

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2209226

# 基于热弹性理论与温度场积分中值定理的 电主轴热误差研究\*

黄 华,李旭东,赵丛林

(兰州理工大学机电工程学院 兰州 730050)

**摘要:**电主轴热误差的精确建模较困难,且大多数仅关注轴向热误差而忽略径向热误差。因此,提出了基于热弹性理论与温度场积分中值定理的热误差建模方法。用热弹性理论建立了电主轴轴承温度—热变形模型,将积分中值定理运用在轴向热误差建模中,得到了关键点温度—轴向热变形的线性模型,仅需一个传感器测量关键点温度就可得到主轴末端伸长量。分析电主轴径向和轴向误差机理,得到耦合热误差模型。设计了利用球杆仪快速测量电主轴热误差的新方法,将误差理论建模数据与实际测量数据作对比,验证了其可行性,并将热误差模型导入自主开发的外挂式误差补偿器中,实验表明加工孔径热误差降低了73.5%左右,证明该方法合理、有效。

**关键词:**电主轴;热误差;热弹性理论;积分中值定理;误差补偿

**中图分类号:** TH161 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 460.35

## Study on thermal error of motorized spindle based on thermoelastic theory and mean-value theorem of integral of temperature field

Huang Hua, Li Xudong, Zhao Conglin

(School of Mechanical and Electrical Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

**Abstract:** It is difficult to model the thermal error of motorized spindle accurately, and most researches just focus on the axial thermal error and ignore the radial thermal error. Therefore, a method for establishing the model of thermal error is proposed by using thermoelastic theory and mean-value theorem of integral of temperature field. The bearing temperature-thermal deformation model of the motorized spindle is formulated by using the thermoelastic theory. Then, the mean-value theorem of integral is used in the axial thermal error modeling. Therefore, a linear model of spindle temperature and axial thermal deformation is obtained, and the elongation of the end of the spindle could be achieved only by measuring the temperature of key points. The mechanism of radial and axial errors generation of the motorized spindle is analyzed to get the coupled thermal error model. A novel method for measuring thermal error of the motorized spindle by using a ballbar is presented. The feasibility is evaluated by comparing the error theoretical modeling data with the actual measurement data and the error model is imported into the developed independently external-hanging error compensator. Experimental results show that the thermal error of machining the hole's radial-error is reduced by about 73.5%, which shows that the method is reasonable and effective.

**Keywords:** motorized spindle; thermal error; thermoelastic theory; mean value theorem of integral; error compensation

## 0 引 言

高精度是数控机床追求的重要目标之一。目前随着制造和装配精度的提升,机床热误差逐渐成为影响其最

终加工精度的核心因素,约占总加工误差的65%以上<sup>[1]</sup>。其中电主轴作为机床上的重要部件,是主要热源之一<sup>[2]</sup>,其变形程度直接影响工件的精度与表面质量。因此,建立电主轴热误差的精确模型对于误差补偿的研究至关重要。

收稿日期:2022-01-19 Received Date: 2022-01-19

\* 基金项目:国家自然科学基金(51965037,51565030)资助项目

目前,国内外主流的电主轴热误差建模方法分为两种,理论热误差建模和经验热误差建模。理论热误差建模主要运用有限元法、集中质量法、热弹性力学、键合图理论等手段分析热误差,主要用于热误差的避免。经验热误差建模则相当于一个黑箱模型,将主轴关键点处温度、转速作为模型的输入,热误差作为模型输出,不考虑热量在主轴内的产生、传递及转化问题<sup>[3]</sup>。对于经验热误差模型又可根据是否考虑热迟滞效应而分为准静态模型和动态模型,主要使用BP神经网络、最小二乘法、支持向量机等算法进行建模<sup>[4]</sup>。例如,Yang等<sup>[5]</sup>以一维杆为例对热特性的伪滞后现象进行了研究,建立了热误差的动态模型。Huang等<sup>[6]</sup>结合CGM和ANSYS软件建立了一种逆方法来估计时变热源,Liu等<sup>[7]</sup>提出了一种考虑热误差与主轴产热耗散功率不等式关系的功率匹配方法。Zhang等<sup>[8]</sup>进一步考虑了环境温度的时变,建立了工件和机床的热误差传递函数。在文献[3]的基础上杨建国等<sup>[9]</sup>对主轴热特性伪滞后现象进行了研究,在实验与仿真中确定了建模温度测点位置。项四通等<sup>[10]</sup>提出用热特性基本单元试验对初步理论模型进行修正从而得到最终模型的建模方法。魏新园等<sup>[11]</sup>提出了基于偏最小二乘法的热误差稳健建模算法,相较于普通多元线性回归算法,预测精度提高了13.8%。谭峰等<sup>[12]</sup>提出一种基于LSTM循环神经网络的数控机床热误差建模方法,较传统方法精度提高了52%。黄华等<sup>[13]</sup>提出了一种基于球杆仪和虚拟观测法的数控机床热误差分量快速测量方法。

尽管目前对电主轴热误差的研究已取得了丰硕成果,但将热误差补偿技术应用于工厂实际加工环境中还存在一定困难<sup>[14]</sup>。主要原因在于电主轴热特性的检测和识别繁琐、耗时。在实际加工过程中,热误差受加工工艺、工件材料、是否使用切削液、工厂环境温度等多方面的影响,使热误差表现出动态、非线性、热滞后性等特点<sup>[15]</sup>,导致以多个测点处温度为输入变量的热误差模型精度和鲁棒性不佳。其次,在监测电主轴温度场时,只能同时测量有限个点处的温度数据,丢失大量热数据。另外目前还没有被普遍接受的热关键点选择方法,通常调试温度传感器的最佳位置和数量这一过程就十分耗时,有些结构特殊的机床甚至无法放置传感器,也不能拆除机床外钣金件,导致温度数据的提取过程难以进行。综上,以多个温度测点为输入,电主轴热误差为输出的经验建模方法用于实际加工环境尚存一些不足。

针对上述问题,本文提出一种基于热弹性理论与温度场积分中值定理的电主轴热误差理论建模及补偿方法。首先利用热弹性理论得到轴承环温度与轴承径向热膨胀量的精确函数关系,建立电主轴径向热误差模型;然后提出将积分中值定理与电主轴温度场图像相结合,建立电主轴轴向热伸长的线性模型,即仅用一个温度传感

器测量关键点处温度数据可得到主轴末端伸长量,使轴向热误差模型线性化、鲁棒性提高,大幅降低了建模时间和温度传感器数量,便于在实际生产环境下进行建模。最后在一台五轴加工中心上进行热误差测量,将理论建模得到的热误差数据与实际测得数据作对比,验证了该理论建模方法的正确性,并在实际加工中利用自主开发的外挂式误差补偿器对热误差进行实时补偿。本文所提出的研究方法有助于解决电主轴热误差经验建模中普遍存在的鲁棒性、实时性不佳和建模困难耗时难以用于实际加工环境等问题。

## 1 电主轴结构

以一台五轴数控机床电主轴为研究对象,其结构如图1所示。该电主轴最大转速为12 000 rpm,功率3.0 kW,采用混合陶瓷角接触球轴承,内外圈为轴承钢,滚动体为陶瓷材料,且接触角为15°。该电主轴定子外围布置有循环冷却水道,在主轴工作时水道内冷却液可将定子的发热量带走。电主轴在高速运转中会产生大量的热,主要热源为切削发热、电机发热和轴承发热。对于切削发热一般依靠冷却液带走,故本文只对电机和轴承的发热进行研究。由于电主轴的转子与刀柄刀具视为一整体,则转子的热变形直接影响刀尖点与工件的相对位置,需要重点研究。

