

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2209591

基于 HHT 的转动惯量测量技术研究

张晓琳¹,冯晓媛¹,于航¹,王文宁²

(1. 哈尔滨工业大学仪器科学与工程学院 哈尔滨 150001; 2. 首都航天机械有限公司 北京 100076)

摘要:为提高扭摆法测量大型回转体转动惯量的测量精度,克服线性转动惯量测量模型及周期法转动惯量计算的弊端,开展了基于希尔伯特-黄变换(HHT)的转动惯量测量技术研究。建立了考虑摩擦阻力矩的非线性转动惯量测量模型,在此基础上,通过经验模态分解提取了角位移主分量,利用希尔伯特变换识别了扭摆系统的瞬时阻尼系数和瞬时无阻尼固有频率,最后利用最小二乘法拟合得到非线性模型参数,精确求解了转动惯量。研制了一套大型回转体转动惯量测量系统,对不同组合的标准件进行转动惯量测量试验,验证了基于 HHT 的转动惯量计算方法的可行性。大量试验测量结果表明,本系统转动惯量测量相对误差小于 0.2%,测量精度显著优于传统的周期法测量结果。

关键词:扭摆法;转动惯量;希尔伯特-黄变换;非线性转动惯量测量模型

中图分类号: TH701 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 410.55

Research on measuring technology of moment of inertia based on HHT

Zhang Xiaolin¹, Feng Xiaoyuan¹, Yu Hang¹, Wang Wenning²

(1. School of Instrumentation Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;
2. Capital Aerospace Machinery Corporation Limited, Beijing 100076, China)

Abstract: The measuring technology of moment of inertia based on Hilbert-Huang Transform (HHT) is conducted to improve the measurement precision of the moment of inertia of large rotary body by the torsional pendulum method and to overcome the disadvantages of the traditional linear measurement model and the periodic method for calculating the moment of inertia. A nonlinear measuring model of moment of inertia considering friction resistance moment is formulated. On this basis of the model, the principal component of angular displacement is extracted by the empirical mode decomposition and the instantaneous damping coefficient and instantaneous undamped natural frequency are identified by Hilbert transform. The nonlinear model parameters are fitted by the least square method, and the moment of inertia is calculated accurately. A system for measuring the moment of inertia of a large rotary body is developed, and the rotational inertia measurement tests verify the feasibility of calculating the moment of inertia based on HHT are implemented on different combinations of standard parts. The measurement results of a large number of standard parts show that the relative error of the system is less than 0.2%, the measurement precision of the inertia using HHT is observably better than that of the traditional period method.

Keywords: torsion pendulum method; moment of inertia; HHT; nonlinear measuring model of moment of inertia

0 引 言

随着航空航天技术的发展,飞行器飞行任务越来越复杂,控制要求越来越高。转动惯量为飞行器外形尺寸设计、轨道控制、姿态控制等提供重要参考,因此转动惯量测量技术的研究至关重要。转动惯量测量方法^[1-6]有

很多,其中扭摆法结构简单、易操作、安全性高、测量准确度高,被广泛应用于大型飞行器测量。根据被测产品结构不同,扭摆法分为立式扭摆法和卧式扭摆法,其基本原理相同:将被测产品置于气浮轴承或滚珠轴承支撑的扭摆台上,施加一定激励使其做扭摆振动,根据被测产品角位移变化计算转动惯量。对于大型回转体,扭摆法误差^[7]的主要来源是扭摆振动中轴承副的摩擦阻力矩,为

为了提高转动惯量测量精度,文献[8-9]采用气浮轴承替代滚珠轴承,减小扭摆振动机械摩擦,提高转动惯量测量精度。但是,气浮轴承价格昂贵,制造技术要求高,对环境要求高,在经费、环境有限的条件下不适用。滚珠轴承在扭摆振动过程中产生较大摩擦阻力矩,导致扭摆次数变少,扭摆周期测量精度下降,因此利用传统周期法计算的转动惯量精度较低。为提高应用滚珠轴承支撑的扭摆台测量转动惯量的精度,文献[10]提出尽量选用与实际被测产品质量特性相同的标准件进行系统标定,并设计机构使每次摆动的起始位置一样,最大限度地消除摩擦阻尼不一致带来的误差,该方法测量不同被测产品均需制造一个特定标准件,灵活性差,且当被测产品为大型结构时,标准件制造成本、难度增加;文献[11-12]分析了卧式扭摆法中由滚轮产生的摩擦阻力矩对扭摆周期、扭摆次数及静平衡位置的影响,通过调整3个光电传感器的位置保证提取静平衡位置处的周期,提高了周期测量精度,将转动惯量测量误差降低一个数量级,与制造特定标准件方法相比,该方法相对灵活,但光电传感器个数增加,且仍然需要针对不同被测产品调整传感器位置。

