

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2108635

相速度近似匹配情况下的 Lamb 波非线性特征研究^{*}

朱 颖^{1,2}, 黄嘉诚¹, 陈祎婷¹, 陆铭慧¹, 朱 萍³

(1. 南昌航空大学无损检测技术教育部重点实验室 南昌 330063; 2. 中国科学院声学研究所声场声信息国家重点实验室 北京 100190; 3. 中国航发沈阳黎明航空发动机有限责任公司 沈阳 110043)

摘 要:基频 Lamb 波模式的选择和激发条件的确定对非线性 Lamb 波技术起重要作用。利用积累距离定义二次谐波激发窗口,讨论谐波产生对基频 Lamb 波激发条件严苛性的要求。利用二次谐波表面位移振幅评价谐波激发效率,讨论相速度近似匹配对谐波激发效率的影响及不同模式 Lamb 波间二次谐波激发效率的大小。理论结果表明,在积累距离内,传播距离的增加,会提高二次谐波激发效率,却使谐波产生条件更为严苛;一定程度的相速度近似匹配,会使二次谐波的激发效率提高;激发模式不同,其谐波激发效率及对谐波产生条件的严苛性均不同。实验测量并比较了纵波型 S_2/S_4 模式对在 90、150 mm 传播距离下以及纵波型 S_1/S_2 、 S_2/S_4 模式对在 150 mm 传播距离时的激发窗口与相对非线性系数大小,测量结果与理论分析结论一致。本文对于相速度近似匹配情况下 Lamb 波非线性效应的讨论,为 Lamb 波实际应用提供了分析方法与依据。

关键词:非线性超声; Lamb 波; 二次谐波; 模式选择

中图分类号: TG115.28 TH878.2 TB553 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 430.25

Nonlinear features of Lamb wave based on approximate phase velocity matching

Zhu Ying^{1,2}, Huang Jiacheng¹, Chen Yiting¹, Lu Minghui¹, Zhu Ping³

(1. Key Laboratory of Nondestructive Testing, Ministry of Education, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, China;

2. State Key Laboratory of Acoustics, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;

3. AECC Shenyang Liming Aeroengine Corporation Ltd., Shenyang 110043, China)

Abstract: The choice of primary Lamb wave mode and the determination of excitation conditions play important roles in the nonlinear Lamb wave technology. The excitation window of the second-harmonic Lamb wave is defined by accumulation distance when the phase velocity is approximate matching. The strictness of the primary Lamb wave excitation condition is discussed. The excitation efficiency of the second-harmonic Lamb wave is evaluated by the amplitude of surface displacement. The influence of phase velocity approximate matching on the excitation efficiency as well as the excitation efficiency of different modes of Lamb wave is discussed. The theoretical results show that, within the accumulation distance, the increase of the propagation distance could improve the excitation efficiency of the second harmonic. But, the harmonic generation conditions are more strictly. A certain degree of phase velocity approximate matching will improve the excitation efficiency of second-harmonic Lamb wave. For different primary wave modes, the excitation efficiency and the strictness of the excitation condition of second-harmonic Lamb wave are different. The excitation window and the relative nonlinear coefficient of the longitudinal S_2/S_4 mode at 90 and 150 mm propagation distance, as well as of longitudinal S_1/S_2 and S_2/S_4 mode at 150 mm propagation distance, are measured and compared. The measurement results are consistent with the theoretical analysis. In this article, the nonlinear effect of the Lamb wave in the case of approximate matching of phase velocity is discussed, which provides the analysis method and basis for the practical application of the Lamb wave.

Keywords: nonlinear ultrasound; Lamb wave; second harmonic; mode selection

收稿日期: 2021-09-27 Received Date: 2021-09-27

^{*} 基金项目: 声场声信息国家重点实验室开放基金 (SKLA202112)、省教育厅科技项目 (GJJ190513)、无损检测技术教育部重点实验室开放基金 (EW201908439) 项目资助

0 引言

近年来,在材料损伤评价方面非线性超声检测技术逐渐受到重视,非线性 Lamb 波由于其能够对板状结构进行大面积检测而受到众多学者的关注与研究^[1-5]。在 Lamb 波中,具有积累效应的二次谐波更适用于进行超声评价。已有的研究表明,欲在固体板中激励出具有明显积累效应的二次谐波,Lamb 波基频和二次谐频需要满足一定条件。其中有两个激励条件是被所有学者所公认,一为基波与二次谐波需进行相速度匹配,二为能量流从基波传递到二次谐波^[6-7]。至于群速度匹配条件,目前仍未有统一观点^[8-11]。

根据 Lamb 波积累二次谐波的激发条件,Matlack 等^[12]提出了 5 种满足匹配条件的基频 Lamb 波类型:纵波型(对称模式上的相速度等于纵波声速型)、交点型(对称与反对称模式的交点型)、截止频率处的非零阶模式型、高波数的非零阶模式型、准瑞利表面波型。Matsuda 等^[13]对满足匹配条件的基频 Lamb 波进行扰动分析,将其划分为 4 种类型:Lamè 模式型(相速度等于横波声速的 $\sqrt{2}$ 倍)、纵波型、交点型、超瑞利波型。学者们虽已将满足匹配条件的基频 Lamb 波划分为有限多类型,然而频散曲线上各种类型的基频 Lamb 波中仍存在无限多的满足匹配条件的模式。Lamb 波二次谐波激发模式的合理选择非线性 Lamb 波检测过程中起着重要的作用。