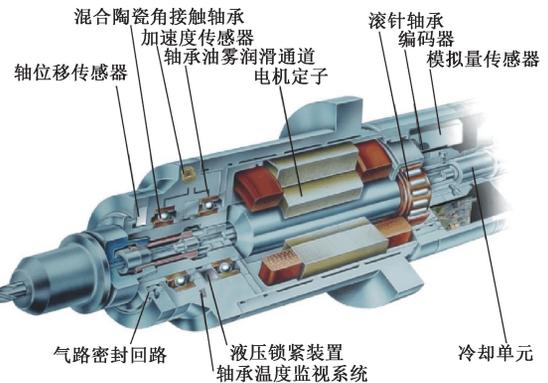


图1 电主轴结构图

Fig. 1 Diagram of motorized spindle structure

## 2 电主轴径向热误差分析

电主轴中的转子由轴承支撑且完成旋转运动,因此电主轴径向热漂移误差可溯源到主轴轴承上。产生径向热误差的根本原因是电主轴工作时,轴承的内、外圈与滚动体高速摩擦产生大量的热从而导致热变形,电主轴转子轴径与轴承内圈过盈配合,且电主轴轴承采用混合陶瓷角接触球轴承,滚动体热膨胀可忽略不计,轴承内、外

圈因热变形量不同而产生误差,所以轴承的热变形量可直接反应在主轴的径向热漂移误差上。本文依据热弹性理论研究轴承的热变形,进而分析主轴的径向热误差。

首先要分析轴承环的热变形,由于轴承内、外圈是轴对称结构,故可假设其由厚度为  $\delta$  的许多薄环组成,如图 2 所示。当厚度  $\delta$  足够小时,薄环的应力分析可以视为平面应力问题。温度分布也是轴对称的,当边界条件与轴承环半径确定后,轴承环径向热变形量  $u$  是温度  $T$  的函数。如图 3 所示,径向位移是一个平面应力问题,通过柱坐标分析,可依据下述方法进行数学建模。

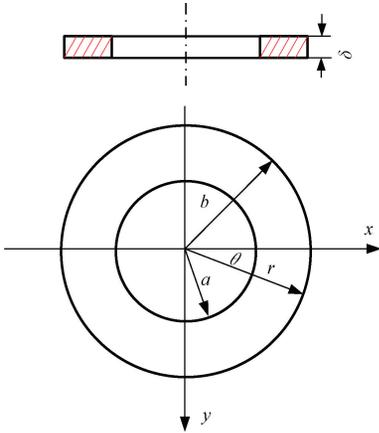


图 2 轴承薄壁环示意图

Fig. 2 Schematic diagram of bearing thin-walled ring

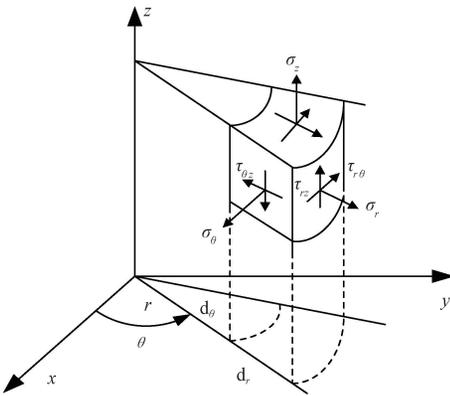


图 3 柱坐标系下微元

Fig. 3 Micro element in the cylindrical coordinate system

根据弹性力学知识可知柱坐标系下的平衡方程为:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + F_r = 0 \\ \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2}{r} \tau_{r\theta} + F_\theta = 0 \\ \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \tau_{rz} + F_z = 0 \end{cases} \quad (1)$$

由于  $\delta$  足够小,所以可将上式改写为:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

式中:  $\sigma_r$  为径向正应力;  $\sigma_\theta$  为弧度方向的正应力;  $\tau_{r\theta}$  是剪切应力。

由于薄环为轴对称结构,式(2)改写为:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

物理方程可表示为:

$$\begin{cases} \frac{\sigma_r - \mu \sigma_\theta}{E_c} + \alpha T = \varepsilon_r \\ \frac{\sigma_\theta - \mu \sigma_r}{E_c} + \alpha T = \varepsilon_\theta \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $E_c$  为材料的弹性模量;  $\mu$  为材料的泊松比;  $\alpha$  是材料的线性膨胀系数。

将应力用应变表示:

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{E_c}{1 - \mu^2} (\varepsilon_r + \mu \varepsilon_\theta) - \frac{E_c \alpha T}{1 - \mu} \\ \sigma_\theta = \frac{E_c}{1 - \mu^2} (\varepsilon_\theta + \mu \varepsilon_r) - \frac{E_c \alpha T}{1 - \mu} \end{cases} \quad (5)$$

将式(3)代入式(5)可得:

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{E_c}{1 - \mu^2} \left( \frac{\partial u_r}{\partial r} + \mu \frac{u_r}{r} \right) - \frac{E_c \alpha T}{1 - \mu} \\ \sigma_\theta = \frac{E_c}{1 - \mu^2} \left( \frac{u_r}{r} + \mu \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) - \frac{E_c \alpha T}{1 - \mu} \end{cases} \quad (6)$$

将式(5)中的  $\sigma_r$  对  $r$  求偏导得:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = \frac{E_c}{1 - \mu^2} \left[ \frac{d}{dr} \left( \frac{du_r}{dr} \right) + \mu \frac{d}{dr} \left( \frac{u_r}{r} \right) \right] - \frac{E_c \alpha}{1 - \mu} \frac{dT}{dr} \quad (7)$$

联立上式并化简得:

$$\alpha (1 + \mu) \frac{dT}{dr} = \frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{r} \frac{d(ru_r)}{dr} \right] \quad (8)$$

将式(8)两边同时积分:

$$\frac{d(ru_r)}{dr} = r\alpha (1 + \mu) T + rC \quad (9)$$

将式(9)两边再次积分并同除  $r$  得:

$$u_r = \frac{\alpha (1 + \mu)}{r} \int_a^r T r dr + C_1 r + \frac{C_2}{r} \quad (10)$$

将式(10)对  $r$  求导:

$$\frac{du_r}{dr} = \alpha (1 + \mu) \left( T - \frac{1}{r^2} \int_a^r T r dr \right) + C_1 - \frac{C_2}{r^2} \quad (11)$$

将式(11)及(10)两边同除 $r$ 后代入式(5)式中可得:

$$\sigma_r = -\frac{E\alpha}{r^2} \int_a^r Tr dr + \frac{EC_1}{1-\mu} - \frac{EC_2}{r^2(1+\mu)} \quad (12)$$

将边界条件 $\sigma_r|_{r=a}=0$ 及 $\sigma_r|_{r=b}=0$ 代入式(12)并求解得:

$$\begin{cases} C_1 = \frac{(1-\mu)\alpha}{b^2-a^2} \int_a^b Tr dr \\ C_2 = (1+\mu) \frac{\alpha a^2}{b^2-a^2} \int_a^b Tr dr \end{cases} \quad (13)$$

将式(13)中 $C_1$ 、 $C_2$ 的值代入式(10):

$$u_r = \frac{\alpha}{r} \left[ (1+\mu) \int_a^r Tr dr + \frac{(1-\mu)r^2 + (1+\mu)a^2}{b^2-a^2} \int_a^b Tr dr \right] \quad (14)$$

根据式(14)可得到无约束条件下如图4所示轴承内圈上 $B$ 点的热变形量:

$$u_B = \frac{\alpha}{r_B} \left[ (1+\mu) \int_{r_A}^{r_B} Tr dr + \frac{(1-\mu)r_B^2 + (1+\mu)r_A^2}{r_B^2-r_A^2} \int_{r_A}^{r_B} Tr dr \right] \quad (15)$$

相同的,轴承外圈上 $C$ 点热变形量为:

$$u_C = \frac{\alpha}{r_C} \left[ (1+\mu) \int_{r_C}^{r_D} Tr dr + \frac{(1-\mu)r_C^2 + (1+\mu)r_D^2}{r_D^2-r_C^2} \int_{r_C}^{r_D} Tr dr \right] \quad (16)$$