在经费、环境有限条件下,为提高扭摆法测量大型回转体转动惯量的测量精度,克服扭摆次数变少导致传统周期法计算转动惯量的精度降低问题,本文从改进动力学模型出发,建立考虑摩擦阻力矩的非线性转动惯量测量模型,提出基于希尔伯特-黄变换(Hilbert-Huang transform, HHT)的转动惯量计算方法,将转动惯量测量归结于非线性转动惯量测量模型参数的识别问题,无须进行减小或消除摩擦的处理,无须测量扭摆周期,为提高大型回转体转动惯量测量精度提供了一种新方法。

1 非线性转动惯量测量模型

本文采用立式扭摆法,测量示意图如图1所示。

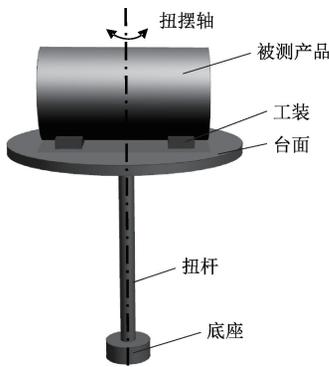


图1 扭摆法测量示意图

Fig. 1 Measurement schematic diagram of the torsion pendulum method

扭摆台支撑轴承为滚珠轴承,实际测量中,扭摆振动属于低速振动,被测产品为回转体,空气阻力矩与角速度成正比,扭摆为小角度扭摆,扭杆产生的恢复力矩符合胡克定律,被测产品为中小型结构时,被测产品与工装的质量较小,轴承副的摩擦阻力可忽略,因此通常采用线性转动惯量测量模型式(1)描述扭摆振动。

$$J\ddot{\theta} + C\dot{\theta} + K\theta = 0 \quad (1)$$

对于大型被测产品,产品与工装质量较大,轴承副的摩擦阻力对测量精度影响不可忽略,线性测量模型不再符合扭摆振动实际情况,建立考虑摩擦阻力矩的非线性转动惯量测量模型:

$$J\ddot{\theta} + F_f \operatorname{sgn}(\dot{\theta}) + C\dot{\theta} + K\theta = 0 \quad (2)$$

式中: J 为系统对扭摆轴的转动惯量, θ 为角位移, F_f 为摩擦阻尼系数, C 为空气阻尼系数, K 为扭杆刚度系数。

为了方便后续进行非线性模型的分析,令 $f = F_f/J$, $c = C/J$, $k = K/J$, 得到归一化非线性模型:

$$\ddot{\theta} + f \operatorname{sgn}(\dot{\theta}) + c\dot{\theta} + k\theta = 0 \quad (3)$$

归一化的非线性转动惯量测量模型可分解为:

$$\begin{cases} \ddot{\theta} + c\dot{\theta} + k\theta = f \operatorname{sgn}(\dot{\theta}) \\ \ddot{\theta} + c\dot{\theta} + k\theta = -f \operatorname{sgn}(\dot{\theta}) \end{cases} \quad (4)$$

摩擦阻力矩的方向始终与角位移方向相反,因此以半周期进行解析推导。第1个半周期(第1个完整周期的前半周期)的角位移表示为 θ_1 ,初始扭摆角为 θ_0 ,角速度 $\dot{\theta}_1 < 0$,第1个半周期非线性模型的解为:

$$\theta_1 = A_1 e^{-\frac{1}{2}ct} \sin(\omega_d t + \alpha_0) + \frac{f}{k} \quad (5)$$

式中: $\omega_d = \sqrt{k - \frac{1}{4}c^2}$, $T_d = 2\pi/\omega_d$ 。

令 $t_1 = T_d/2$, $t_2 = T_d$, $t_3 = 3T_d/2 \dots t_i = iT_d/2$ 。

第1个半周期的初始条件 $t = 0$ 时, $\theta_1 = \theta_0$, $\dot{\theta}_1 = 0$, 带入式(5),得到:

$$\begin{cases} \cot \alpha_0 = \frac{c}{2\omega_d} \\ \sqrt{k} \left(\theta_0 - \frac{f}{k} \right) \\ A_1 = \frac{\sqrt{k} \left(\theta_0 - \frac{f}{k} \right)}{\omega_d} \end{cases} \quad (6)$$

第2个半周期(第1个完整周期的后半周期)非线性模型的解为:

$$\theta_2 = A_2 e^{-\frac{1}{2}c(t-t_1)} \sin[\omega_d(t-t_1) + \alpha_0] - \frac{f}{k} \quad (7)$$

第2个半周期的初始条件 $t_1 = 0$ 时, $\theta_2 = \theta_1$, $\dot{\theta}_2 = 0$, 带入式(7),得到:

$$A_2 = \frac{\sqrt{k} \left(\theta_1 + \frac{f}{k} \right)}{\omega_d} = \left(2 \frac{f}{k} - A_1 \frac{\omega_d}{\sqrt{k}} e^{-\frac{c\pi}{2\omega_d}} \right) \frac{\sqrt{k}}{\omega_d} \quad (8)$$

