

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2108418

基于变分贝叶斯平行因子分解的缺失信号的恢复*

李琼¹,李志农^{1,2},周世健¹,谷士鹏³,陶俊勇²

(1. 南昌航空大学无损检测技术教育部重点实验室 南昌 330063; 2. 国防科学技术大学装备综合保障技术重点实验室 长沙 410073; 3. 中国飞行试验研究院 西安 710089)

摘要:现有的工程信号处理方法都是基于完整的数据采集,并没有考虑缺失信号的处理。而在工程实际中,由于人为因素和自然界不可抗拒的因素,有时会造成传感器失效,从而造成信号采集的缺失。为了消除信号缺失对工程信号处理的消极影响,提出了一种基于变分贝叶斯平行因子分解的信号恢复方法。首先利用平行因子分析理论将采集的振动信号构造成三维张量,同时结合贝叶斯方法,引入潜在变量和超参数,建立贝叶斯平行因子概率图模型;其次采用变分贝叶斯算法推导出因子矩阵和超参数的后验分布,从而进一步推断出缺失元素的分布预测;最后通过分析该模型的下界,初始化参数的选择,使该算法更好的解决信号缺失问题。利用均方根误差和相对平方根误差对该算法的性能进行评估,仿真和实验结果表明,随着缺失比例的增大,变分贝叶斯平行因子分解算法相较于传统的低秩张量补全算法,误差更小,能够更加有效的恢复缺失的信号,有效地解决了工程信号处理中因传感器失效而引起的信号缺失的问题。

关键词: 平行因子分解;变分贝叶斯;信号缺失;信号恢复

中图分类号: TN911.7 TH17 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 460.40

Restoration of missing signals based on the variational Bayesian parallel factorization

Li Qiong¹, Li Zhinong^{1,2}, Zhou Shijian¹, Gu Shipeng³, Tao Junyong²

(1. Key Laboratory of Nondestructive Testing Ministry of Education, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, China;
2. Laboratory of Science and Technology on Integrated Logistics Support, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China; 3. China Flight Test and Research Institute, Xi'an 710089, China)

Abstract: The existing engineering signal processing methods are based on complete data acquisition, which do not consider the missing signal processing. However, in engineering practice, due to human factors and natural irresistible factors, the sensor may fail and result the lack of signal acquisition. To eliminate the negative influence of signal loss on engineering signal processing, a signal recovery method based on the variational Bayesian parallel factorization is proposed. Firstly, the collected vibration signal is constructed into a three-dimensional tensor by the parallel factor analysis theory. Meanwhile, combined with the Bayesian method, potential variables and super parameters are introduced to formulate Bayesian parallel factor probability graph model. Then, the posterior distribution of the factor matrix and the super parameters are derived by the variational Bayes algorithm. Therefore, the distribution prediction of the missing element can be further deduced. Finally, the proposed algorithm can better solve the problem of signal loss by analyzing the lower bound of the model and the selection of initialization parameters. Two evaluation indexes (i. e. root mean square error and root relative squared error) are used to evaluate the performance of the algorithm. The simulation and experiment results show that with the increase of missing ratio, the variational Bayesian parallel factorization algorithm has smaller error than the traditional low rank tensor completion algorithm, which can more effectively restore the missing signal. The proposed method provides an effective way to solve the problem of signal missing caused by sensor failure in engineering signal processing.

Keywords: parallel factorization; variational Bayesian; signal loss; signal recovery

收稿日期: 2021-08-15 Received Date: 2021-08-15

* 基金项目: 国家自然科学基金(52075236)、江西省自然科学基金重点项目(20212ACB202005)、航空科学基金重点项目(20194603001)、装备预研基金项目(6142003190210)、陕西省矿山机电装备智能监测重点实验室开放基金重点项目(SKL-MEIM201901)、南昌航空大学研究生创新专项基金项目(YC2020S549)资助

0 引言

为了有效处理工程中存在大量的非线性、非平稳信号,人们提出了很多的非平稳信号处理方法。例如小波变换^[1]、经验模式分解^[2]、变分模态分解^[3]、同步提取变换^[4]、包络分析、流形学习等。虽然这些信号处理方法可以有效地对工程信号进行分析,但是众多学者的实验研究都是建立在采集到完整的采集数据的基础上^[5],在实际测量和收集数据的过程中,由于工作环境复杂多变,不同的原因,无论是硬件故障,传感器故障和传输中断,都有可能会出现数据丢失(缺失)的情况^[6],并且这种情况是经常发生的,一旦信号丢失,上述各种工程信号处理方法将具有一定的局限性。如果不能解决数据丢失的问题,在单次数据不方便重新采样的情况下,许多重要的数据将会被丢弃或者不正确的分析,对后续故障特征提取和诊断模型造成了很大的影响。例如,旋转机械升降速过程,存在大量非平稳、非线性信号,这些信号可重复再现性非常差,还有机械设备关键部件的寿命预测等都不可能补充采集,因为信号的可重复性再现性都非常差。