将式(16)化简:

$$u_C = \frac{2\alpha r_C}{r_D^2-r_C^2} \int_{r_C}^{r_D} Tr dr \quad (17)$$

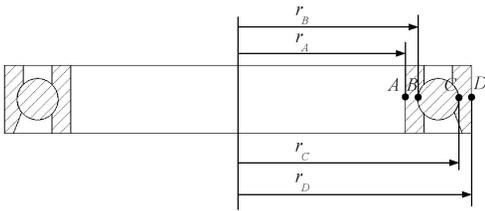


图4 轴承径向误差

Fig. 4 Radial error of bearing

由于陶瓷滚动体的热膨胀系数远远小于轴承钢,热变形可忽略不计。轴承内外圈较薄, $A$ 、 $B$ 两点温度基本相同且近似等于电主轴转子轴径温度, $C$ 、 $D$ 两点温度基本相同且近似等于电主轴定子上轴承安装孔温度,电主轴上材料与轴承一同膨胀。因此可以忽略转子轴径与轴承内圈及轴承安装孔与轴承外圈之间的接触力。固电主

轴总的径向热误差为:

$$E = u + c = u_C - u_B + c \quad (18)$$

式中: $c$ 为轴承游隙, $u$ 为轴承内外圈热膨胀差值。

经以上研究,建立了轴承内、外圈热膨胀量与温度值的关系模型,如式(16)所示,只要确定了轴承外圈 $C$ 点处的半径值 $r_C$ ,就可以通过测量轴承外圈温度间接得到此处热膨胀量,为后续径向误差与轴向误差的综合分析提供了理论基础。由于轴承径向热误差成因复杂,式(18)中轴承游隙 $c$ 将在3.3节中进一步分析。

### 3 电主轴轴向热误差分析

为提高轴向误差建模效率,首先分析将积分中值定理用于电主轴轴向热误差建模的方法和优势,建立轴向热误差的线性模型。然后利用电主轴温度有限元图像和图像处理技术,确定积分中值点,即放置温度传感器的位置。因电主轴热误差通常在径向和轴向两个方向同时产生,而主轴轴向热伸长又会导致轴承预紧力下降,产生径向和轴向游隙<sup>[16]</sup>,二者存在一定的耦合关系,因此需要建立轴向和径向误差的关系模型,并使其解耦。最后考虑由滚动体离心力产生的轴向误差,使误差模型在高速工况下依旧稳健。因此,在建立电主轴轴向热误差模型的同时又需要分析轴向误差与其他误差之间的耦合与解耦机理。

#### 3.1 积分中值定理用于轴向误差建模

在研究电主轴的轴向热变形时,可将其简化成一维杆件来分析,如图5所示。热流从轴的一端流入再从自由端流出,同时主轴与周围环境进行对流换热。准静态模型已不满足当下的建模需求,因此必须考虑主轴的热弹性效应,即升温与降温曲线不重合,如图6所示。而杆件的热变形量则取决于温度测量点的位置, $T_1$ 处靠近热源,温度响应超前于热形伸长量 $\Delta L$ , $T_2$ 处远离热源,温度响应滞后于热伸长量 $\Delta L$ ,因此主轴轴向热变形表现出滞后性和非线性。假设电主轴上温度场分布函数 $T(x)$ 曲线如图7所示,主轴各部分温度复杂且非线性,主轴轴向动态热伸长模型可表示为:

$$\Delta L = \alpha \int_0^L [T(x) - T_0] dx \quad (19)$$

式中: $\alpha$ 为材料的热膨胀系数, $L$ 为主轴转子长度, $T(x)$ 为 $x$ 处的温度, $T_0$ 为主轴初始温度。

由式(19)可知,温度场是被积函数,积分上下限差值为杆件长度。而积分第一中值定理,简称积分中值定理的内容是:若被积函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a, b]$ 上连续,则在积分区间 $[a, b]$ 上至少存在一个点 $\xi$ ,使下式成立。

$$\int_a^b f(x) dx = f(\xi) (b - a) \quad (20)$$

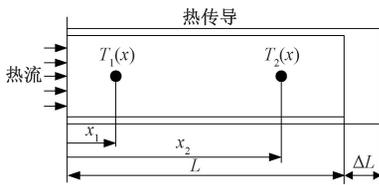


图 5 电主轴一维杆件简化模型

Fig. 5 Simplified one-dimensional bar model of motorized spindle

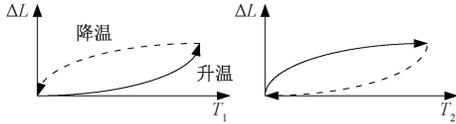


图 6 热弹性效应

Fig. 6 Thermoelastic effect

积分中值定理在应用中可以起到去掉积分号的重要作用,只需找到中值点  $\xi$ ,就能使复杂的积分关系化为线性关系式,从而使问题简化。因此,本文提出将积分中值定理应用于式(19)得:

$$[T(\xi) - T_0]L = \int_0^L [T(x) - T_0] dx$$

$$\Delta L = \alpha L [T(\xi) - T_0] \quad (21)$$

由上式可知,只需找到温度场函数  $T(x)$  的中值点  $\xi$ ,就可建立主轴升温—热形变量之间的线性关系模型,改善了传统方法中因放置多个传感器再进行调试而造成的建模耗时、温度数据丢失,模型非线性精度和效率不佳等问题。对放置温度传感器的最佳位置具有理论指导作用,具有泛化性和便捷性,大大降低了操作难度和温度传感器的数量,且提高了模型精度。

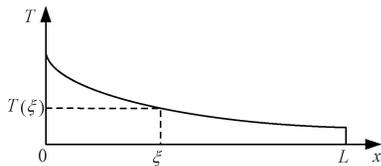


图 7 电主轴温度场曲线

Fig. 7 Curve of temperature field of motorized spindle

### 3.2 电主轴温度场函数中值点选择

由 3.1 节可知,建立电主轴轴向热误差线性模型,必须首先明确温度场中值点  $\xi$  所在位置。利用 ANSYS workbench 软件对本文所研究的机床电主轴模型进行有限元分析,通过热—固耦合得到电主轴关键位置的温度及鼻端轴向热伸长量。分析得到稳态下电主轴温度场云图,如图 8 所示。

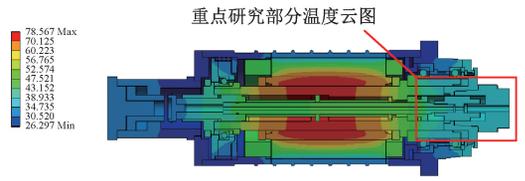


图 8 电主轴稳态下温度场云图

Fig. 8 Temperature field nephogram of motorized spindle in steady state

由于此型号电主轴鼻端采用角接触球轴承背靠背安装固定,尾端用滚针轴承或单列角接触球轴承支撑,即一端固定一端支撑结构的轴系。则以电主轴中间轴承左端面为基准,电主轴的热伸长是分别向着主轴鼻端和主轴尾端两个方向进行的,如图 9 所示。因转子尾端为单列轴承,转子轴芯可进行自由轴向浮动,对定子不产生额外应力,而向着主轴鼻端的热伸长将直接影响工件加工精度,因此仅对鼻端部分重点进行研究。