Matlack 等^[14]、Liu 等^[15]从能量流的角度出发,计算了相速度严格匹配时不同激发模式情况下基波传递到二次谐波的能量流大小,并给出能量流图谱用于指导激发模式的选择。赵珊珊等^[16]认为基波传递到二次谐波的能量流大小并不能完全反映二次谐波的激发效率,故在能量流基础上考虑了其它因素,获得二次谐波的激发效率,并利用激发效率图谱指导模式的选择。Li 等^[11]首次导出了 Lamb 波的非线性参数与信号频率、波型和波导几何参数的函数关系,并利用该参数讨论了不同模式 Lamb 波产生二次谐波的效率,实验测量结果与理论预测结果一致。无论是能量流还是激发效率,以上讨论均是在相速度严格匹配的基础上展开的。在实际测量过程中,相速度严格匹配的情况是极少出现的,相速度在更多情况下是处于近似匹配的状态。因此,本文作者 Zhu 等^[17]在前期的研究中,从相速度近似匹配的角度讨论了 Lamb 波二次谐波的产生对基波条件严苛性的要求,提出了一种模式选择依据—Lamb 波二次谐波激发窗口,并利用窗口大小指导二次谐波激发模式的选择。

激发效率法仅从相速度严格匹配点进行推导,并

未考虑相速度近似匹配条件下相速度的近似匹配会在一定程度上影响某一模式二次谐波的整体激发效率大小。激发窗口法虽是在相速度近似匹配的基础上得到的,然而其只能体现二次谐波的产生对基波条件严苛性的要求,无法体现基波产生二次谐波的效率。为全面掌握基频 Lamb 波产生二次谐波的特点,使其为实验的测量提供指导。本文将激发效率与激发窗口相结合,讨论相速度近似匹配时,不同模式 Lamb 波产生二次谐波效率的大小以及 Lamb 波二次谐波的产生对基波条件严苛性的要求,从而获得 Lamb 波在近似匹配情况下的非线性效应特征,指导实际的非线性 Lamb 波实验测量。

1 理论分析

均匀固体中声波的非线性波动过程可由非线性动力学方程^[9,12]予以描述,即:

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \mu \nabla^2 u - (\kappa + 4\mu/3) \nabla(\nabla \cdot u) = F(u) \quad (1)$$

式中: ρ_0 为密度; t 为时间; u 为质点位移向量; μ 和 κ 为材料二阶弹性常数; $F(u)$ 为二阶驱动彻体力。

在二阶微扰近似条件下,用界面非线性声反射方法分析得到的单层固体板中总的积累二次谐波位移场表达式为^[9,12,17]:

$$u^{(2)} = \sum_{i=1}^2 u_{L_i-L_i}^{(DL)} \left[(-1)^{i-1} \left(\cos\theta_L + \frac{\Gamma_1(\xi)}{\Gamma_2(\xi)} \sin\theta_L \right) \frac{y}{d} + \left(\sin\theta_L + \frac{\Gamma_1(\xi)}{\Gamma_2(\xi)} \cos\theta_L \right) \frac{z}{d} \right] \hat{K}_L e^{j2K_L r} + \Gamma(\xi) \sum_{i=1}^2 (-1)^i u_{L_i-L_i}^{(DL)} \left[(-1)^{i-1} \sin\theta_r \frac{y}{d} + \cos\theta_r \frac{z}{d} \right] \cdot (\hat{x} \times \hat{K}_L) e^{j2K_L r} \quad (2)$$

式(2)成立的条件为基频 Lamb 波模式的相速度与某一个二次谐频 Lamb 波的相速度相等,即 $c_{(l)}^{(\omega)} = c_{(n)}^{(2\omega)}$ 。式(2)中各参数表达式在附录中给出。这里下标 $P=T$ 表示相应的物理量与横波有关, $P=L$ 表示相应的物理量与纵波有关。相应的物理量意义参考文献[18-19]。

在二阶微扰近似下,用导波模式展开分析方法分析非线性动力学方程得到的二次谐频 Lamb 波的位移解表示为^[18-19]:

$$u_a^{(2)} = \frac{\sin\varphi}{\varphi} e^{j\varphi} u_{(n)}^{(2\omega)} = \frac{\sin\varphi e^{j\varphi} z [f_{S_n}(z) + f_{V_n}(z)] \exp[-2jk_{(l)}z]}{4P_{nn}} \cdot u_{(n)}^{(2\omega)}(y) \exp[jk_{(n)}^{(2\omega)}z] \quad (3)$$

式中: $\varphi = k_{(l)}z \cdot \Delta c / c_{(n)}^{(2\omega)}$, $\Delta c = c_{(l)}^{(2\omega)} - c_{(l)}^{(\omega)}$ 。式(3)在基频 Lamb 波模式的相速度与某一个二次谐频 Lamb 波的相速

度严格相等或近似相等情况下均适用。 $\varphi = 0$ 代表相速度严格匹配情况,即 $c_{(l)}^{(\omega)} = c_{(n)}^{(2\omega)}$,此时 $u_a^{(2)} = u_{(n)}^{(2\omega)}$; $\varphi \neq 0$ 代表相速度近似匹配情况,即 $c_{(l)}^{(\omega)} \approx c_{(n)}^{(2\omega)}$ 。相应的物理量意义参考文献[18-19]。由于 $f_{Sn}(z)$ 、 $f_{Vn}(z)$ 和 P_{nn} 三个参数的形式非常复杂,一般情况下只能进行数值计算,故式(3)实际上为二次谐波位移的形式解。