同理,得到第3个半周期和第4个半周期非线性转动惯量测量模型的解:

$$\begin{cases} \theta_3 = A_3 e^{-\frac{1}{2}\zeta(\omega_d t - t_2)} \sin[\omega_d(t - t_2) + \alpha_0] + \frac{f}{k} \\ \theta_4 = A_4 e^{-\frac{1}{2}\zeta(\omega_d t - t_3)} \sin[\omega_d(t - t_3) + \alpha_0] - \frac{f}{k} \end{cases} \quad (9)$$

式中:

$$\begin{cases} A_3 = \left(-2 \frac{f}{k} - A_2 \frac{\omega_d}{\sqrt{k}} e^{-\frac{c\pi}{2\omega_d}} \right) \frac{\sqrt{k}}{\omega_d} \\ A_4 = \left(2 \frac{f}{k} - A_3 \frac{\omega_d}{\sqrt{k}} e^{-\frac{c\pi}{2\omega_d}} \right) \frac{\sqrt{k}}{\omega_d} \end{cases} \quad (10)$$

通过同样的方式推导得到任意一个半周期的解析解,发现任意一个半周期的初始值与终止值绝对值之差为:

$$\begin{aligned} & |\theta_i(t_{i-1})| - |\theta_i(t_i)| = \\ & |\theta_{i-1}(t_{i-1})| \left(1 - e^{-\frac{c\pi}{2\omega_d}} \right) + \left(1 + e^{-\frac{c\pi}{2\omega_d}} \right) \frac{f}{k} \end{aligned} \quad (11)$$

前一个半周期的终止值等于后一个半周期的初始值,即:

$$|\theta_i(t_{i-1})| = |\theta_{i-1}(t_{i-1})| \quad (12)$$

将式(12)代入式(11),角位移满足:

$$|\theta_{i-1}(t_{i-1})| e^{-\frac{c\pi}{2\omega_d}} - |\theta_i(t_i)| = \left(1 + e^{-\frac{c\pi}{2\omega_d}} \right) \frac{f}{k} \quad (13)$$

绘制角位移曲线 $\theta(t)$ 如图2所示。

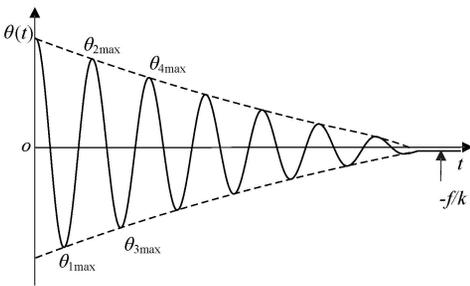


图2 扭摆振动角位移响应

Fig. 2 Angular displacement response of torsional pendulum vibration

由图2可以看出,考虑摩擦阻尼力矩的非线性转动惯量测量模型当 $t \rightarrow \infty$ 时,扭摆角位移为 f/k 或 $-f/k$,即平衡位置不是 $\theta = 0$ 处。在 f/k 或 $-f/k$ 处,扭杆恢复力矩与系统阻力矩存在以下关系:

$$K\theta = F_f + C\dot{\theta} \quad (14)$$

因此在 $[-f/k, f/k]$ 范围内,恢复力矩的值小于系统阻力矩,运动速度为0。

2 基于 HHT 的转动惯量计算方法

传统周期法计算转动惯量,需测量扭摆周期,通过式(15)求得转动惯量。

$$J = \frac{K(1 - \xi^2)}{4\pi^2} T^2 = \frac{K_{eq}}{4\pi^2} T^2 \quad (15)$$

式中: ξ 为系统阻尼比, K_{eq} 为扭摆系统等效扭杆刚度系数。当被测产品不变、工装不变的情况下,认为 K_{eq} 不变,该值需通过已知转动惯量的标准件标定得到。为了实现转动惯量的高精度测量,尽量选用与被测产品质量特性相同的标准件标定,测量灵活性好。

邹红玉等^[13]指出,扭摆周期测量时,光电传感器的最佳摆放位置是角速率最大的位置,即静平衡位置。由非线性转动惯量测量模型解析解推导可知,实际测量中,静平衡位置不是 $\theta = 0$ 处,与时间轴不重合,因此提取角位移与时间轴的交点确定的周期并不能代表扭摆周期,且当被测产品为大型回转体时,轴承副摩擦阻力矩较大,扭摆次数较少,静平衡位置越偏离时间轴,提取的周期越不可靠。

为了克服以上问题,提出基于 HHT 的转动惯量计算方法, HHT 由经验模态分解 (empirical mode decomposition, EMD) 和希尔伯特变换 (Hilbert transform, HT) 两部分组成,计算方法具体步骤如下:

1) 利用 EMD 提取角位移主分量。

当扭摆角速度方向发生变化时,滚珠轴承产生的摩擦阻力作用方向发生变化,导致扭摆系统力学特性表现为非线性,但是在角速度方向未发生改变的时间间隔内,扭摆系统为线性系统,在整个时间段内属于分段线性系统,系统响应中存在一能够描述非线性系统主要特征的主分量,主分量满足:

$$\theta_p(t) = A(t) \cos[\varphi(t)] \quad (16)$$

式中: $A(t)$ 为主分量 $\theta_p(t)$ 的瞬时振幅, $\varphi(t)$ 为瞬时相位。

通过 EMD^[14-15] 对扭摆系统的响应信号 $\theta(t)$ 进行处理,得到一系列的单分量固有模态函数 (intrinsic mode function, IMF) 和一个频率接近零的残余信号,表示为:

$$\theta(t) = \sum_{i=1}^n \text{IMF}_i(t) + r_n(t) \quad (17)$$

采样得到的 $\theta(t)$ 为离散信号,因而得到的 IMF 也为离散信号,信号能量^[16]表示为:

$$E(i) = \sum_{t=0}^n |\text{IMF}_i^2(t)| \Delta t \quad (18)$$

式中: Δt 为采样时间间隔, $E(i)$ 表示 $\text{IMF}_i(t)$ 的能量。

选取能量占比最大的 IMF 作为主分量 $\theta_p(t)$,其中,非线性非常弱时, $\theta(t)$ 经 EMD 处理后,仍得到本身,此

时,将 $\theta(t)$ 作为主分量 $\theta_p(t)$ 。通常实际采样得到的响应信号 $\theta(t)$ 包含外界环境、数据采集产生的高频噪声,EMD提取主分量 $\theta_p(t)$ 的同时能够对信号进行滤波处理。

2) 基于HT识别瞬时模态参数

将扭摆系统以“功率原理”进行线性化,得到的线性化系统能够保留原非线性系统的重要非线性信息。归一化非线性转动惯量测量模型等效为线性模型:

$$\ddot{\theta} + 2h_s(t)\dot{\theta} + \omega_s^2(t)\theta = 0 \quad (19)$$

式中: $h_s(t)$ 为快变的瞬时阻尼系数, $\omega_s(t)$ 为快变的瞬时无阻尼固有频率,快变参数能够分解为一个与主分量 $\theta_p(t)$ 相关的慢变参数和另一个快变参数,表示为:

$$\begin{cases} h_s(t) = h_0(t) + h_{\text{fast}}(t) \\ \omega_s(t) = \omega_0(t) + \omega_{\text{fast}}(t) \end{cases} \quad (20)$$

式中: $h_0(t)$ 、 $\omega_0(t)$ 称为非线性系统的瞬时模态参数, $h_0(t)$ 为慢变的瞬时阻尼系数, $\omega_0(t)$ 为慢变的瞬时无阻尼固有频率; $h_0(t)$ 、 $\omega_0(t)$ 与主分量 $\theta_p(t)$ 没有频谱重叠; $h_0(t)$ 、 $\omega_0(t)$ 为低通信号; $\theta_p(t)$ 为高通信号。

角位移主分量 $\theta_p(t)$ 的解析信号表示为:

$$\Theta(t) = \theta_p(t) + i\tilde{\theta}_p(t) \quad (21)$$

式中: $\tilde{\theta}_p(t)$ 为 $\theta(t)$ 的Hilbert变换信号, i 为复数的虚部单位。

将式(16)代入式(21),得到:

$$\Theta(t) = A(t) \cos[\varphi(t)] + iA(t) \sin[\varphi(t)] = A(t) e^{i\varphi(t)} \quad (22)$$

根据式(16)和(22)可知,主分量 $\theta_p(t)$ 与主分量解析信号 $\Theta(t)$ 的瞬时振幅和瞬时相位相同。

主分量 $\theta_p(t)$ 的能量在系统响应总能量中占优,因此将与主分量 $\theta_p(t)$ 相关的慢变模态参数组成的模型式(23)作为归一化非线性转动惯量测量模型的等效辨识模型。

$$\ddot{\theta}_p + 2h_0(t)\dot{\theta}_p + \omega_0^2(t)\theta_p = 0 \quad (23)$$

将式(23)两边进行Hilbert变换,并乘以 i ,与式(23)相加,转化为:

$$i\dot{\Theta} + 2h_0(t)\dot{\Theta} + \omega_0^2(t)\Theta = 0 \quad (24)$$

将式(22)代入式(24)中进行求解,得到瞬时模态参数表达式为:

$$\begin{cases} h_0(t) = -\frac{\dot{A}(t)}{A(t)} - \frac{\dot{\omega}(t)}{2\omega(t)} \\ \omega_0^2(t) = \omega^2(t) - \frac{\ddot{A}(t)}{A(t)} + \frac{2A^2(t)}{A^2(t)} + \frac{A(t)\dot{\omega}(t)}{A(t)\omega(t)} \end{cases} \quad (25)$$