目前,缺失的工程信号恢复几乎被忽略了,文献[7]提出了一种基于过完备字典的缺失振动数据压缩感知重构算法,通过奇异值分解算法得到过完备字典,解决了航空发动机的数据丢失问题。陈琳升等^[8]将数据分组处理算法与经粒子群优化的支持向量机算法相结合,用于轴承故障诊断领域,预测出缺失的数据。然而,这些振动信号缺失的恢复方法都需要大量的训练样本,而实际采集数据量少,这就出现样本不足的情况,容易造成过拟合。马云飞等^[9]将经验模态分解和贝叶斯压缩感知相结合,用来解决信号随机缺失问题,最后通过实验成功验证了所提方法的有效性。但是此方法在随机缺失的修复过程中,复杂度高,计算效率较低。

为了解决上述方法的局限性,在面对数据丢失的情况下,张量方法^[10]作为数据恢复的一种手段,提供了一种新的思路,已经成功应用在各个领域,比如图像^[11-12],医学^[13],音频和信号处理^[14-15]领域等,并且取得了很好的效果。

目前张量方法分为张量补全和张量分解两种,例如文献[16]采用张量补全方法恢复音频信号,文献[17]恢复缺失的低压台区数据,虽然这种方法很容易实现,但是在实施的过程中收敛速度很慢,每次迭代过程计算数个大规模的奇异值分解。基于此不足,本文采取张量分解方法来对缺失的数据进行恢复,其中平行因子分解模型是常用的一种分解类型,它通过捕捉潜在因子来恢复不完整的张量。比如在文献[18-19]中,采用平行因子分解模型的一阶加权优化方法来恢复缺失数据,但是此种方

法存在的问题是因子矩阵的推断是通过点估计进行的,很容易造成过拟合现象,并且张量数据环境复杂,很多数据恢复方法在复杂环境中估计速度缓慢,而贝叶斯算法能够以较少的运算量进行参数估计^[20-21],已经用在了不同领域,且效果显著。

因此,本文将平行因子分解模型和变分贝叶斯算法相结合,即变分贝叶斯平行因子分解算法(variational Bayesian parallel factorization, VBPF),在因子矩阵上制定了一个稀疏诱导分层先验,在变分贝叶斯推理的框架下推导出未知数的后验分布,从而进一步推导出缺失元素的预测分布。为了验证本文算法的有效性,分别进行仿真信号分析和实验台采集的振动信号分析,通过与传统的低秩张量补全方法(low rank tensor completion, LRTC)进行对比,结果表明,本文所提的方法可以更好地解决实际工程中遇到的此类问题,为工程信号处理领域中一直存在的信号丢失问题提供了一种新的思路,其研究成果具有重要的理论价值和工程应用价值。

1 基于平行因子分析的三维张量的构成

理论上,张量可以看作是向量和矩阵的高阶推广。传统的数据表示模型,如向量和矩阵,是一维时间序列。对一些可以观测的高阶信号,使用张量表示更能体现信号的原始结构,而低阶,比如矩阵和向量对数据的信息分析不够透彻。平行因子分解处理的是高维数据,因此本文对原始的一维振动信号进行三维张量化,使其满足平行因子模型分解的条件。

首先,假设一个传感器接收的信号 S 包含 k 个采样点,然后将信号分成不重叠的 q 段,所以每一个数据段就包含了 $p=k/q$ 个数据点。因此将信号分割成了列数为 q 的矩阵 \mathbf{X} 。矩阵 \mathbf{X} 如下:

$$\mathbf{X} = \begin{Bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_q \\ x_{q+1} & x_{q+2} & \cdots & x_{2q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{(p-1)*q+1} & x_{(p-1)*q+2} & \cdots & x_k \end{Bmatrix} \quad (1)$$

将矩阵 \mathbf{X} 进行转置,得到矩阵 \mathbf{X}^T 表示为:

$$\mathbf{X}^T = \begin{Bmatrix} x_1 & x_{q+1} & \cdots & x_{(p-1)*q+1} \\ x_2 & x_{q+2} & \cdots & x_{(p-1)*q+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_q & x_{2q} & \cdots & x_k \end{Bmatrix} \quad (2)$$

