪声图像进行配准实 验后,配准精度如表4所示。

表 4 配准精度 Table 4 Registration accuracy

配准方法	平均误差/mm	中值误差/mm	最大误差/mm
No.001(No noise)	2. 29	2. 54	3.65
No. 001($\sigma = 0.01$)	2.83	2.98	4.45
No. 001($\sigma = 0.05$)	3.13	3.34	5.18

由表4可见,增加高斯噪声后的配准平均误差仍不 超过3.5 mm,相比公共库的抗噪误差甚至精度更高,可 见本文提出的三维多模态医学图像配准算法不仅精度较 高且具备稳定性,能较好的适用于临床。

4.5 配准时耗实验

在保证配准精度的基础上,仍需对比配准的时耗才 能验证算法的配准效率。将自建数据集中 No.001 作为 实验室数据,对比配准算法中较为经典的 ICP 算法、SIFT 算法和传统 SURF 算法,每种算法配准 10 次,计算平均 时耗,如表 5 所示。

表 5 配准时耗

Table 5	Registration time
配准方法	平均时耗/s
ICP	53.34
SIFT	2 245.76
SURF	66. 08
GAI+GA-FSO	36. 18

由表5可见,对比同为轮廓特征点的配准方法,本文 提出 GAI+GA-FSO 算法时耗最低,平均时耗仅为 36.18 s。对比 ICP 算法, ICP 算法的配准时耗与迭代次 数有关,迭代次数越多时耗也越长,同时 ICP 算法存在局 部最优等缺陷,因此在解决三维多模态配准问题时效率 不高,GAI+GA-FSO 算法在配准精度和时耗均占优势。 对比 SIFT 与 SURF 算法, 经典 SIFT 与 SURF 算法虽然配 准精度相当,但 SIFT 运算量较大,尤其在面对超大数据 量的三维配准时,过高的时耗难以满足临床实用的实效 性要求。同时,经典 SIFT 与 SURF 算法都是面向二维图 像配准,传统方法不仅在计算特征点和描述子时会忽略 更多的三维特征,而且单独计算每个切片层再叠加配准 的方式会产生更多的时耗。而 GAI+GA-FSO 将三维轮廓 点云作为一个整体计算特征点和描述子显然效率更高。 此外, Clifford 代数的引入也一定程度的约简了空间运 算,降低运算复杂度与配准时耗。

5 结 论

三维医学图像越来越多地用于辅助临床诊疗,虽然 比二维图像包含更多清晰影像信息,但实际用于临床手 术和治疗时,单模态医学图像局部信息仍不够全面。多 模态三维医学图像配准融合后,可包含更多的互补信息。 SURF 算法常用于多模态配准,而传统 SURF 算法的描述 子难以表征三维医学图像的空间特征,本文设计了几何 代数梯度角度不变性描述子,并开发了基于最优拟合原 则的快速空间寻优模型和相关算法,提升三维医学图像 配准的精度和稳定性。通过公共数据和临床实例数据的 配准和评估,即使加入高斯噪声后的配准相似性仍能达 到 99%左右,该算法的快速稳定可为真正用于临床试用 提供可能。另外,本文的 GA-FSO 算法是面向点集加权 空间寻优的运算框架,具有计算便捷可移植性强等特点, 适用于点集拟合,空间矢量拟合等计算,也可应用在电力 图像匹配、化学分子结构比较等领域。

参考文献

- [1] HUANG B, YANG F, YIN M, et al. A review of multimodal medical image fusion techniques [J]. Computational and Mathematical Methods in Medicine, 2020, 2020(8):1-16.
- ZHANG Z, SEJDIC E. Radiological images and machine learning: Trends, perspectives, and prospects [J].
 Computers in Biology and Medicine, 2019, 108:354-370.
- [3] KARTHICK S, MANIRAJ S. Different medical image registration techniques: A comparative analysis [J]. Current Medical Imaging Reviews, 2019, 15 (10): 911-921.
- [4] 夏鹏飞, 尹慧琳, 何艳侠. 基于最大互信息的激光雷达与相机的配准[J]. 仪器仪表学报, 2018, 39(1): 34-41.
 XIA P F, YI H L, HE Y X. Calibration of lidar and

camera based on maximum mutual information [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018, 39(1): 34-41.