由式(25)可知,通过主分量 $\theta_p(t)$ 的瞬时特性能够计算得到瞬时模态参数。

3) 最小二乘法估计非线性模型物理参数

根据文献[17],非线性系统可以表示为:

$$\ddot{\theta} + \sum_{j=0}^n c_j |\dot{\theta}|^j \cdot \text{sgn}(\dot{\theta}) + \sum_{i=1}^m k_i |\theta|^i \cdot \text{sgn}(\theta) = 0 \quad (26)$$

等效辨识模型的瞬时模态参数可以表示为:

$$\begin{cases} h_0(t) = \sum_{j=0}^n \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma\left(\frac{j}{2} + 1\right)}{\Gamma\left(\frac{j+1}{2} + 1\right)} c_j \cdot [A(t)\omega(t)]^{j-1} \\ \omega_0^2(t) = \sum_{i=1}^m \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma\left(\frac{i}{2} + 1\right)}{\Gamma\left(\frac{i+1}{2} + 1\right)} k_i \cdot A^{i-1}(t) \end{cases} \quad (27)$$

对于本文扭摆系统,瞬时模态参数为:

$$\begin{cases} h_0(A\omega) = \frac{2f}{\pi A\omega} + \frac{c}{2} \\ \omega_0(A) = \sqrt{k} \end{cases} \quad (28)$$

式中: $A\omega$ 称为速度包络。

根据式(28),对第2)步中识别得到的瞬时模态参数进行最小二乘曲线拟合,得到非线性模型的物理参数。

4) 求解转动惯量

得到非线性模型的物理参数后,由式(2)和(3)可知,当已知扭杆刚度系数 K ,可利用式(29)计算得到被测产品转动惯量。

$$J = \frac{K}{k} \quad (29)$$

基于HHT的转动惯量计算方法的思路是利用时频域分析方法HHT进行非线性转动惯量测量模型参数识别,进而求解转动惯量,关键步骤是通过HT建立瞬时模态参数与主分量 $\theta_p(t)$ 的瞬时特性的函数关系,本文采用经验包络法^[18-19]提取瞬时特性,因篇幅有限,不对瞬时特性的提取做具体说明。

3 数值仿真

使用数值仿真的方式验证扭摆法转动惯量测量中周期法存在的弊端,基于HHT的转动惯量计算方法的可行性。

构造数值算例,采用四阶龙格-库塔法求得数值解,设置频率为300 Hz,初始扭摆角度为0.04 rad,构造如式(30)非线性转动惯量测量模型,模型参数参考转动惯量测量试验得到的实际参数值设置。

$$1800\ddot{\theta} + 2.1\text{sgn}(\dot{\theta}) + 10\dot{\theta} + 2500\theta = 0 \quad (30)$$

利用EMD对 $\theta(t)$ 处理结果如图3所示。

其中,IMF₁能量占比为99.91%,因此将IMF₁作为

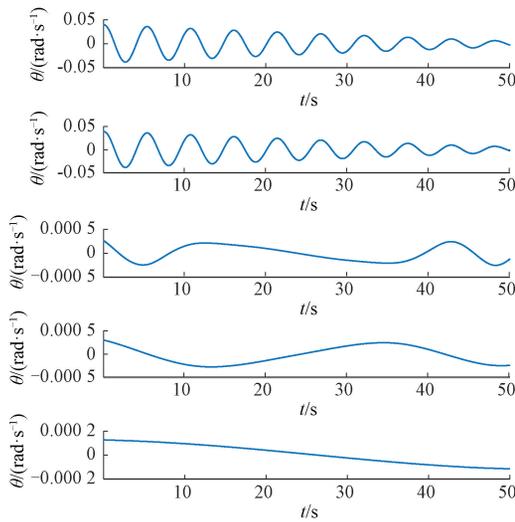


图3 EMD处理结果

Fig. 3 Results processed by EMD

主分量 $\theta_p(t)$, 即:

$$\theta_p(t) = \text{IMF}_1 \quad (31)$$

应用经验包络法提取主分量的解析信号 $\Theta(t)$ 的瞬时振幅和瞬时角频率, 根据式(25)得到扭摆系统的瞬时阻尼系数和瞬时无阻尼固有频率, 如图4和5所示。

对瞬时无阻尼固有频率进行最小二乘曲线拟合, 得到参数 k , 最后根据式(29), 得到转动惯量。

$$J = \frac{K}{k} = 1\,803.101\,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (32)$$