然后,将转置矩阵 \mathbf{X}^T 沿水平进行分割,也就是可以分割成的一个个切片构造成了张量 \mathbf{Y} 。

$$\mathbf{Y}(:, p, :) = S(:, (1 + (p-1)*q):(p*q)) \quad (3)$$

此时,需要注意的是, p 的取值是最开始是从1逐渐增加到 p ,而 q 的数值一直不变。

2 贝叶斯平行因子分解模型的建立

假设 \mathbf{Y} 是一个真实潜在张量 \mathbf{X} 的噪声观测值,即 $\mathbf{Y}=\mathbf{X}+\boldsymbol{\varepsilon}$, $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为高斯白噪声,带噪声的张量 $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ 的平行因子分解为:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X} + \boldsymbol{\varepsilon} = \sum_{r=1}^R [\mathbf{a}_r^{(1)} \circ \dots \circ \mathbf{a}_r^{(N)}] + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4)$$

$$\text{记 } \mathbf{X} = \sum_{r=1}^R [\mathbf{a}_r^{(1)} \circ \dots \circ \mathbf{a}_r^{(N)}] = [\mathbf{A}^{(1)}, \dots, \mathbf{A}^{(N)}],$$

“ \circ ”表示向量的外积, $\{\mathbf{A}^{(n)} \in \mathbb{R}^{I_n \times R} \mid n = 1, \dots, N\}$ 为张量 \mathbf{X} 对应的第 n 个模式因子矩阵。 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 服从独立同分布的高斯分布,即: $\boldsymbol{\varepsilon} \sim \prod_{i_1, \dots, i_N} \mathbb{N}(0, \tau^{-1})$ 。由式(4)可知,张量的平行因子分解可以看做 R 个秩为 1 的张量求和。对于第 n 个模式因子矩阵 $\mathbf{A}^{(n)}$ 的表示形式,如下式所示:

$$\mathbf{A}^{(n)} = [\mathbf{a}_1^{(n)}, \dots, \mathbf{a}_r^{(n)}, \dots, \mathbf{a}_R^{(n)}] \quad (5)$$

根据平行因子分解理论,结合贝叶斯方法,引入似然模型,此模型的表达式为:

$$p(\mathbf{Y} \mid \{\mathbf{A}^{(n)}\}_{n=1}^N, \tau) = \prod_{i_1=1}^{I_1} \dots \prod_{i_N=1}^{I_N} \mathbb{N}(y_{i_1 i_2 \dots i_N} \mid \langle \mathbf{a}_{i_1}^{(1)}, \dots, \mathbf{a}_{i_N}^{(N)} \rangle, \tau^{-1})^{o_{i_1 \dots i_N}} \quad (6)$$

式中:参数 τ 表示噪声精度, \mathbb{N} 表示高斯分布, $\langle \dots \rangle$ 表示 $N(N \geq 3)$ 个向量的内积, $\mathbf{a}_{i_n}^{(n)}$ 表示 $\mathbf{A}^{(n)}$ 的第 i_n 行的行向量。

进一步地,为有效利用因子矩阵的先验信息,引入有效精度的后验分布:

$$P(\mathbf{A}^{(n)} \mid \lambda) = \prod_{i_n} \mathbb{N}(a_{i_n} \mid 0, \Lambda^{-1}), n = 1, \dots, N \quad (7)$$

其中, $\Lambda^{-1} = \text{diag}(\lambda)$ 表示矩阵方差的逆。它依赖所有模式的因子矩阵。更进一步的,假设超参数 λ 是独立的,给出超参数 λ 的先验概率函数如下:

$$P(\lambda) = \prod_{r=1}^R \text{Ga}(\lambda_r \mid c'_0, d'_0) \quad (8)$$

其中, $\text{Ga}(x \mid a, b)$ 表示 Gamma 分布。使用贝叶斯解决补全模型,设置噪声精度 τ 的先验概率函数如下:

$$P(\tau) = \text{Ga}(\tau \mid a_0, b_0) \quad (9)$$

最终的模型概率结构如图 1 所示。

为简化上述符号,包括因子矩阵和超参数在内的所有的未知数被统一表示为 Θ 。采用贝叶斯方法处理该模型,推断出所有参数 Θ 的后验分布为:

$$P(\Theta \mid \mathbf{Y}_\Omega) = \frac{p(\Theta, \mathbf{Y}_\Omega)}{\int p(\Theta, \mathbf{Y}_\Omega) d\Theta} \quad (10)$$