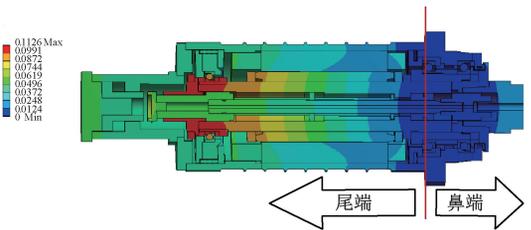


图 9 电主轴双向热伸长

Fig. 9 Two-way thermal elongation of motorized spindle

电主轴在不同转速下将会产生不同的温度场热图像,因此本文使用三角阈值法与 OTSU 联合进行温度灰度图像阈值的自适应选取,三角阈值法进行阈值选取相对较“软”可以分割出 OTSU 算法漏分的部分。三角法选取阈值时首先找到直方图中灰度值最高的一点并判别亮暗,然后找到最左边点,两点连接一条直线,求直方图上离直线最远的点,设置该点的灰度值为阈值。OTSU 算法又称作最大类间方差法,该算法是按图像的灰度特性,将图像分成背景和前景两部分。因方差是灰度分布均匀性的一种度量,背景和前景之间的类间方差越大,说明构成图像的两部分的差别越大。因此,OTSU 算法使类间方差最大的分割意味着错分概率最小。求类间方差方法:OTSU 算法假设存在阈值  $TH$  将图像所有像素分为两类  $C_1$ (小于  $TH$ ) 和  $C_2$ (大于  $TH$ ),则这两类像素各自的均值为  $m_1, m_2$ ,图像全局均值为  $mG$ 。同时像素被分为  $C_1$  和  $C_2$  类的概率分别为  $P_1, P_2$ 。因此就有:

$$P_1 \times m_1 + P_2 \times m_2 = mG \quad (22)$$

$$P_1 + P_2 = 1 \quad (23)$$

类间方差表达式为:

$$\sigma^2 = P_1(m_1 - mG)^2 + P_2(m_2 - mG)^2 \quad (24)$$

将式(22)代入式(24)得:

$$\sigma^2 = P_1 P_2 (m_1 - m_2)^2 \quad (25)$$

$$P_1 = \sum_{i=0}^k P_i \quad (26)$$

$$m_1 = \frac{1}{P_1} \sum_{i=0}^k iP_i \quad (27)$$

$$m_2 = \frac{1}{P_2} \sum_{i=k+1}^{L-1} iP_i \quad (28)$$

将式(26)~(28)代入式(25)中,求能使式(25)最大化的灰度级  $k$  ( $0 \sim 255$ ) 就是 OTSU 算法自适应选取的阈值。使用 OpenCV 实现三角阈值法结合 OTSU 算法对电主轴热灰度图像的不同温度区域进行分割,即可保证各区域不漏分也能使分割效果最好,源代码如算法 1 所示。

#### 算法 1 自适应阈值选取源代码

```
#include<opencv2/opencv. hpp>#include<iostream>
using namespace std; using namespace cv;
int main() {
Mat img = imread( " B. png", IMREAD_GRAYSCALE);
Mat gray1, gray2;
threshold( img, gray1, 60, 255, THRESH_ MASK |
THRESH_ TRIANGLE);
threshold( img, gray2, 50, 255, THRESH_ MASK |
THRESH_ OTSU);
imshow( " gray1", gray1); imshow( " gray2", gray2);
imwrite( " gray1. jpg", gray1); imwrite( " gray2. jpg",
gray2);
waitKey(0);
return 0; }
```

如图 10 所示,首先提取出需要重点研究部分的温度场图像,然后用图像处理软件分离出 RGB 通道,紧接着使用三角法与大洋法自适应选取的阈值,得到高温区域的二值化图像,计算阴影区域像素个数得到面积  $S_1$ ,继续改变 B 通道阈值得到高温和中温区域二值化图像,计算出阴影部分面积后减去  $S_1$  的面积就是中温区域面积  $S_2$ ,同理得到低温区域面积  $S_3$ 。根据不同温度区域面积所占重点研究部分图像的百分比,可绘制出该部分的距离—温度曲线。利用上述得到的  $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_3$  三个矩形面积近似代替该区域实际温度场曲线的积分值,然后除以该部分总长度后,计算得出平均温度为  $35.07^\circ\text{C}$ 。在 ANSYS 软件中找到该重点研究部分中  $35.07^\circ\text{C}$  所在的具体位置  $\xi$ ,在此处放置温度传感器就可完成温度—热变形模型的性线化处理。本节根据具体电主轴结构得出  $\xi$  点在中间轴承和鼻端轴承之间,距离鼻端  $157\text{ mm}$ ,确定了实验部分温度传感器的具体安装位置。

本节利用 ANSYS 分析间接得到可使主轴热误差模型线性化的  $\xi$  点位置,与传统有限元分析不同,本方法旨

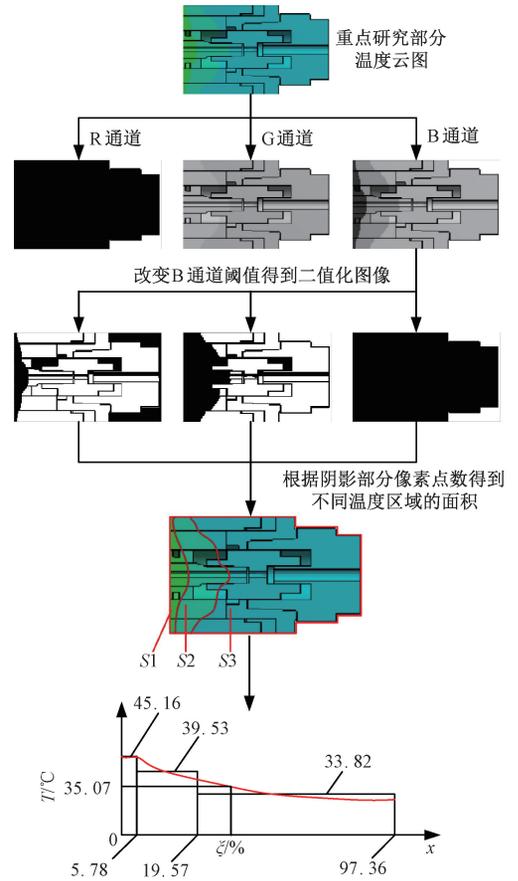


图 10 温度场云图处理流程

Fig. 10 Processing flow of temperature field cloud map

在得到不同温度区域的面积进而拟合出温度场函数曲线因此得到积分中值点位置  $\xi$  (此方法可拓展到利用主轴热成像图像进行建模),再此放置温度传感器测得数据理论上与主轴末端伸长量成线性关系,加工过程中可实时读取温度数据进行热误差在线补偿,大大简化了实际建模时的操作难度,且克服了普通 ANSYS 分析只能离线不能实时补偿的问题。

### 3.3 轴承轴向热伸长导致的径向游隙分析

电主轴内的成对角接触轴承在安装初始加载有预紧力,随着电主轴转子的轴向热伸长,轴承上的预紧力和接触角也会随之下降,由于轴承在自由状态下存在游隙,预紧力的降低必将导致轴承径向误差增大。

如图 11 所示,为清楚描述轴承轴向热伸长时产生的径向游隙  $c$ ,对轴承结构做了不同比例放大处理,由于 3.2 节中提到的重点研究部分的主要热源在两角接触轴承之间,其间热伸长量经计算约占总热伸长  $\Delta L$  的 80% 左右。由于初始预紧力作用,轴承接触角为  $18^\circ$ ,滚动体在转子热伸长的作用下被内圈带着向左移动了  $0.8\Delta L$  的距离,且轴承外圈的沟曲率半径大于滚动体半径,因此滚动体和轴承外圈之间会产生径向游隙  $c$ 。