综合考虑界面非线性声反射法与导波模式分析法,前者可以给出相速度严格匹配时二次谐波位移解的具体表达式,即式(2),却未讨论相速度近似匹配情况;后者给出了相速度匹配与近似匹配两种情况下的二次谐波位移解表示形式及其之间的关系,即式(3),而对其具体表达式的分析却较为复杂。对于相速度严格匹配时,两种分析方法虽有差异,但同一现象的分析结果应是相通的。因此,界面非线性声反射法获得的相速度严格匹配时二次谐波位移解表达式同样适用于导波模式分析法,即 $u_{(n)}^{(2\omega)} = u^{(2)}$ 。综上可得,Lamb 波二次谐波的位移解表达式可表示为:

$$u_a^{(2)} = \frac{\sin \varphi}{\varphi} e^{j\varphi} u^{(2)} \quad (4)$$

在式(4)中,二次谐波的位移幅值是随着传播距离变化的。当相速度严格匹配时,二次谐波位移幅值随传播距离呈线性增大关系。当相速度不匹配时,二次谐波位移幅值随传播距离呈“拍”效应。此时二次谐波在离开激发源的一段距离内,按正弦函数第1象限的形式增长,达到最大值后又开始降低。把积累效应存在的最大距离称为“积累距离”,其表达式如下^[18]:

$$z_{cd} = \frac{\pi}{2k_{(l)}d} \frac{c_{(n)}^{(2\omega)}}{c_{(l)}^{(\omega)} - c_{(n)}^{(2\omega)}} \quad (5)$$

其中, $\Delta c/c_{(n)}^{(2\omega)} = |c_{(l)}^{(\omega)} - c_{(n)}^{(2\omega)}|/c_{(n)}^{(2\omega)}$ 进行表征基频 Lamb 波与 n 模式二倍频 Lamb 波相速度之间的差异程度,称为“频散程度”。

2 Lamb 波二次谐波的激发窗口比较

在相速度近似匹配条件下,Lamb 波的二次谐波表面位移振幅在积累距离 z_{cd} 内随传播距离增加而不断增大。在 Lamb 波检测过程中,以声波传播距离作为最小积累距离 z_{min} ,当声波传播距离 z_{min} 小于积累距离 z_{cd} 时,基频 Lamb 波在传播过程中产生的二次谐波会不断积累。利用式(5)可以计算出积累距离为 z_{min} 时的近似匹配 Lamb 波所对应的频散程度及其在频散曲线上的对应点。在相速度频散曲线中,根据最小积累距离得到反应相速度与频厚积变化范围的矩形窗口,窗口内的 Lamb 波在检测范围内均能产生不断累积的二次谐波,将该矩形窗口定义为 Lamb 波二次谐波的激发窗口^[19]。窗口宽度范围表示基频 Lamb 波频厚积的变化范围,窗口高度范围则表

示相速度的变化范围。图1是铝板中几个交点型与纵波型基频 Lamb 波模式在最小积累距离 $z_{min} = 220$ 时的二次谐波激发窗口,即窗口内的基频 Lamb 波均可以激发积累距离不小于 220 的积累二次谐波。

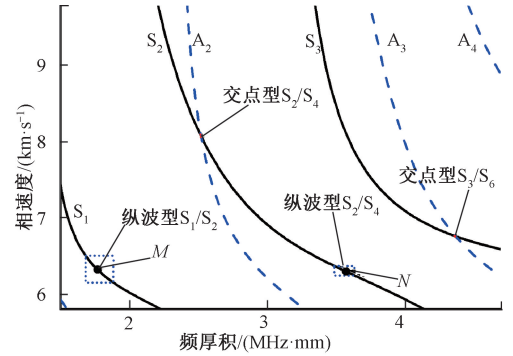
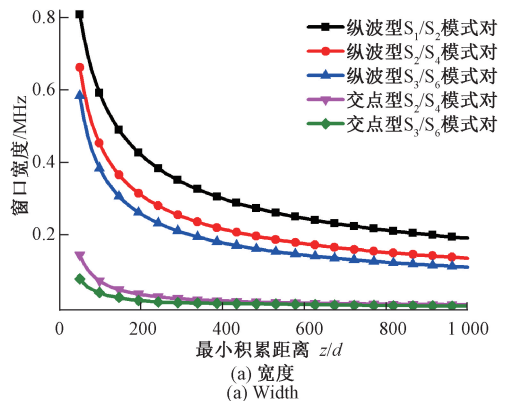


图1 铝板中不同类型基频 Lamb 波的二次谐波激发窗口 (最小积累距离 $z_{min} = 220$)

Fig. 1 Excitation windows of the second-harmonic wave of different type primary Lamb wave mode in the aluminum plate (minimum accumulation distance $z_{min} = 220$)

从图1可以看出,在某一最小积累距离下,不同模式的激发窗口大小不同。激发窗口大的模式,其可以在较大范围内,包括较大的频率范围或较大的相速度范围,激发出具有积累效应的二次谐波。然而,激发窗口大小的比较是以某一特定最小积累距离为前提的,其比较结果只适用于该最小积累距离。为从整体上评价不同模式基频 Lamb 波产生二次谐波的激发窗口,需比较不同最小积累距离下,各模式激发窗口的相对大小。激发窗口大小的评价参量可以选取窗口宽度、窗口高度等参数,其中窗口宽度的比较显示了频厚积变化范围情况,窗口高度的比较显示了相速度变化范围情况。实验以最小积累距离 z_{min} 为变量,数值计算了几种基频 Lamb 波模式的激发窗口宽度和窗口高度随 z_{min} 的变化情况,分别如图2(a)、(b)所示。