其中,设置 \mathbf{Y} 是一个 N 阶不完全张量,丢失的数据大小为 $I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N$, \mathbf{Y}_Ω 表示被观察的数据 ($i_1, i_2, \dots, i_N \in \Omega$),其中 Ω 表示元素的指标集。定义张量 \mathbf{O} 如式(11)所示。

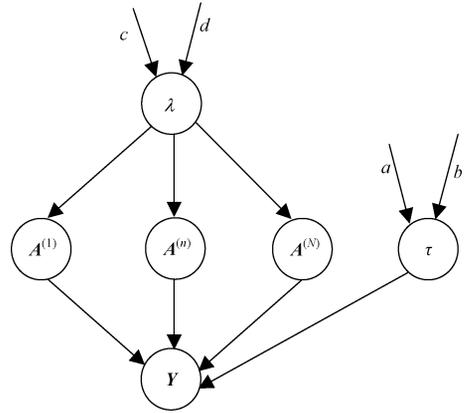


图 1 贝叶斯平行因子分解的概率图模型

Fig. 1 Probability graph model of Bayesian parallel factorization

$$\mathbf{O}_{i_1 i_2 \dots i_N} = \begin{cases} 1, & (i_1, i_2, \dots, i_N) \in \Omega \\ 0, & (i_1, i_2, \dots, i_N) \notin \Omega \end{cases} \quad (11)$$

进一步可以推出缺失元素数据 \mathbf{Y}_{Ω} 的分布预测为:

$$p(\mathbf{Y}_{\Omega} \mid \mathbf{Y}_\Omega) = \int p(\mathbf{Y}_{\Omega} \mid \Theta) p(\Theta \mid \mathbf{Y}_\Omega) d\Theta \quad (12)$$

3 基于变分贝叶斯模型的缺失信号恢复方法

利用式(10)和(12)想精确推理出所有的潜在变量及超参数是非常困难的,基于此,这里,采用变分贝叶斯进行近似求解。通过极小化 KL 散度来寻找 $q(\Theta)$ 分布近似逼近真实的后验分布 $p(\Theta \mid \mathbf{Y}_\Omega)$, KL 散度定义如下:

$$KL(q(\Theta) \parallel p(\Theta \mid \mathbf{Y}_\Omega)) = \int q(\Theta) \ln \left\{ \frac{q(\Theta)}{p(\Theta \mid \mathbf{Y}_\Omega)} \right\} d\Theta =$$

$$\ln p(\mathbf{Y}_\Omega) - \int q(\Theta) \ln \left\{ \frac{p(\mathbf{Y}_\Omega, \Theta)}{q(\Theta)} \right\} d\Theta \quad (13)$$

式中:第 1 项 $\ln p(\mathbf{Y}_\Omega)$ 表示模型的证据因子,为常数。

第 2 项 $\int q(\Theta) \ln \left\{ \frac{p(\mathbf{Y}_\Omega, \Theta)}{q(\Theta)} \right\} d\Theta$ 被定义为模型因子的下界,记 $L(q)$ 。因为 $\ln p(\mathbf{Y}_\Omega)$ 为常数,所以当 KL 散度为 0 时,即 $q(\Theta) = p(\Theta \mid \mathbf{Y}_\Omega)$ 时可以取到式(13)中模型因子的下界的最大值。采用平均场近似理论,假设变分分布可以被分解为:

$$q(\Theta) = q_\lambda(\lambda) q_\tau(\tau) \prod_{n=1}^N q_n(\mathbf{A}^{(n)}) \quad (14)$$

值得注意的是这只是假设 $q(\Theta)$ 的总体分布,而各个因子 $q_j(\Theta_j)$ 的函数形式可以依次推导出来。下面基于下界 $L(q)$ 的最大化给出 $q(\Theta)$ 的第 j 个因子的优化形式:

$$\ln q_j(\Theta_j) = E_{q(\Theta/\Theta_j)} [\ln p(\mathbf{Y}, \Theta)] + C \quad (15)$$