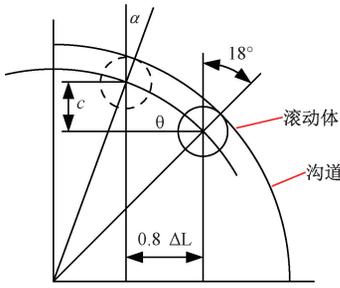


图 11 轴承局部结构

Fig. 11 Local structure of bearing

由图 11 可得关系式:

$$D_w(f - 0.5)(\sin 18^\circ - \sin \alpha) = 0.8\Delta L \quad (29)$$

式中,  $D_w$  为滚动体直径,  $f$  为轴承沟曲率半径系数,  $\alpha$  为预紧力下降时轴承接触角。

求解得:

$$\alpha = \arcsin \left[ 0.309 - \frac{0.8\Delta L}{D_w(f - 0.5)} \right] \quad (30)$$

$$\theta = \frac{180^\circ - (18^\circ - \alpha)}{2} - 72^\circ \quad (31)$$

$$c = 0.8\Delta L \tan \theta \quad (32)$$

联立式 (30) ~ (32) 可得到电主轴轴向热伸长  $\Delta L$  与轴承径向游隙  $c$  间的关系模型, 并将其代入式 (18) 即可得到电主轴径向热误差的完备模型。

### 3.4 电主轴高速旋转导致的轴向误差分析

为了使误差模型在高转速下依旧稳健, 需要分析高转速下电主轴运行状态。电主轴在高转速旋转时轴承滚动体会产生巨大的离心力, 以此型号电主轴的中间角接触轴承为研究对象, 高转速下滚动体会向外扩张, 如图 12 中箭头 1 所示; 且在轴承外圈圆弧滚道中爬升并向下挤压轴承外圈如图 12 中箭头 2 所示。由于轴承外圈肩部抵在电主轴外定子上故不能发生位移, 且电主轴轴向热伸长后导致预紧力降低还会产生轴向游隙, 因此滚动体将挤压内圈并将电主轴转子抬升一定量, 如图 12 中箭头 3 所示。经实验测得, 抬升量在不超过轴向游隙的前提下, 电主轴转子被抬升的距离大致与转速平方成正比。如果电主轴长时间工作, 轴承产生径向热变形, 那么由轴承滚动体高转速下离心力导致的主轴抬升这一现象将更加明显。

## 4 电主轴热误差实验验证

在五轴加工中心上进行误差实验, 并将实际测得误差数据与理论建模所得数据作对比以验证本文理论分析部分的正确性。

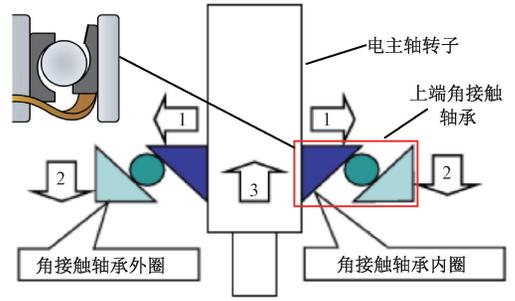


图 12 因滚动体离心力导致的主轴抬升

Fig. 12 Spindle lifting caused by centrifugal force of rolling elements

球杆仪是一种用于快速检测数控机床精度的仪器。球杆仪主要由测试软件、传感器、可调杆组、校准规、设定球、中心磁力座等组成, 其核心结构为精密位移传感器。本文设计了一种利用球杆仪快速检测电主轴运行过程中径向、轴向热误差的新方法。

### 4.1 基于球杆仪的电主轴热误差测量新方法

主轴径向热误差传统测量方法是将安装在主轴端的精密球 ( $O$  点) 置于  $B$ 、 $C$  轴轴线交点处, 如图 13 所示, 使  $C$  轴旋转测量数据。对于轴向热误差的测量, 则是使  $B$  轴旋转一个半圆再拟合出圆心  $O$  坐标位置, 通过几组不同圆心坐标与原坐标在  $x$ 、 $y$ 、 $z$  三个方向的差值, 间接得出轴向热误差<sup>[15]</sup>。该方法如果机床工作台上安装有夹具产生干涉, 就无法将  $O$  点置于两轴交点处, 且不能适用于非五轴机床, 操作繁琐, 会引入  $B$ 、 $C$  轴自身的误差分量导致测量不准确。因此, 在实际加工环境下, 需要更为便捷和普适的电主轴误差检测方法。

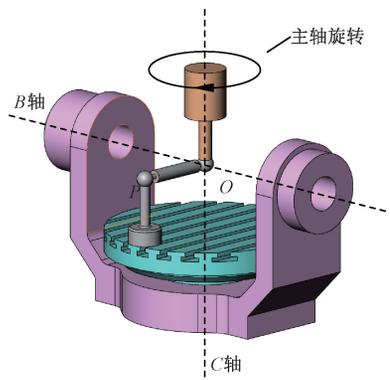


图 13 电主轴径向热误差测量方法

Fig. 13 Measurement method of radial thermal error of motorized spindle

#### 1) 电主轴径向热漂移误差测量

本文提出使主轴旋转代替  $C$  轴旋转测量主轴径向热漂移误差, 如图 13 所示。使主轴旋转可利用转子的动不

平衡性让其产生振动,从而充分暴露径向热漂移误差,避免转子在静止状态下测量时因其自重使轴承内圈在球形滚动物体和圆弧滚道的作用下自动对中,如图14所示。同时可以避免将C轴自身误差分量引入测量数据中,造成径向热误差测量不准确。此方法不必再将球杆仪O端置于B、C轴轴线的交点处,可推广至三轴机床,不仅限于五轴机床,安装方便快捷,测量准确度高。

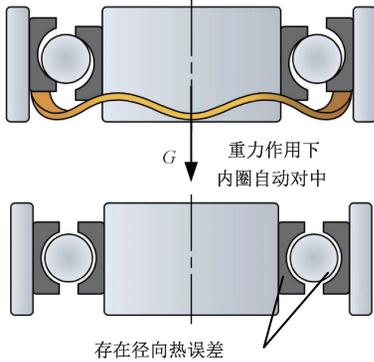


图14 电主轴转子因自重导致自动对中

Fig. 14 Automatic centering of motorized spindle rotor due to its own weight

利用最小二乘法对测量数据进行处理,拟合出圆心所在位置,通过对几组不同时间间隔下测得圆心位置与原始圆心位置的对比分析,可以得出与不同时间序列相对应的电主轴径向热漂移误差。

在进行径向热误差测量实验之前,还需对球杆仪进行匹配设置,球杆仪上位机软件识别的是机床进给速率,而本实验则要求主轴旋转,因此需要进行主轴转速和进给速率之间的等价转换。利用机构倒置思想,可将原本绕O点旋转的主轴看做静止坐标系,而原本静止的P点看做绕O点旋转,如图15所示。机构倒置前后,动坐标系角速度相同,即旋转一周所用时间相同,可得式(26)。

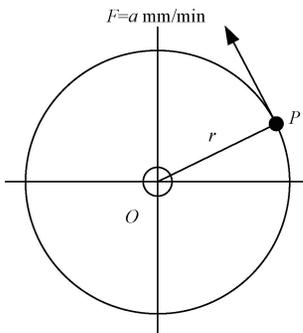


图15 主轴系统机构倒置

Fig. 15 Mechanism inversion for the spindle system

$$t = \frac{2\pi r}{F}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{t} = \frac{F}{r} \quad (33)$$

式中: $r$ 为球杆仪半径, $F$ 为进给速率, $\omega$ 为主轴角速度, $t$ 为P点旋转一周所需时间。

本实验使用的无加长杆球杆仪工作半径为100 mm,球杆仪上位机软件 Renishaw Ballbar 20 最大识别进给率为9 999 mm/min,为使主轴达到理想转速,将进给速率设置为9 426 mm/min,代入上式得电主轴角速度为94.26 rad/min 即主轴转速设置为30 rpm,实验过程如图16所示。

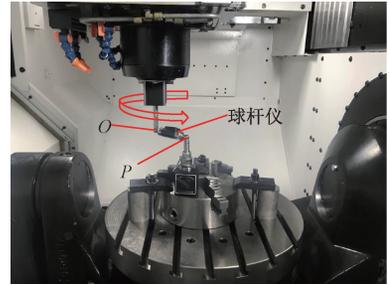


图16 电主轴径向热误差测量差实验

Fig. 16 Experiment of radial thermal error measurement difference of motorized spindle