对于非线性转动惯量测量模型式(30), 基于HHT的转动惯量计算方法相对误差为0.17%。通过以上仿真算

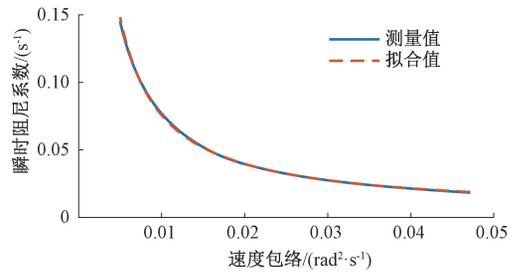


图4 瞬时阻尼系数

Fig. 4 Instantaneous damping coefficient

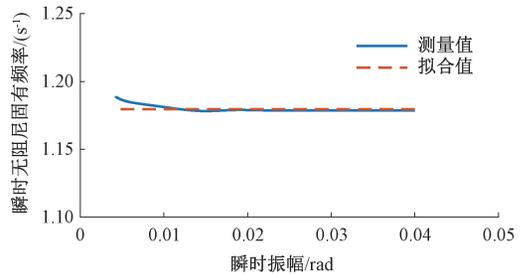


图5 瞬时无阻尼固有频率

Fig. 5 Instantaneous undamped natural frequency

例分析验证了基于HHT的转动惯量计算方法的可行性。

构造质量不同、系统转动惯量不同的数值仿真模型, 利用HHT对其进行解算, 求得转动惯量, 结果如表1所示, 表1中质量表示轴承承载的总质量, 转动惯量表示扭摆系统整体对扭摆轴的转动惯量。提取模型3角位移曲线与时间轴的交点, 周期变化如图6所示。

表1 转动惯量计算结果

Table 1 Calculation results of moment of inertia

模型序号	质量/kg	标准值 J /($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	周期法 J /($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	基于HHT的计算法 J /($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	周期法相对误差 /%	基于HHT的计算法 相对误差/%
1	400	240	240.302 4	240.084 5	0.12	0.04
2	500	300	300.562 8	300.358 0	0.19	0.12
3	1 000	1 400	1 404.824 5	1 402.052 6	0.34	0.15
4	2 000	1 800	1 817.287 2	1 803.101 3	0.96	0.17
5	3 000	2 200	2 227.819 8	2 204.196 8	1.26	0.18

由图6可以看出, 当质量达到2 000 kg时, 扭摆周期数量仅有9个, 整个周期变化不能用准确的解析式进行描述, 但是总体趋势是逐渐变大的。从表1中可以看出, 随着质量的增大, 周期法转动惯量计算的相对误差不断增大, 这是随着质量的增大, 扭摆台轴承副的摩擦阻力矩也随之增大, 扭摆振动衰减变大, 导致周期不可靠的原因。基于HHT的转动惯量计算法的误差也随着质量的

增大, 不断增大, 原因有两方面, 一方面是摩擦阻力矩增大导致扭摆系统非线性增强, 参数识别误差增大; 另一方面是质量的增大, 往往伴随着转动惯量的增大, 扭杆刚度系数一定时, 归一化参数变小, 参数识别误差增大。但是, 当被测产品为大型结构, 质量较大时, 基于HHT的转动惯量计算方法得到的转动惯量相对误差小于0.2%, 仍然显著优于周期法。

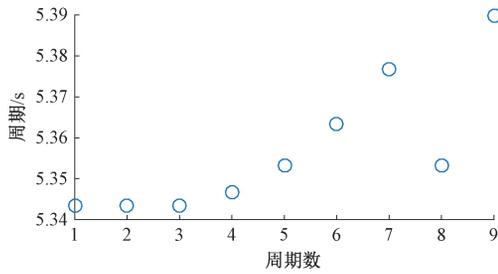


图 6 周期变化曲线

Fig. 6 Periodic curve



图 7 转动惯量测量系统

Fig. 7 Rotational inertia measurement system

4 系统试验及结果分析

研制了一套以滚珠轴承支撑的大型回转体转动惯量测量系统,用于某产品测量,因其为军工产品,测量过程实物图与被测产品结果不能公开,使用标准件进行产品转动惯量测量试验。标准件转动惯量测量系统主要包括工控机、光栅位移传感器、气动装置、扭摆台、条形载物台、标准件,实物如图 7 所示,光栅位移传感器测量范围为 40 mm,精度为 1 μm,采样频率为 300 Hz。

进行产品转动惯量测量之前,需要使用已知转动惯量的标准件进行系统标定。周期法得到扭摆系统的等效扭杆刚度系数为 2 162.987 0 N·m/rad,扭摆台空载转动

惯量为 69.478 1 kg·m²,基于 HHT 的转动惯量计算方法得到的扭杆刚度系数为 2 160.337 3 N·m/rad,空载转动惯量为 69.427 4 kg·m²。

将不同组合的标准件对称放置在条形载物台上,工控机软件控制气动装置激励扭摆台,通过光栅位移传感器测量角位移信号,角位移上传至软件进行转动惯量计算,工控机软件中包含基于 HHT 的转动惯量计算算法。为避免偶然因素影响,所有测量结果均为五次测量平均值,转动惯量测量结果如表 2 所示,表 2 中质量表示被测产品质量,转动惯量表示不同组合的标准件对扭摆轴的转动惯量。