其中, $E_{q(\Theta/\Theta_j)}[\cdot]$ 表示除了 Θ_j 的所有变量联合分布

的期望, C 为常数。因为所有变量的先验分布取自指数族且它们是共轭分布的, 所以可以进一步得到未知数的后验分布。

1) 因子矩阵 $\mathbf{A}^{(n)}$ 的后验分布

由图 1 可知, 第 n 个模式因子矩阵 $\mathbf{A}^{(n)}$ 的后验分布可以由观测数据信息和其他的第 n 个模式因子矩阵 $\mathbf{A}^{(k)}$ ($k \neq n$) 的先验分布、超参 τ 的先验分布推出。由式 (15) 可知第 n 个模式因子矩阵 $\mathbf{A}^{(n)}$ ($n = 1, \dots, N$) 的各行独立的 $a_{i_n}^{(n)}$ 服从高斯分布。因此, 对于任意 $n \in \{n = 1, \dots, N\}$ 的 $\mathbf{A}^{(n)}$ 的后验分布可分解为:

$$q_n(\mathbf{A}^{(n)}) = \prod_{i_n=1}^{I_n} N(a_{i_n}^{(n)} | \tilde{a}_{i_n}^{(n)}, \mathbf{V}_{i_n}^{(n)}) \quad (16)$$

其中, 后验参数通过下式更新:

$$\tilde{a}_{i_n}^{(n)} = E_q[\tau] \mathbf{Y}_{(n)} E_q[\mathbf{A}_i^{(n)}] \mathbf{V}_{i_n}^{(n)} \quad (17)$$

$$\mathbf{V}_{i_n}^{(n)} = (E_q[\tau] E_q[\mathbf{A}_i^{(n)T} \mathbf{A}_i^{(n)}] + E_q[\Lambda])^{-1}$$

式中: $\mathbf{Y}_{(n)}$ 代表张量数据 \mathbf{Y} 的第 n 个模式因子矩阵, $\mathbf{V}^{(n)}$ 为辅助矩阵, $E_q[\cdot]$ 代表包含所有变量的后验期望。式 (17) 中 $\mathbf{V}^{(n)}$ 首先利用因子先验 $E_q[\Lambda]$ 和其它因子矩阵的协方差更新, 而这两项的权重通过 $E_q[\tau]$ 来调节。然后 $\tilde{a}_{i_n}^{(n)}$ 通过 $\mathbf{V}_{i_n}^{(n)}$ 旋转, 并根据 $E_q[\tau]$ 进行尺度变换。

2) 超参数 λ 的后验分布

由图 1 可知, 超参数 λ 的后验分布可由 N 个因子矩阵的信息和超参数 λ 的先验信息推导出。通过式 (15) 可知, 每个 λ_r ($r \in \{1, \dots, R\}$) 独立的服从 $Gamma$ 分布, 即 $q_\lambda(\lambda) = \prod_{r=1}^R Ga(\lambda_r | C_M^r, d_M^r)$, 其中 R 为张量的 k 秩, 其中 C_M^r, d_M^r 表示从 M 个观测数据得到的后验参数, 且其更新公式如下:

$$\begin{cases} C_M^r = C_0^r + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N I_n \\ d_M^r = d_0^r + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N E_q[a_r^{(n)T} a_r^{(n)}] \end{cases} \quad (18)$$

3) 噪声精度 τ 的后验分布

噪声精度 τ 的后验分布可由观测数据和其本身的超先验信息推导出。结合式 (15) 可知, 噪声精度 τ 的变分后验分布服从 $Gamma$ 分布, 即 $q_\tau(\tau) = Ga(\tau | a_M, b_M)$, 这里后验参数 a_M, b_M 的更新公式如下:

$$\begin{cases} a_M = a_0 + \frac{1}{2} \sum_{i_1, \dots, i_N} O_{i_1, \dots, i_N} \\ b_M = b_0 + \frac{1}{2} E_q[\|O * (\mathbf{Y} - [[\mathbf{A}^{(1)}, \dots, \mathbf{A}^{(N)}]])\|_F^2] \end{cases} \quad (19)$$

4) 模型下界

对于式 (13) 可以估计其变分下界。因为在每次重新迭代过程中其下界是增加的, 可以通过测试这个值来

判断是否收敛。边界概率函数的下界也可以写为:

$$L(q) = E_q[\ln p(\mathbf{Y}_0, \Theta)] + H(q(\Theta)) \quad (20)$$

式中: 第 1 项表示联合概率密度的后验期望值, 第 2 项表示 q 分布的熵。

5) 初始化模型参数

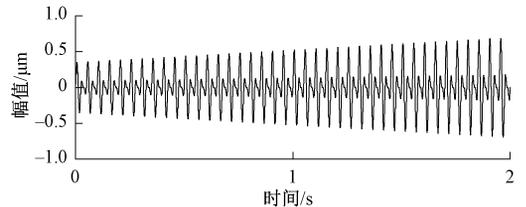
从以上对模型描述, 注意到该变分贝叶斯模型保证了最后解收敛到局部最小值。为了能够较好的解决恢复问题, 初始点的选择就显得尤其重要。模型中顶层超参数 a_0, b_0, c_0, d_0 设置成为 10^{-5} 。从而, 超精度参数 τ 的期望值可以初始化为 $E[\Lambda] = I$ 和 $E[\tau] = 1$ 。对于因子矩阵 $\mathbf{A}^{(n)}$ 的期望 $E[\{\mathbf{A}^{(n)}\}]$ ($n \in \{1, \dots, N\}$) 初始化方法是: 设置因子矩阵 $\mathbf{A}^{(n)} = \mathbf{U}^{(n)} \boldsymbol{\Sigma}^{(n)\frac{1}{2}}$, 这里 $\mathbf{U}^{(n)}$ 表示左奇异值向量, $\boldsymbol{\Sigma}^{(n)}$ 表示对角左奇异矩阵。他们可通过张量 \mathbf{Y} 的第 n 个模式因子矩阵 $\mathbf{A}^{(n)} \in (n \in \{1, \dots, N\})$ 的奇异值分解得到。 $\mathbf{V}^{(n)}$ 简单的设定为单位矩阵 \mathbf{I} 。在实践中, 为了简单起见, 也可以手动给出张量秩 R 初始值。

因此, 按照图 1 一般从下到上进行更新, 而这也正表明信息的传递开始于观测数据。

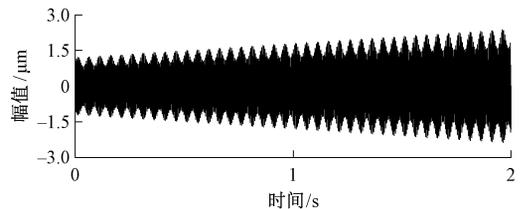
4 仿真分析

为了验证所提算法的有效性, 仿真两个源信号, 如式 (21) 所示, 信号的特征频率分别为 40 和 200 Hz。采样频率设置为 5 000 Hz, 采样点为 10 240。观测信号时域波形如图 2 所示。

$$\begin{cases} S_1 = 0.1(t+2)(1+2\sin(40\pi t))\sin(80\pi t) \\ S_2 = 0.2(t+2)(5+2\sin(40\pi t))\sin(400\pi t) \end{cases} \quad (21)$$



(a) 信号 S_1 时域波形图
(a) Time domain waveform of signal S_1



(b) 信号 S_2 时域波形图
(b) Time domain waveform of signal S_2

图 2 源信号时域波形图

Fig. 2 Time domain waveform of source signal

对上述观测信号采用随机缺失的方法,为了充分显示 VBPF 算法预测模型的优越性,将缺失相同部分的不完整数据作为 LRTC 算法的输入,同时为了进一步评价所提算法的恢复效果,采用均方根误差 (root mean square error, RMSE) 和相对平方根误差 (root relative squared error, RRSE) 作为评价指标,不同缺失比例下两种方法的误差值如图 3 所示。

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_{o,i} - X_{m,i})^2}{n}} \quad (22)$$

$$RRSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_{o,i} - X_{m,i})^2}{\sum_{i=1}^n (X_{m,i})^2}} \quad (23)$$

式中: X_o 表示恢复后的信号; X_m 表示原始的观测信号。

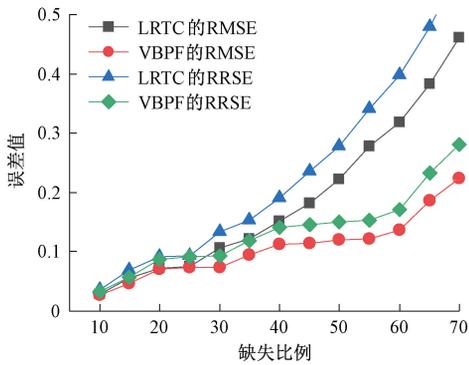


图 3 不同缺失比例的误差值

Fig. 3 Error values of different missing proportions

从图 3 可以看出,当缺失比例低于 25% 时,两种方法对信号的恢复效果差距不大, RMSE 和 RRSE 误差几乎吻合,差距很小,随着缺失比例慢慢增大,当缺失比例在 25% 和 55% 之间, VBPF 算法的误差缓慢增大,但一直低于 LRTC 算法,当缺失比率大于 55% 以后, LRTC 算法呈现急剧增加的情况,误差越来越大, LRTC 算法对信号的恢复能力已经远远不如 VBPF 算法的恢复能力,两种方法存在较大的差距。