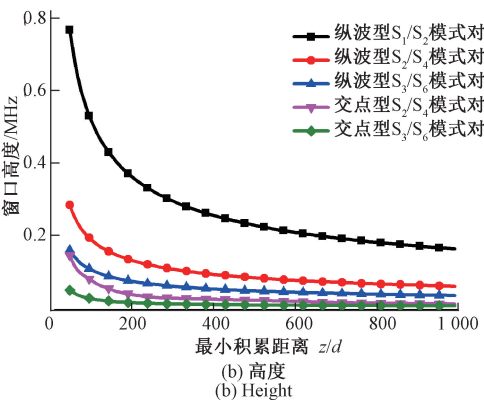


图 2 不同模式基频 Lamb 波的二次谐波激发窗口宽度和高度随最小积累距离的变化情况

Fig. 2 Variation of the excitation window width and window height of second-harmonic wave excited by different primary Lamb wave mode with minimum accumulation distance $z_{\min}$

从窗口宽度与高度的比较结果可以看出,随着最小积累距离的增大,激发窗口迅速变小,也即基频 Lamb 波的变化范围迅速变小。在实际测量中,最小积累距离越大,对产生积累二次谐波的基波频率与相速度的精确控制要求越高。纵波型 S_n/S_{2n} 模式对的激发窗口普遍大于交点型 S_n/S_{2n} 模式对的窗口。同一类型的模式对(如纵波型或交点型),阶次低的模式对的窗口普遍大于阶次高的模式窗口。这些比较结果在任意最小积累距离下均成立,不因最小积累距离的变化而不同。因此,在某一最小积累距离下,二次谐波激发窗口相对大小的比较结果,可以代表整体比较结果而用于选择基频 Lamb 波的依据。

综上所述,对于不同的基频 Lamb 波,其积累二次谐波的产生对基波激发条件的严苛性存在差异。激发窗口大的二次谐波,即使基频 Lamb 波在较大的范围内变化,仍可以产生积累二次谐波。激发窗口小的二次谐波,则需要严格控制产生基频 Lamb 波的频率与相速度。当利用斜劈压电换能器进行 Lamb 波的激发与接收时,相速度的精确控制则转变为斜劈角度的精确控制,这在实际实验中会增大积累二次谐波产生的难度。

3 Lamb 波二次谐波的激发效率比较

在能量流法中,根据式(5)定义了能量流强度^[14-15]。赵珊珊等^[16]在此基础上提出了激发效率参量。通过分析能量流与激发效率参量的定义可以认为,二者均只与相速度严格匹配时积累二次谐波的位移幅值有关^[19]。

在某一个模式对的激发条件下,在激发窗口内二次谐波的位移幅值会随着频散程度和传播距离的变化而改

变。激发纵波型 S_1/S_2 模式对,其二次谐波的位移振幅(幅值为 u_{t1}^2/d ,激励源位置处于表面 $\xi = d$ 处)随频散程度(分别为 -0.7% 、 -0.5% 、 -0.1% 、 0% 、 0.1% 、 0.5% 、 0.7%)的变化情况如图 3 所示。由图 3 可以看出,当相速度近似匹配时,在不同频散状态下 Lamb 波传播相同距离产生的二次谐波积累效果与激发效率大小均不相同。

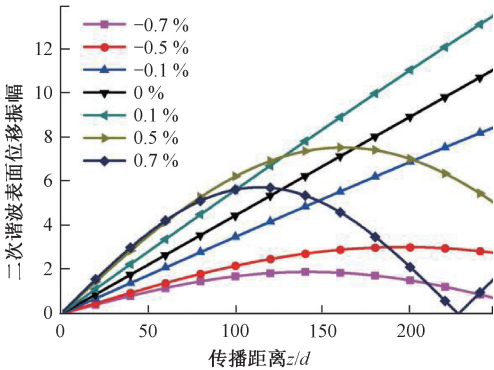


图 3 同一模式基频 Lamb 波在不同频散程度情况下, Lamb 波二次谐波的表面位移振幅

Fig. 3 Displacement amplitude of the secondary wave whose primary wave is with the same mode in different dispersion degree

为比较同一模式基频 Lamb 波在相速度近似匹配情况下产生的二次谐波表面位移振幅大小。以铝板(相关参数如表 1 所示^[20])中纵波型 S_1/S_2 模式对为例,计算了传播距离为 220 mm 的二次谐波表面位移振幅,如图 4 所示。图 4 中同时绘制出二次谐波的激发窗口,如虚线框所示,以及相速度严格匹配点,如正三角标记处。从图 4 中可以看出,在激发窗口内,二次谐波的位移振幅随频厚积的增大呈现先升高后降低的趋势,并且位移振幅的极值点并未出现在严格匹配点处,而是在频厚积大于严格匹配点的某一相速度近似匹配位置处。理论计算结果表明,基频 Lamb 波频厚积的变化会导致二次谐波激发效率和振幅发生变化。考虑了近似匹配情况时的二次谐波激发效率,才更能从整体上评价不同模式基频 Lamb 波的激发效率大小。另外,从上面的分析可以看出,相速度的适当失配,能够在一定程度上提高二次谐波的激发效率,使积累效应更加显著。

表 1 铝板材料参数

Table 1 Aluminum plate material parameters

声速		二阶弹性常数		三阶弹性常数		
c_L	c_T	κ	μ	A	B	C
$/(km \cdot s^{-1})$	$/(km \cdot s^{-1})$	/GPa	/GPa	/GPa	/GPa	/GPa
6.3	3.1	72.57	25.95	-351.2	-149.4	-102.8