表 2 转动惯量测量结果对比

Table 2 Comparison of measurement results of moment of inertia

组合序号	质量/kg	标准值 J /(kg·m ²)	周期法 J /(kg·m ²)	基于 HHT 的计算法 J /(kg·m ²)	周期法相对误差 /%	基于 HHT 的计算法 相对误差/%
1	39.670 5	57.279 3	57.423 3	57.269 7	0.25	0.02
2	39.732 7	57.369 1	57.540 1	57.361 3	0.30	-0.01
3	79.475 4	89.740 3	89.253 8	89.612 7	0.54	-0.14
4	79.368 8	114.696 4	115.732 6	114.818 4	0.72	0.11
5	119.134 7	122.043 5	121.724 8	121.906 6	-0.26	-0.11
6	158.770 8	136.506 3	136.947 0	136.630 8	0.32	0.09
7	184.798 8	170.891 3	171.130 4	171.001 2	0.24	0.06
8	204.624 5	172.771 8	173.293 8	172.811 2	0.30	0.02

实际测量过程中,系统阻力矩考虑因素较多,系统阻力矩比数值仿真设定的阻力矩系数大,且采样得到的扭摆信号干扰较多,因此相比数值仿真表 1 中的周期法相对误差,表 2 中的相对误差更大。从表 2 测量结果对比可以看出,本系统转动惯量测量相对误差小于 0.2%,测量精度显著优于周期法。

5 结 论

本文分析了扭摆振动过程各因素的影响,建立了与实际扭摆振动更相符的考虑摩擦阻力矩的非线性转动惯量测量模型,提出了基于 HHT 的转动惯量计算方法。

数值仿真表明:扭摆法转动惯量测量,被测产品为大型回转体,摩擦阻力矩较大时,提取角位移曲线与时间轴交点确定的周期是不可靠的,随周期数的增大,周期不断增大,周期法计算转动惯量相对误差较大;利用 HHT 对非线性转动惯量测量模型解算,可以求得转动惯量。研制转动惯量测量系统,利用标准件进行转动惯量测量试验,试验结果表明:基于 HHT 的转动惯量计算方法优于周期法,相对误差小于 0.2%,为提高大型回转体转动惯量测量精度提供了一种新方法。

参考文献

- [1] 张心明,王凌云,尚春民,等. 复摆法弹药静态多参数测试仪器研究[J]. 仪器仪表学报, 2008, 29(1): 212-215.
ZHANG X M, WANG L Y, SHANG CH M, et al. Research on ammunition static parameter measurement instrument using compound-pendulum method [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2008, 29(1): 212-215.
- [2] 高峰,郭长立,白冰. 落体法测刚体转动惯量的误差分析[J]. 力学与实践, 2019, 41(3): 345-348.
GAO F, GUO CH L, BAI B. The error analysis in measurement of rigid body inertia by the falling body method[J]. Mechanics in Engineering, 2019, 41(3): 345-348.
- [3] 刘承骛,温晶晶,邓聃,等. 基于质量线法的大尺寸飞行器质量特性参数一体化测量的仿真研究[J]. 西北工业大学学报, 2017, 35(4): 568-577.
LIU CH W, WEN J J, DENG D, et al. The emulation study on the ontegration measurement of mass property of large-size flight vehicle based on mass line method[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2017, 35(4): 568-577.
- [4] 张春巍,王昊. 主动转动惯量驱动系统用于悬吊结构摆振控制的方法研究(I):理论建模和试验验证[J]. 振动工程学报, 2021, 34(1): 20-28.
ZHANG CH W, WANG H. Structural pendulum vibration control methods based on active rotary inertia driver (ARID) system (I): Theoretical modeling and experimental verification [J]. Journal of Vibration Engineering, 2021, 34(1): 20-28.
- [5] 陈平,邓高福,吴海瀛. 飞行器模型质量特性参数一体化测量装置研究[J]. 机械科学与技术, 2015, 34(12): 1891-1895.
CHEN P, DENG G F, WU H Y. Research on integrated measuring device of mass property parameters for aircraft model [J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2015, 34(12): 1891-1895.
- [6] 刘巍,张洋,马鑫,等. 基于双目视觉的转动惯量测量方法[J]. 仪器仪表学报, 2014, 35(9): 1972-1978.
LIU W, ZHANG Y, MA X, et al. Measurement method for moment of inertia based on binocular vision [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014, 35(9): 1972-1978.
- [7] 侯文. 大型弹箭及航天器转动惯量测量方法研究[J]. 中北大学学报, 2013, 26(6): 505-509.
HOU W. Research on measurement method for moment of inertia of large—Scale projectiles and spacecrafts [J]. Journal of North University of China, 2013, 26(6): 505-509.
- [8] 唐文彦,李慧鹏,张春富. 扭摆法测量飞行体转动惯量[J]. 南京理工大学学报(自然科学版), 2008, 32(1): 67-72.
TANG W Y, LI H P, ZHANG CH F. Measurement of flight object's moment of inertia using torsion pendulum[J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology (Natural Science), 2008, 32(1): 67-72.
- [9] 王超,唐文彦,张晓琳,等. 大尺寸非回转体质量特性一体化测量系统的设计[J]. 仪器仪表学报, 2012, 33(7): 1634-1640.
WANG CH, TANG W Y, ZHANG X L, et al. Design of mass property integration measurement system for large size non-rotating bodies[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2012, 33(7): 1634-1640.
- [10] 黄德东,吴斌,刘建平. 扭摆法测量导弹转动惯量的误差分析[J]. 弹箭与制导学报, 2009, 29(5): 76-78.
HUANG D D, WU B, LIU J P. Error analysis for measurement of missile's movement inertia with torsion pendulum[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2009, 29(5): 76-78.
- [11] 汤海亮,温晶晶,邓聃,等. 摩擦阻力矩对卧式扭摆法测量弹箭极转动惯量精度的影响[J]. 南京理工大学学报(自然科学版), 2017, 41(5): 569-573.
TANG H L, WEN J J, DENG D, et al. Effect of friction resistance moment on measurement accuracy of polar moment of inertia of projectile by torsion pendulum method[J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology (Natural Science), 2017, 41(5): 569-573.
- [12] 温晶晶,邓聃,汤海亮,等. 动力总成惯性参数快速一体化测试系统研究[J]. 仪器仪表学报, 2017, 38(2): 351-360.
WEN J J, DENG D, TANG H L, et al. Research on fast integration system for measuring inertial parameters of