总的来说,当缺失比例不超过 70% 的情况下,随缺失比率逐渐增大的同时, VBPF 算法的 RMSE 和 RRSE 相对来讲比较平稳,都在 0.25 以下,恢复的效果更好,与此同时, LRTC 算法对缺失比例的变化就极为敏感,对于缺失比例较大的信号,此算法就不能精确的恢复原信号,信号恢复的能力较差。因此可以得出, VBPF 算法的恢复效果要明显优于 LRTC 算法。

为了更加清晰的观察信号缺失对频谱的影响,从图 3 中选择 4 种缺失比例,对于缺失的采集信号,用 0 来填补缺失的这部分数据,最后得到的缺失信号的频谱图如图 4 所示。

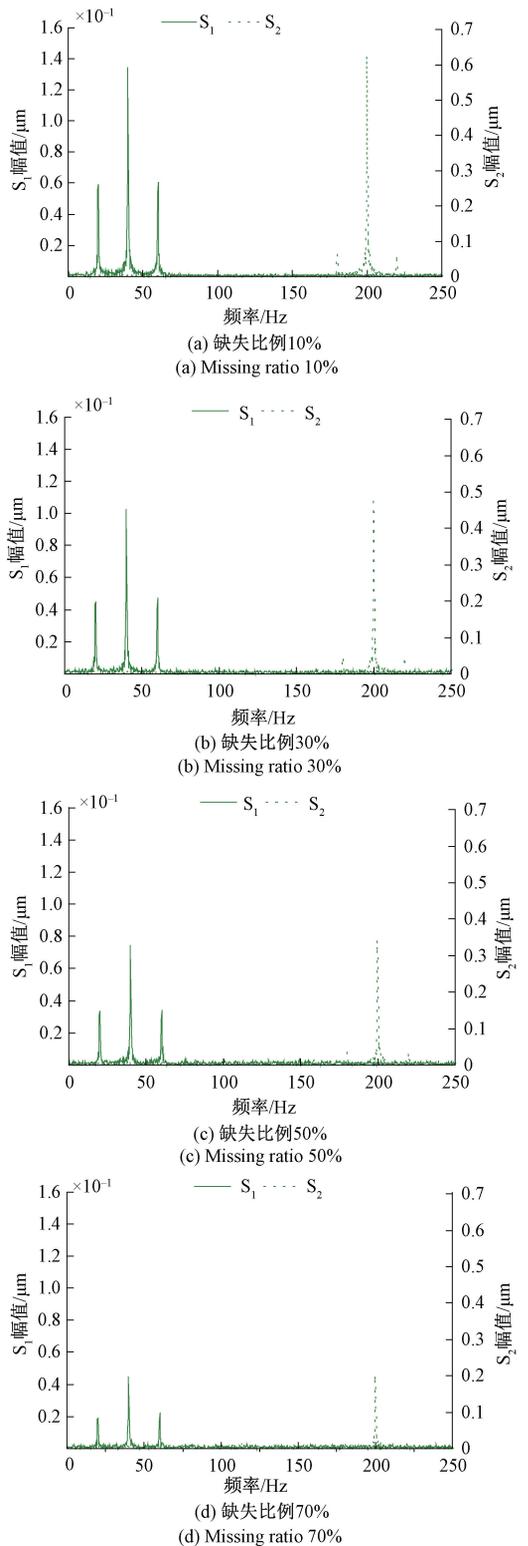


图 4 缺失信号的频谱

Fig. 4 The spectrum of missing signal

从图 4 中可以看出,当信号的缺失比例逐渐增大时,缺失信号的频谱与原信号的频谱差距变大,已经不能够清晰的反应原始信号的频率特征。同时将选中的 4 种缺

失比例的信号用两种不同的方法来进行恢复,恢复的频域结果如图5所示。

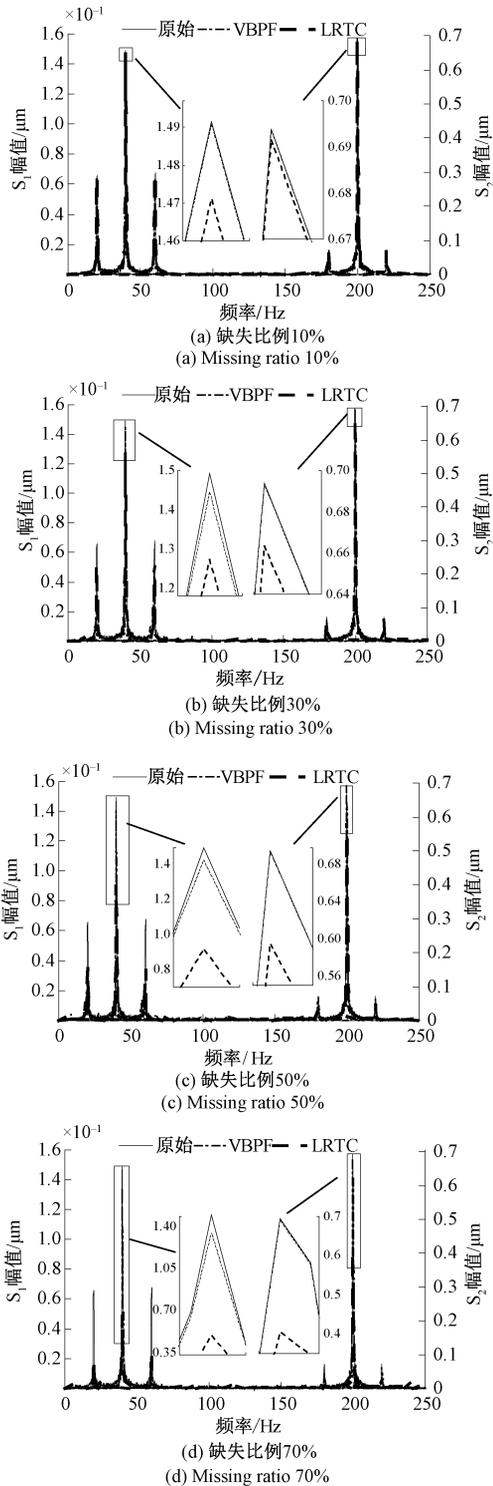


图5 不同缺失比例恢复的频谱

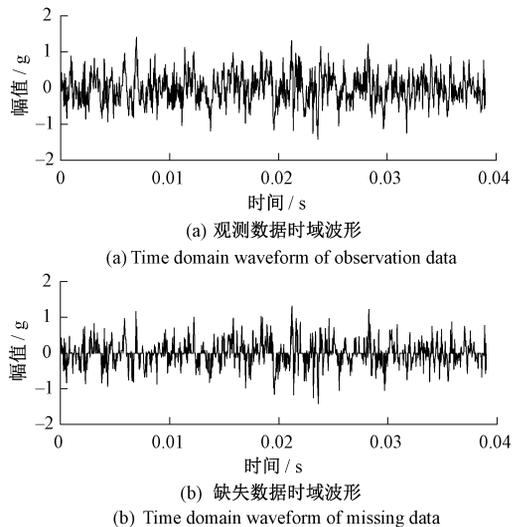
Fig. 5 Spectrum recovered with different missing ratios

图5中,当缺失比例为10%时,两种方法都能够很好的恢复,对应的幅值和频谱跟缺失前基本一样;当缺失比