## 2) 电主轴轴向热伸长误差测量

本文提出将球杆仪轴线与主轴轴线重合布置,使其充当一个一维线性位移传感器,可直接在球杆仪上位机软件中读取当前时刻球杆仪长度变化值,从而测得电主轴轴向热误差,如图17所示。实际测量过程如图18所示,首先用设定球连接中心磁力座浮动杆和主轴杆,然后锁死浮动磁力座,将机床设置为手动操作模式,使用手摇脉冲发生器将主轴向Z方向提升100 mm 用于放置球杆仪。

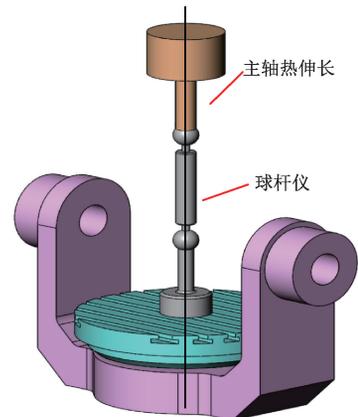


图17 电主轴轴向热误差测量方法

Fig. 17 Measurement method of axial thermal error of motorized spindle

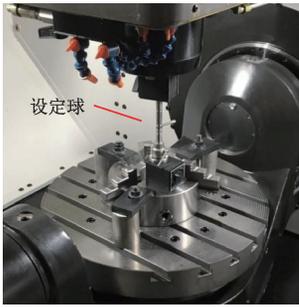


图 18 电主轴轴向热误差测量差实验

Fig. 18 Experiment of axial thermal error measurement difference of motorized spindle

#### 4.2 实验与建模数据分析

为模拟电主轴在实际有载切削时可能产生的热误差的大小,将电主轴转速设置为每分钟 3 000 转恒速,在这种状态下运行 2 h 后,主轴近似处于负载状态。该过程中应禁止其它运动轴发生位移,避免测试结果中包含其它运动轴的热误差与几何误差分量。在此之后,机床停机,用 4.1 节 1) 所述方法测量出主轴径向漂移轨迹,如图 19 所示,测得数据用最小二乘法处理,拟合出圆心  $O$  实际坐标  $(-0.009\ 2, 0.002\ 1)$  作为原始坐标点,将下一时刻拟合得到的圆心坐标点与  $O$  点作差,即可得到该时刻径向热漂移误差  $E$ 。用 4.1 节 2) 所述方法测量出当前时刻球杆仪的长度值为  $99.987\ 4\ \text{mm}$  作为原始长度,将下一时刻测得球杆仪长度与原始长度作差后取绝对值,即可得到该时刻轴向热伸长量  $\Delta L$ 。将当前时刻标定为  $t_0$ ,然后每 15 min 记录一次主轴温度和误差数据,该实验总共进行 4 h,之后保存所有温度数据和误差测量数据。

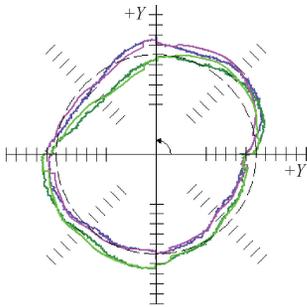


图 19 主轴径向漂移轨迹

Fig. 19 Radial drift trajectory of spindle

由于本实验主轴设定转速不高,故可不考虑 3.4 节中提到的因滚动物离心力对主轴造成的影响,即主轴被抬升量在加工中可忽略不计,但高转速工况下必须考虑此影响。为了使测量结果更加精确,在机床工作台上放置两个中心磁力座,如图 20 所示。在同一时刻测量完径向误差后,不移动机床运动轴,直接将球杆仪  $P$  端从径向

误差测量磁力座上拆下,并安装在轴向误差测量磁力座上测量轴向热误差。在同一时刻下对两个误差进行测量时,避免因主轴轴向热伸长对径向热误差的测量结果产生影响,根据图 20 分析二者关系。得到因主轴伸长后,球杆仪的长度变为:

$$r' = \frac{r}{\cos\theta} = \frac{r}{\cos \frac{\Delta L}{r}} \quad (34)$$

将  $r'$  与  $r$  做差可得  $\Delta r$ ,在进行径向热误差拟合时,要将测量数据全部减去  $\Delta r$ ,避免因主轴伸长造成对径向误差数据拟合结果的影响。

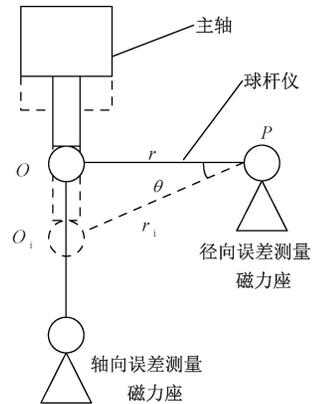


图 20 主轴热伸长导致的球杆仪长度变化

Fig. 20 Change of ballbar length caused by thermal elongation of spindle

##### 1) 误差测量实验结果分析

根据 3.2 节中的结论,在距离鼻端 157 mm 既  $\xi$  处放置温度传感器,测得温度为  $T$ ,如图 21 所示。在开始记录数据前,温度传感器初始温度为  $22.5^\circ\text{C}$ ,随着实验的进行,电主轴内电机和轴承的温度在持续上升。在 45 min 之前,由于冷却液冷却效果减弱导致  $\xi$  处测得温升较快,45 min 之后  $\xi$  处温度缓慢升高,产生的热量逐渐由冷却液和空气对流换热带走。在 200 min 后, $\xi$  处温升基本不变,接近热平衡状态。同时测量主轴径向热误差  $E$  以及轴向热伸长量  $\Delta L$ ,将数据绘制于图 22 中且可知,实际测得轴向热伸长量  $\Delta L$  较径向热漂移误差  $E$  大 3 倍左右,轴向热伸长量最大可达到  $20.1\ \mu\text{m}$ ,而径向热漂移误差最大为  $5.93\ \mu\text{m}$ 。

##### 2) 误差理论建模结果分析

首先进行电主轴轴向热误差理论建模。线膨胀系数  $\alpha = 13.6 \times 10^{-6}$ ,  $L = 165\ \text{mm}$ ,初始温度  $T_0 = 22.5^\circ\text{C}$ ,中值点  $\xi$  处温度数据  $T(\xi)$  已由传感器测出并简写为  $T$ ,将已知数据代入式 (21) 得到电主轴轴向热伸长量  $\Delta L$  的理论建模值,如表 1 所示。然后对电主轴径向热误差进行理论建模。该电主轴鼻端轴承为 7010 CETA P4 级精度角接

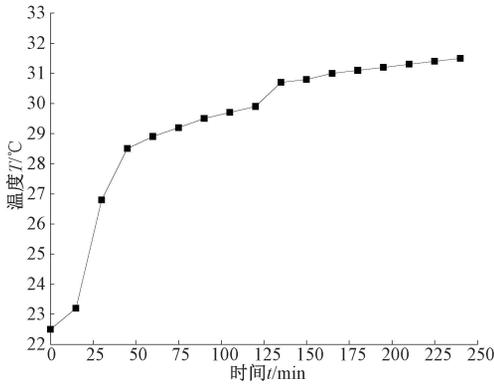


图 21 电主轴  $\xi$  处温度与时间关系曲线

Fig. 21 Relationship curve between temperature rise and time-varying at the  $\xi$  in motorized spindle