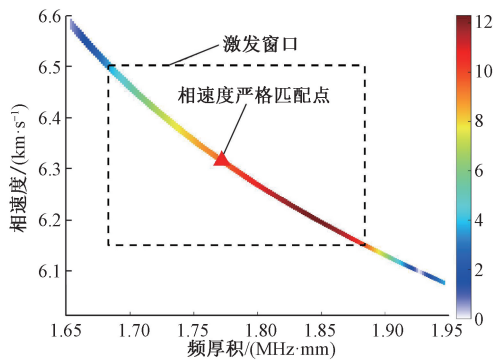
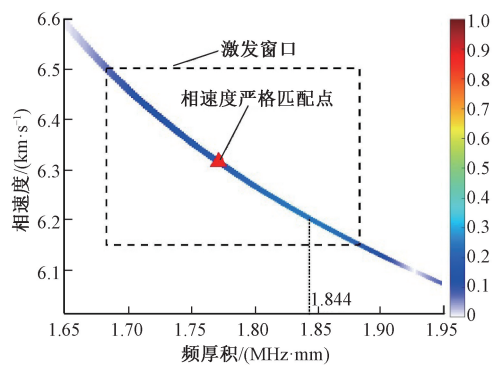


图4 纵波型 S_1/S_2 模式对在传播距离 220 时的二次谐波表面位移振幅,结合激发窗口

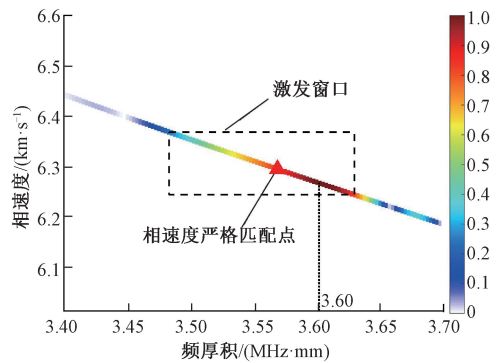
Fig. 4 Surface displacement amplitude of the secondary wave of longitudinal S_1/S_2 mode pair at the propagation distance of 220, combined with the excitation window

本文对纵波型 S_1/S_2 和 S_2/S_4 模式对近似匹配情况下表面位移振幅以及激发窗口的计算结果进行了比较,结果如图 5 所示(位移幅值进行了归一化处理)。从激发窗口的比较看, S_2/S_4 模式对的激发窗口明显小于 S_1/S_2 模式对。因此在实际检测过程中,利用 S_2 模式 Lamb 波激发二次谐波时,对该基波激发条件的控制精度要高于 S_1 模式 Lamb 波。从表面位移振幅的比较看, S_2/S_4 模式对的表面位移振幅整体大于 S_1/S_2 模式对,由此可知 S_2 模式 Lamb 波对二次谐波的激发效率大于 S_1 模式 Lamb 波。在 S_2/S_4 模式对的表面位移振幅计算结果中同样可以发现,位移振幅的极值点未出现在相速度严格匹配点处,而是在频厚积大于严格匹配点的某一相速度近似匹配位置处。另外, S_2/S_4 模式对的位移振幅极值点的偏移程度较 S_1/S_2 模式对的小,即 S_2/S_4 模式对的位移振幅极值点更靠近相速度严格匹配点。

综上所述,通过分析 Lamb 波二次谐波的激发窗口与激发效率,可以得到在相速度近似匹配情况下, Lamb 波的非线性效应有如下特点:1)同一激发模式下,二次谐波的激发窗口随积累距离 z_{ed} 的增加而减小,表面位移振幅在积累距离内随传播距离增加而增大,即在积累距离内,传播距离越远,对产生各积累二次谐波的基频 Lamb 波的激发条件控制要求越严苛,但二次谐波的激发效率越高;2)不同激发模式在同一传播距离处, S_2/S_4 模式对的激发窗口小于 S_1/S_2 模式对,但表面位移振幅大于 S_1/S_2 模式对,即利用 S_2 模式 Lamb 波产生二次谐波时,对其激发条件的控制要求更严苛,但其二次谐波的激发效率较高。3) Lamb 波二次谐波位移振幅极值点出现在频厚积大于相速度严格匹配点的某一近似匹配位置处,且 S_1/S_2 模式对极值点的偏移程度大于 S_2/S_4 模式对。



(a) 纵波型 S_1/S_2 模式对
(a) S_1/S_2 mode pair of longitudinal wave



(b) 纵波型 S_2/S_4 模式对
(b) S_2/S_4 mode pair of longitudinal wave

图5 纵波型 S_1/S_2 和 S_2/S_4 模式对在传播距离 220 时的二次谐波表面位移振幅,结合激发窗口

Fig. 5 Surface displacement amplitude of secondary wave of S_1/S_2 mode pair and S_2/S_4 mode pair at propagation distance of 220, combined with the excitation window

4 Lamb 波非线性特征的实验测量

实验以铝板为对象,测量并比较同一模式对在不同传播距离下产生二次谐波时的基波变化范围和相对非线性系数(a_1 ,其中 a_1 为频谱中基波幅值, a_2 为二次谐波幅值)大小,以及不同模式对在同一积累距离下产生二次谐波的基波变化范围和相对非线性系数大小。相对于 Lamb 波的相速度, Lamb 波的频率更容易被精确控制,故实验采取固定相速度、改变激发频厚积的方法激发 Lamb 波,产生二次谐波。