- [5] GU J P, CHENG T Y, HUA L, et al, Overview of image segmentation and registration for spine biological modeling[J]. Journal of System Simulation, 2019, 31(2): 167-173.
- [6] BESL P J, MCKAY H D. A method for registration of 3D shapes [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14(2):239-256.
- [7] 王红玉,冯筠,崔磊,等.应用显著纹理特征的医学图像配准[J].光学精密工程,2015,23(9):2656-2665.
 WANGHY, FENGY, CUIL, et al. Medical image registration based on salient texture [J]. Optics and Precision Engineering, 2015, 23(9):2656-2665.
- [8] LOWE D G. Distinctive image features from scaleinvariant key points [J]. International Journal of Computer Vision, 2004, 60(2): 91-110.
- [9] BAY H, TUYTELAARS T, GOOL L V. SURF: Speeded up robust features [C]. Proceedings of the 9th European conference on Computer Vision-Volume Part I. Springer-Verlag, 2006.

[10] 华亮,程天宇,顾菊平,等. 基于 ROI 及 Clifford 代数 相对不变量的 3D 医学图像配准[J]. 图学学报, 2017,38(1):90-96.

HUA L, CHENG T Y, GU J P, et al. 3D medical image registration based on clifford relative invariant and region of interest [J]. Journal of Graphics, 2017, 38(1): 90-96.

- [11] HUA L, HUANG Y, DING L J, et al. Multimodality 3D medical image registration in clifford algebra space [J].
 Opto-Electronic Engineering, 2014, 41(1): 65-72.
- [12] YANSHAN L, CONGZHU Y, LI Z, et al. A novel surf based on a unified model of appearance and motionvariation[J]. IEEE Access, 2018(6):31065-31076.
- [13] CAO W M, LIU F F, HE Z H, et al. Multi-modal medical image registration based on feature spheres in geometric algebra [J]. IEEE Access, 2018 (6): 21164-21172.
- [14] 朱维斌,李继哲,叶树亮.基于 SIFT 的小模数齿轮图 像亚像素级配准研究[J].仪器仪表学报,2017,38 (9):2326-2334.

ZHU W B, LI J ZH, YE SH L, et al. Research on subpixel registration of fine-pitch gear image based on SIFT[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38 (9): 2326-2334.

- [15] MACDONALD A. A survey of geometric algebra and geometric calculus [J]. Advances in Applied Clifford Algebras, 2017, 27(1):853-891.
- [16] KENICHI K. Understanding geometric algebra [M]. Boca Raton: A K Peters/CRC Press, 2015: 1-208.

作者简介



程天宇,2014年于常熟理工学院获得学 士学位,2017年于南通大学获得硕士学位, 现为南京理工大学博士研究生,主要研究方 向为医工结合和医学图像处理

E-mail: chengtianyu518@163.com

Cheng Tianyu received his B. Sc. degree from Changshu Institute of Technology in 2014, and M. Sc. degree from Nantong University in 2017. He is currently a Ph. D. candidate at Nanjing University of Science and Technology. His main research interests include combination of engineering with medicine and medical image processing.



顾菊平,1992年于南京工业大学获得学 士学位,1995年于东南大学获得硕士学位, 2003年于东南大学获得博士学位,现为南通 大学教授,主要研究方向为医工结合、电机 及控制、机器人及控制、新能源及控制。

E-mail: gu. jp@ ntu. edu. cn

Gu Juping received her B. Sc. degree from Nanjing University of Technology in 1992, M. Sc. degree from Southeast University in 1995, and Ph. D. degree from Southeast University in 2003, respectively. She is currently a professor at Nantong University. Her main research interests include combination of engineering with medicine, motor and control, robot and control, new energy and control.