- powertrain[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(2): 351-360.
- [13] 邹红玉, 郑红平. 扭摆法测量转动惯量实验中光电门摆放位置的探究[J]. 物理实验, 2009, 29(6): 29-31.
- ZOU H Y, DENG H P. Discussion on position of optical gate in rotational inertia experiment [J]. Physics Experimentation, 2009, 29(6): 29-31.
- [14] HUANG N E, SHEN Z, LONG S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. Proceedings of the Royal Society of London Series A, 1998, 454.
- [15] 杜陈艳, 张榆锋, 杨平, 等. 经验模态分解边缘效应抑制方法综述[J]. 仪器仪表学报, 2009, 30(1): 55-60.
- DU CH Y, ZHANG Y F, YANG P, et al. Approaches for the end effect restraint of empirical mode decomposition algorithm [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2009, 30(1): 55-60.
- [16] 穆钢, 史坤鹏, 安军, 等. 结合经验模态分解的能量法及其在低频振荡研究中的应用[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(19): 36-41.
- MU G, SHI K P, AN J, et al. Signal energy method based on EMD and its application to research of low frequency oscillations [J]. Proceedings of the Chinese Society For Electrical Engineering, 2008, 28(19): 36-41.
- [17] ONDRA V, SEVER I A, SCHWINGSHACKL C W. Identification of complex non-linear modes of mechanical systems using the Hilbert-Huang transform from free decay responses [J]. Journal of Sound and Vibration, 2020, 495(1), DOI:10.1016/j.jsv.2020.115912.
- [18] 郑近德, 程军圣, 杨宇. 一种新的估计瞬时频率的方法-经验包络法[J]. 振动与冲击, 2012, 31(17): 86-90.

ZHENG J D, CHENG J SH, YANG Y. A new instantaneous frequency estimation approach-empirical envelope method [J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(17): 86-90.

- [19] 张明杰. 基于经验包络法的非线性系统参数识别[J]. 计算力学学报, 2018, 35(1): 123-127.

ZHANG M J. Nonlinear system identification based on the empirical envelope method [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2018, 35(1): 123-127.

作者简介



张晓琳 (通信作者), 2000年于浙江大学获得学士学位, 2006年和2010年分别于哈尔滨工业大学获得硕士和博士学位, 现为哈尔滨工业大学副教授, 主要研究方向为质量特性测试技术和激光干涉测量技术。

E-mail: zhangxiaolin@hit.edu.cn

Zhang Xiaolin (Corresponding author) received her B. Sc. degree from Zhejiang University in 2000, and received her M. Sc. and Ph. D. degrees both from Harbin Institute of Technology in 2006 and 2010, respectively. She is currently an associate professor at Harbin Institute of Technology. Her main research interests include mass property measurement technology and laser interferometry technology.



冯晓媛, 2020年于青岛大学获得学士学位, 现为哈尔滨工业大学硕士研究生, 主要研究方向为物体惯性特性测量技术与应用。

E-mail: 20s101119@stu.hit.edu.cn

Feng Xiaoyuan received her B. Sc. degree from Qingdao University in 2020. She is currently a master student at Harbin Institute of Technology. Her main research interests include inertial property measurement technology and application.