实验采用斜劈压电换能器激发与接收 Lamb 波信号,斜劈角度与 Lamb 波相速度的关系可由如下公式确定:

$$\sin \theta_s = \frac{c_s}{c} \quad (6)$$

其中, θ_s 为斜劈角度, c_s 为斜劈材料纵波声速, c 为

Lamb 波相速度。由式(6)可知,激发不同相速度 Lamb 波所需的斜劈角度不同。对于纵波型 S_1/S_2 模式对和 S_2/S_4 模式对,如图 1 中 $M(3.54 \text{ MHz}\cdot\text{mm}, 6\,318 \text{ m/s})$ 点与 $N(7.14 \text{ MHz}\cdot\text{mm}, 6\,292 \text{ m/s})$ 点,二者的相速度相同,即所需斜劈角度相同,因此可以忽略因斜劈差异而引起的误差。

在同一种厚度的铝板中激发 M 点和 N 点 Lamb 波时,由于二者的频厚积是成倍数关系,从而使其激发频率也具有这一特性。考虑压电换能器具有一定带宽,若在同一厚度铝板中测量 M 与 N 点 Lamb 波,必然要选择不同的换能器进行激发与接收,则此时难以保证不同换能器具有相同的带宽和频率响应特性。为尽量减少换能器特性不同带来的测量误差,实验采用在不同厚度的铝板中使用同一对换能器测量 M 与 N 点 Lamb 波,即在厚度 $d=2 \text{ mm}$ 的铝板中测量 M 点 Lamb 波,在厚度 $d=4 \text{ mm}$ 的铝板中测量 N 点 Lamb 波。此时两点 Lamb 波的激发条件分别为 $M(1.77 \text{ MHz}, 6\,318 \text{ m/s})$ 、 $N(1.79 \text{ MHz}, 6\,292 \text{ m/s})$ 。二者的激发条件基本一致,在一定程度上降低了斜劈角度与换能器特性不同所引起的误差。

实验利用 RAM-5000-SNAP 非线性超声实验系统进行信号的激发与接收。测量了纵波型 S_2/S_4 模式对在不同换能器间距(即传播距离分别为 90 mm 与 150 mm)下的相对非线性系数的频率响应曲线,测量结果与曲线拟合结果如图 6(a) 所示。可以看出,距离为 150 mm 处的 Lamb 波二次谐波相对非线性系数明显大于 90 mm 处相对非线性系数,测量结果与分析结论一致,即在积累距离内,同一激发模式下,二次谐波表面位移振幅随传播距离的增加而增大。将图 6(a) 中的实验结果进行归一化,如图 6(b) 所示,并将相对非线性系数下降到最大值的 80% 时的频率范围作为激发窗口宽度进行比较。距离为 90 mm、150 mm 时的窗口宽度分别为 0.095 MHz、0.074 MHz,距离大时的窗口宽度较小。结果表明,在积累距离内,同一激发模式下,激发窗口随传播距离的增大而减小,与理论分析一致。

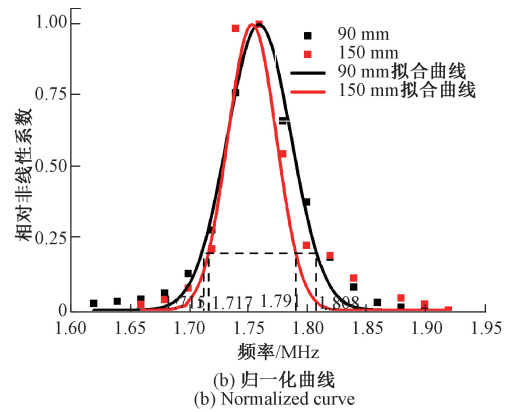
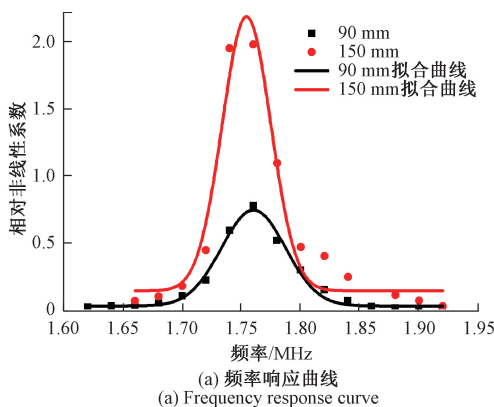


图 6 纵波型 S_2/S_4 模式对在不同换能器间距(分别为 90 mm 与 150 mm)下的相对非线性系数的频率响应曲线和归一化曲线

Fig. 6 The frequency response curve and normalized curve of the relative nonlinear coefficient of the longitudinal S_2/S_4 mode pair at different transducer spacing (the propagation distance is 90 mm and 150 mm respectively)