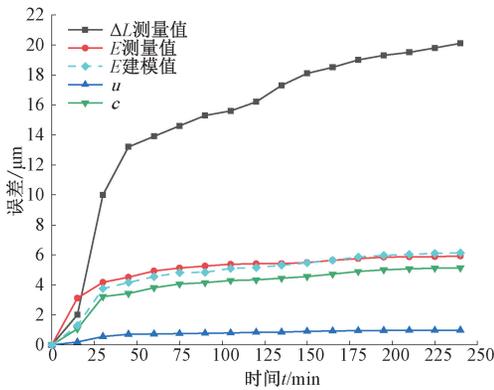


图 22 各误差分量变化曲线

Fig. 22 Variation curve of each error element

触轴承,其中  $r_A = 25 \text{ mm}$ ,  $r_B = 27.34 \text{ mm}$ ,  $r_C = 37.66 \text{ mm}$ ,泊松比  $\mu = 0.26$ ,滚动体直径  $D_w = 10.319 \text{ mm}$ ,沟曲率半径系数  $f = 0.53$  将已知参数代入式(15)、(16)中得到  $u_B$ 、 $u_C$  处热膨胀量,二者作差得到轴承径向热膨胀量  $u$ ,将轴向热伸长量  $\Delta L$  的理论建模值代入(32)式中得到游隙  $c$  的理论建模值,如表 2 所示,最后将  $u$  与  $c$  相加得到主轴径向误差  $E$  理论建模值,将数据绘制于图 22 中。

由图 22 可知在 45 min 之前,轴向、径向热误差变化较快,45 min 后误差数值变化缓慢,然后趋近于平稳,变化趋势与图 21 中所示  $\xi$  处温度变化相似,为更好描述电主轴轴向热伸长  $\Delta L$  与  $\xi$  处温度之间的关系,绘制其相关性曲线,如图 23 所示。由表 1 可知,轴向热伸长  $\Delta L$  的建模值与测量值在初始时刻都为设定的  $0 \text{ }\mu\text{m}$ ,两者在初始时刻不存在差值。但因为电主轴热图像是基于热稳态条件生成的,因此从初始时刻开始,随着主轴运行时间的增加,建模值逐渐偏离测量值;当机床继续运行,电主轴逐渐达到热稳态时,建模值与测量值的差值也逐步减小;由于外部干扰及建模精度等因素的影响,轴向伸长到一

表 1 轴向热误差测量与建模值对比

Table 1 Comparison of axial thermal error measurement and modeling values

$T$ / $^{\circ}\text{C}$	$\Delta L$ 测量值 / $\mu\text{m}$	$\Delta L$ 建模值 / $\mu\text{m}$	$T$ / $^{\circ}\text{C}$	$\Delta L$ 测量值 / $\mu\text{m}$	$\Delta L$ 建模值 / $\mu\text{m}$
22.5	0	0	30.7	17.3	18.50
23.2	2.0	1.57	30.8	18.1	18.63
26.8	10.0	9.65	31.0	18.5	19.07
28.5	13.2	13.46	31.1	19.0	19.30
28.9	13.9	14.36	31.2	19.3	19.52
29.2	14.6	15.03	31.3	19.5	19.75
29.5	15.3	15.71	31.4	19.8	19.97
29.7	15.6	16.16	31.5	20.1	20.20
29.9	16.2	16.61			

表 2 轴承热膨胀量及游隙理论建模值

Table 2 Theoretical modeling value of bearing thermal expansion and clearance

时间 / $\text{min}$	$u$ / $\mu\text{m}$	$c$ / $\mu\text{m}$	时间 / $\text{min}$	$u$ / $\mu\text{m}$	$c$ / $\mu\text{m}$
0	0	0	135	0.86	4.45
15	0.21	1.08	150	0.91	4.56
30	0.55	3.21	165	0.92	4.72
45	0.72	3.44	180	0.95	4.91
60	0.74	3.81	195	0.96	5.01
75	0.76	4.06	210	0.97	5.07
90	0.78	4.16	225	0.98	5.12
105	0.80	4.29	240	0.99	5.14
120	0.83	4.33			

定长度时,差值依然存在,但是在达到热稳态之后  $\Delta L$  建模值与测量值的差值在电主轴运行全过程中是最小的。由图 21、23 可以看出  $\Delta L$  与  $\xi$  处温度基本成线性关系,且  $\Delta L$  理论建模值与实际测量值最大残差为  $1.2 \text{ }\mu\text{m}$ ,径向误差  $E$  理论与测量值残差为  $1.83 \text{ }\mu\text{m}$  发生在初始 15 min 时刻,符合建模要求。验证了利用热弹性理论及积分中值定理分别建立电主轴径向和轴向热误差线性模型的方法有效。

根据式(14)知,在确定轴承材料属性和半径等常数后,误差  $u$  与轴承环境温度成比例关系,而轴承环境温度变化趋势因冷却液和热平衡的原因,与电主轴系统温度变化趋势大致相同。因此误差  $u$  在 45 min 前变化较快,45 min 后变化缓慢然后趋于平稳,最大误差为  $0.99 \text{ }\mu\text{m}$ 。

由图 22 可知,因主轴转子热伸长导致的轴承径向游隙  $c$  对电主轴径向热漂移误差贡献最大,最大误差为  $5.14 \mu\text{m}$ ,在实际加工及补偿中需重点注意。

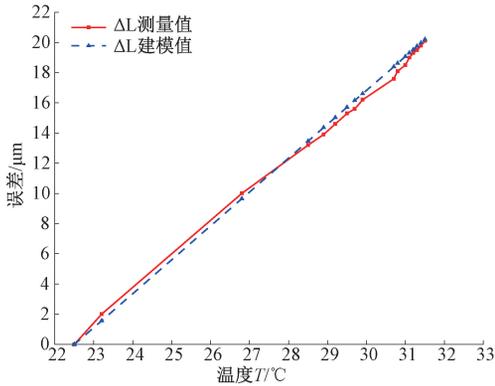


图 23 温升与轴向热误差相关度曲线

Fig. 23 Correlation curve between temperature rise and axial thermal error



图 24 外挂式误差补偿器接线图

Fig. 24 Wiring diagram of external-hanging error compensator

## 5 基于外挂式补偿器的电主轴热误差补偿实验

本文实验所用机床搭载的 FANUC Oi-MD 数控系统带有外部机械坐标偏移功能。将误差模型通过 LabVIEW 上位机软件导入自主开发的外挂式数控机床误差补偿器内,该补偿器以 STM32F103ZET6 芯片作为内核,引脚通过光耦隔离元件与机床 PMC 连接,如图 24 所示,该补偿器可实时读取机床坐标以及温度传感器数据,因本次实验仅进行热误差补偿,故只读取温度数据。根据温度数据和热误差模型,补偿器将补偿量以二进制高低电平信号形式送入机床 PMC,并通过事先添加进机床 PMC 的梯形图交互程序将补偿量送入特殊功能寄存器内,触发机床外部坐标偏移功能从而进行实时误差补偿。该方法不改变机床电气结构和 NC 程序代码,鲁棒性高,操作便捷,通用性强。如图 25 所示,在误差补偿器开启后进行了 10 次加工实验,然后使用 WENZEL 三坐标测量仪对误差补偿效果进行评估,首先采用手动测量方式对工件内孔台阶到测量仪底部大理石台面的距离进行测量以评估轴向误差补偿效果,然后再让红宝石测头分别对测量深度为 3 mm 和 10 mm 的两个内径截面各取四个点作为测量数据,对径向误差补偿效果进行评估。并计算了每组数据的相对标准偏差(RSD)以体现重复性。最终得到所有测量结果如表 3 所示,由表可知,补偿后工件内孔轴向和径向误差分别降低了 73.5% 和 53.6% 左右。



图 25 实际加工中进行热误差补偿

Fig. 25 Compensation for thermal error in actual machining

## 6 结 论

本文以数控机床电主轴为研究对象,完成了电主轴径向及轴向热误差的建模与补偿,具体工作及总结如下:

1) 研究结果表明,电主轴的径向热漂移误差主要由轴承内、外圈热膨胀程度不同导致的间隙  $u$  以及主轴转子热伸长造成轴承预紧力下降而产生的轴承径向游隙  $c$  组成。主轴转子热伸长导致的轴承游隙对电主轴径向热漂移误差贡献最大,约占电主轴径向总误差的 81%。而轴承自身热膨胀产生的径向误差较小。