实验在 2 mm 与 4 mm 厚度铝板中,分别激发了 M 点(即纵波型 S_1/S_2 模式对)与 N 点(即纵波型 S_2/S_4 模式对)附近 Lamb 波,测量二者在 150 mm 距离处所产生二次谐波的相对非线性系数频率响应曲线,如图 7(a) 所示,并进行了归一化处理,如图 7(b) 所示。测量结果显示, S_2 模式 Lamb 波产生的二次谐波表面位移振幅明显大于 S_1 模式 Lamb 波。根据第 3 节的理论分析结果,同一传播距离下,纵波型 S_2/S_4 模式对二次谐波的激发效率高于 S_1/S_2 模式对,且激发效率与 Lamb 波二次谐波的位移幅值相关。由此可以看出,测量结果与理论分析结论一致。同样将相对非线性系数下降到最大值的 80% 时的频率范围作为激发窗口宽度,纵波型 S_1/S_2 模式对的窗口宽度为 0.152 MHz, S_2/S_4 模式对的窗口宽度为 0.074 MHz,前者的窗口宽度明显大于后者。结果表明,同一传播距离下,纵波型 S_1/S_2 模式对激发窗口大于纵波型 S_2/S_4 模式对,与分析结论一致。从图 7 的测量结果中同时可以观察到,两个模式对二次谐波表面位移振幅极值点出现的位置存在较大差异,且 S_1/S_2 模式对极值点所对应的频率大于 S_2/S_4 模式对。由此可知,二次谐波位移振幅极值点并未出现在相速度严格匹配位置处,而是存在一定的偏移,且 S_1/S_2 模式对的偏移程度大于 S_2/S_4 模式对。该结果从侧面反应出,二次谐波的最佳激发频率并不是相速度严格匹配点,相速度的近似匹配在一种程度上可以提高二次谐波的激发效率。因此,实际测量时,应考虑选择合适的激发条件。

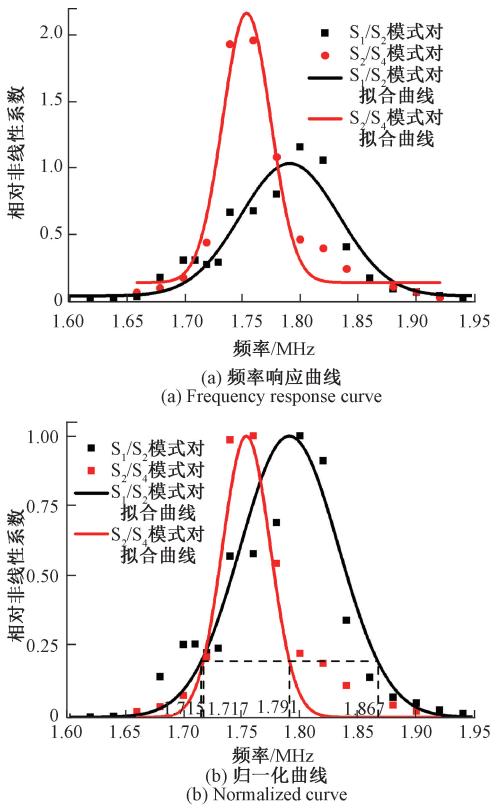


图7 纵波型 S_1/S_2 模式对与纵波型 S_2/S_4 模式对在相同换能器间距下的相对非线性系数的频率响应曲线和归一化曲线

Fig. 7 The frequency response curve and normalized curve of the relative nonlinear coefficient of the longitudinal S_1/S_2 mode pair and S_2/S_4 mode pair at the same transducer spacing

5 结 论

本文从不同角度讨论了相速度在近似匹配情况下,基频 Lamb 波产生二次谐波时的非线性效应特征。利用相速度近似匹配时的积累距离定义二次谐波的激发窗口,并比较了不同模式基频 Lamb 波产生二次谐波的激发窗口。结果表明,不同模式基频 Lamb 波的二次谐波激发窗口存在差异。激发窗口越大,对基波的激发条件精确控制要求越高。因此,激发窗口的大小,反应了在二次谐波的产生过程中,对基频 Lamb 波激发条件严苛性的要求。利用二次谐波表面位移振幅大小评价二次谐波的激发效率,比较了传播距离相同时,同一模式在不同近似匹配条件下的二次谐波激发效率以及不同模式间的二次谐波激发效率大小。结果表明,对于同一模式,相速度近似匹配差异会影响二次谐波的激发效率,且二次谐波表面位移振幅极值点未出现在相速度严格匹配点,而是

出现在某一相速度近似匹配位置处。对于不同模式,二次谐波表面位移振幅同样存在差异。

通过将激发窗口与激发效率相结合,综合分析了 Lamb 波在产生二次谐波时的非线性效应特征。理论分析结果表明,在积累距离内,随着传播距离的增加,会使积累二次谐波的产生条件更为严苛,而激发效率却更高;一定程度的相速度近似匹配,会使二次谐波的激发效率提高;不同的激发模式,其二次谐波的激发效率以及对二次谐波产生条件的严苛性均不同。实验测量并比较了同一激发模式在不同传播距离时以及不同激发模式在相同传播距离时的激发窗口与相对非线性系数大小,测量结果与理论分析结论一致。

对于不同模式 Lamb 波非线性效应的讨论,为实际测量时基频 Lamb 波模式以及激发条件的选择提供了一定的分析方法。对于可以满足激发条件精确控制要求的实验条件,选择激发效率大的模式,能够提高二次谐波的产生效率。当更高的激发条件精确控制要求难以满足时,则可以通过选择合适的相速度近似匹配条件,提高二次谐波的激发效率,从而提高实验测量效果。

参考文献

[1] SUN M X, QU J M. Analytical and numerical investigations of one-way mixing of Lamb waves in a thin plate[J]. Ultrasonics, 2020,108:106180.

[2] METYA A K, DAS A, TARAFDER S, et al. Nonlinear Lamb wave for the evaluation of creep damage in modified 9Cr-1Mo steel[J]. NDT&E International, 2019, 107: 102130. 1-102130. 10.

[3] ZHU Y, ZENG X W, DENG M X, et al. Detection of nonlinear Lamb wave using a PVDF comb transducer [J]. NDT&E Int., 2017, 93: 110-116.

[4] 张闯,李泽欢,刘小康,等. 基于 Lamb 波金属材料涂层厚度测量 [J]. 仪器仪表学报, 2018, 39 (4): 133-140.

ZHANG CH, LI Z Q, LIU X K, et al. Thickness measurement of coating on a metallic substrate using Lamb wave [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018, 39(4):133-140.

[5] 胡宸,邹冠华,罗文斌,等. 噪声环境下空耦超声 Lamb 波铝板扫查成像定量研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2021,35(5):120-127.

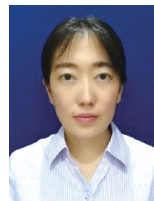
HU CH, WU G H, LUO W B, et al. Study on damage imaging of aluminum plate by air-coupled ultrasonic lamb wave [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2021, 35(5):120-127.

[6] 邓明晰. 兰姆波的非线性研究[J]. 声学学报, 1996, 21(4): 429-438.

DENG M X. Research on nonlinearity of Lamb

- waves [J]. *Acta Acustica*, 1996, 21(4): 429-438.
- [7] LIMA W J N D, HAMILTON M F. Finite-amplitude waves in isotropic elastic plates [J]. *J. Sound Vib.*, 2003, 265(4): 819-839.
- [8] MULLER M F, KIM J Y, QU J M, et al. Characteristics of second harmonic generation of Lamb waves in nonlinear elastic plates [J]. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2010, 127(4): 2141.
- [9] DENG M X, XIANG Y X, LIU L B. Time-domain analysis and experimental examination of cumulative second-harmonic generation by primary Lamb wave propagation [J]. *J. Appl. Phys.*, 2011, 109(11): 1829-1836.
- [10] YU F L, YE L, RUIQI G. Nonlinear guided waves for fatigue crack evaluation in steel joints with digital image correlation validation [J]. *Smart Materials and Structures*, 2020, 29(3): 035031.
- [11] LI W, CHEN B, CHO Y. Nonlinear feature of phase matched Lamb waves in solid plate [J]. *Applied Acoustics*, 2020, 160: 107124.
- [12] MATLACK K H, KIM J Y, JACOBS L J, et al. Experimental characterization of efficient second harmonic generation of Lamb wave modes in a nonlinear elastic isotropic plate [J]. *J. Appl. Phys.*, 2011, 109(1): 14905.
- [13] MATSUDA N, BIWA S. Phase and group velocity matching for cumulative harmonic generation in Lamb waves [J]. *J. Appl. Phys.*, 2011, 109(9): 77.
- [14] MATLACK K H, KIM J Y, JACOBS L J, et al. Experimental characterization of efficient second harmonic generation of Lamb wave modes in a nonlinear elastic isotropic plate [J]. *J. Appl. Phys.*, 2011, 109(1): 14905.
- [15] LIU Y, CHILLARA V K, LISSENDEN C J. On selection of primary modes for generation of strong internally resonant second harmonics in plate [J]. *J. Sound Vib.*, 2013, 332(19): 4517-4528.
- [16] 赵珊珊, 邓明晰, 项延训, 等. 超声 Lamb 波二次谐波发生效率分析与模式选择 [J]. *声学学报*, 2017, 42(3): 290-296.
- ZHAO SH SH, DENG M X, XIANG Y X, et al. Analysis and mode selection of second harmonic generation efficiency of ultrasonic Lamb wave [J]. *Acta Acustica*, 2017, 42(3): 290-296.
- [17] ZHU Y, ZENG X, DENG M, et al. Mode selection of nonlinear lamb wave based on approximate phase velocity matching [J]. *NDT & E International*, 2019, 102: 295-303.
- [18] 邓明晰. 固体板中的非线性兰姆波 [M]. 北京: 科学出版社, 2006: 45-84.
- DENG M X. Research on nonlinearity of Lamb waves [M]. Beijing: Science Press, 2006: 45-84.
- [19] 朱颖. 薄板构件损伤非线性 Lamb 波检测中的关键问题研究 [D]. 长沙: 国防科技大学, 2019.
- ZHU Y. Study on key problems in detection of damage in thin plate components using nonlinear lamb waves [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2019.
- [20] ZUO P, ZHOU Y, FAN Z. Numerical and experimental investigation of nonlinear ultrasonic lamb waves at low frequency [J]. *Applied Physics Letters*, 2016, 109(2): 021902.

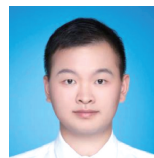
作者简介



朱颖 (通信作者), 2009 年于南京航空航天大学获得学士学位, 2014 年于南昌航空大学获得硕士学位, 2019 年于国防科技大学获得博士学位, 现为南昌航空大学讲师, 主要研究方向为超声无损检测、非线性超声检测、超声换能器。

E-mail: nuaazy06@126.com

Zhu Ying (Corresponding autor) received her B. Sc. degree from Nanjing University of Aeronautics and Astronautics in 2009, received her M. Sc. degree from Nanchang Hangkong University in 2014, and received her Ph. D. from National University of Defense Technology in 2019. She is currently a lecturer at Nanchang Hangkong University. Her main research interests include ultrasonic nondestructive testing, nonlinear ultrasonic testing and ultrasonic transducer.



黄嘉诚, 2019 年于南昌航空大学获得学士学位, 现为南昌航空大学硕士研究生, 主要研究方向为超声无损检测及非线性超声检测。

E-mail: 708943507@qq.com

Huang Jiacheng received his B. Sc. degree from Nanchang Hangkong University in 2019. He is currently a master student at Nanchang Hangkong University. His main research interests include ultrasonic nondestructive testing and nonlinear ultrasonic testing.