2) 将积分中值定理结合主轴温度场图像用于轴向热误差建模方法区别于传统经验和理论建模,该方法在大幅降低建模难度的同时还拥有较高精度,可有效用于轴向热误差建模。分析电主轴轴向误差时,要考虑主轴具体结构,对于一端固定一端支承结构的轴系,只有从固定端朝向主轴鼻端的热膨胀会对工件精度造成较大影响。

表3 补偿前后数据比较  
Table 3 Data comparison before and after compensation

测量次数	补偿前		补偿后	
	轴向/mm	径向/mm	轴向/mm	径向/mm
1	29.979 709	175.005 271	29.994 545	175.002 451
2	29.979 625	175.005 322	29.994 471	175.002 513
3	29.979 721	175.005 288	29.994 516	175.002 462
4	29.979 711	175.005 158	29.994 528	175.002 381
5	29.979 906	175.005 952	29.994 661	175.002 736
6	29.979 535	175.005 573	29.994 345	175.002 616
7	29.979 431	175.005 482	29.994 239	175.002 561
8	29.979 607	175.005 467	29.994 404	175.002 478
9	29.979 782	175.005 441	29.994 567	175.002 537
10	29.979 756	175.005 393	29.994 632	175.002 493
均值	29.979 678	175.005 435	29.994 649	175.002 523
均值误差	0.020 322	0.005 435	0.005 351(降低 73.5%)	0.002 523(降低 53.6%)
标准差	0.000 134 201	0.000 218 421	0.000 130 066	$9.874 3 \times 10^{-5}$
RSD	$4.476 41 \times 10^{-6}$	$1.248 08 \times 10^{-6}$	$4.336 32 \times 10^{-6}$	$5.642 38 \times 10^{-7}$

在高转速工况下,轴承滚动体离心力会导致主轴产生明显的轴向误差。

3) 利用球杆仪测量主轴热误差时,使主轴旋转代替五轴机床的B、C轴旋转有助于提高测量精度,且可以将测量适用范围从五轴机床推广至三轴机床。另外,主轴未达到热平衡态时,温度变化较为剧烈,此时热误差模型残差最大。因此,要想获得良好的补偿效果,需预热机床。

### 参考文献

- [1] 杨建国, 范开国, 杜正春. 数控机床误差实时补偿技术[M]. 北京: 机械工业出版社, 2013.  
YANG J G, FAN K G, DU ZH CH. Real-time error compensation technology for CNC machine tools [M]. Beijing: Mechanical Industry Press, 2013.
- [2] MAYR J, JEDRZEJEWSKI J, UHLMANN E, et al. Thermal issues in machine tools [J]. CIRP Annals, 2012, 61(2): 771-791.
- [3] 刘阔, 韩伟, 王永青, 等. 数控机床进给轴热误差补偿技术研究综述[J]. 机械工程学报, 2021, 57(3): 156-173.  
LIU K, HAN W, WANG Y Q, et al. Review on thermal error compensation for feed axes of cnc machine tools[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(3): 156-173.
- [4] 江雪梅, 陶媛媛, 娄平, 等. 数控机床热误差预测模

型的评估方法[J]. 计算机集成制造系统, 2019, 25(1): 81-89.

JIANG X M, TAO Y Y, LOU P, et al. Evaluation method for thermal error prediction models of computer numerical control machine tools[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2019, 25(1): 81-89.

- [5] YANG H, NI J. Dynamic modeling for machine tool thermal error compensation[J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2003, 125(2): 245-254.
- [6] HUANG J H, THAN V, NGO T, et al. An inverse method for estimating heat sources in a high speed spindle[J]. Applied Thermal Engineering, 2016, 105(2): 65-76.
- [7] LIU T, GAO W, TIAN Y, et al. Power matching based dissipation strategy onto spindle heat generations [J]. Applied Thermal Engineering, 2017, 113(1): 499-507.
- [8] ZHANG C, GAO F, YAN L. Thermal error characteristic analysis and modeling for machine tools due to time-varying environmental temperature [J]. Precision Engineering, 2017, 47(6): 231-238.
- [9] 杨建国, 范开国. 数控机床主轴热变形伪滞后研究及主轴热漂移在机实时补偿[J]. 机械工程学报, 2013, 49(23): 129-135.  
YANG J G, FAN K G. Research on the thermal deformation pseudo-lag and real-time compensation for

- cnc machine tool spindle [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(23): 129-135.
- [10] 项四通, 杨建国, 张毅. 基于机理分析和热特性基本单元试验的机床主轴热误差建模[J]. 机械工程学报, 2014, 50(11): 144-152.  
XIANG S T, YANG J G, ZHANG Y. Modeling method for spindle thermal error based on mechanism analysis and thermal basic characteristics tests [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(11): 144-152.
- [11] 魏新园, 钱牧云, 冯旭刚, 等. 基于偏最小二乘的数控机床热误差稳健建模算法[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(5): 34-41.  
WEI X Y, QIAN M Y, FENG X G, et al. Robust modeling method for thermal error of CNC machine tools based on partial least squares algorithm [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(5): 34-41.
- [12] 谭峰, 李成南, 萧红, 等. 基于 LSTM 循环神经网络的数控机床热误差预测方法[J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(9): 79-87.  
TAN F, LI CH N, XIAO H, et al. A thermal error prediction method for CNC machine tool based on LSTM recurrent neural network [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(9): 79-87.
- [13] 黄华, 侯宏天, 李旭东. 虚拟观测法在球杆仪估算机床平动轴几何误差中的应用[J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(12): 47-55.  
HUANG H, HOU H T, LI X D. The application of virtual observation method to the estimation of geometric error of machine tool translational axis using ball bar[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(12): 47-55.
- [14] LIU H, MIAO E, ZHUANG X, et al. Thermal error robust modeling method for CNC machine tools based on a split unbiased estimation algorithm [J]. Precision Engineering, 2018, 51(2): 169-175.
- [15] YAO X, DU Z, GE G, et al. Dynamic temperature gradient and unfalsified control approach for machine tool thermal error compensation [J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2020, 34(1): 319-331.

- [16] 芮执元, 李特, 雷春丽, 等. 高速电主轴中的离心现象及其影响[J]. 中国机械工程, 2015, 26(21): 2853-2862.

RUI ZH Y, LI T, LEI CH L, et al. Centrifugal phenomenon and its influence on high speed spindles[J]. China Mechanical Engineering, 2015, 26(21): 2853-2862.

## 作者简介



**黄华**(通信作者), 2001年于陕西科技大学获得学士学位, 2005年于兰州理工大学获得硕士学位, 2011年于同济大学获得博士学位, 现为兰州理工大学副教授, 主要研究方向为数控机床误差补偿技术。

E-mail: hh318872@126.com

**Huang Hua** (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Shaanxi University of Science & Technology in 2001, received his M. Sc. degree from Lanzhou University of Technology in 2005, and received his Ph. D. degree from Tongji University in 2011. He is currently an associate professor at Lanzhou University of Technology. His main research interests is the error compensation technology of CNC machine tool.



**李旭东**, 2019年于河南科技学院获得学士学位, 主要研究方向为数控机床误差补偿技术。

E-mail: 1370848294@qq.com

**Li Xudong** received his B. Sc. degree from Henan Institute of Science & Technology in 2019. His main research interest is the error compensation technology of CNC machine tool.



**赵丛林**, 2020年于山东农业大学获得学士学位, 主要研究方向为数控机床几何误差的辨识与补偿。

E-mail: 805076600@qq.com

**Zhao Conglin** received his B. Sc. degree from Shandong Agricultural University in 2020. His main research interests include identification and compensation of geometric errors in CNC machine.