例为30%和50%时,VBPF算法在故障频率50和200 Hz时,其所对应的幅值均比LRTC算法的幅值要更接近原信号,说明恢复的效果更接近真实的频谱;当缺失数据为70%时,两种算法之间的差距更为明显,LRTC算法恢复的效果与原信号差距很大,同时对于信号 S_2 ,在频率为180和220 Hz时,LRTC算法不能很好的将其恢复出来,而VBPF算法可以准确的恢复出信号的特征频率。从上述恢复的频谱图中可以进一步得出,当信号的缺失比率逐渐增大时,VBPF算法的恢复能力相对来讲比较平稳,恢复的效果是较为准确的,更加接近原信号,因此,本文所提的方法具有明显的优势。

5 实验研究

为了进一步验证所提方法的实用性,本次实验选取的是西安交通大学雷亚国教授和昇阳科技联合实验室轴承加速寿命预测实验数据。实验滚动轴承的型号为LDK UER204,内圈滚道直径为29.30 mm,外圈滚道直径为39.80 mm,轴承中径为34.55 mm,滚珠直径为7.92 mm,滚珠个数为8。试验中通过使用DT9837便捷式动态信号采集器采集振动信号,其中电机转速为2 100 r/min,相应的转频为 $f_r = 35$ Hz,采样频率为 $f_s = 25\ 600$ Hz,采样间隔为1 min,每次采样时长为1.28 s。从中选取1 000个数据为采样点,同时随机缺失350个数据点,得到的观测数据的时域波形和随机缺失的时域波形如图6(a)和(b)所示,对比图6(a)和(b)可知,缺失信号有明显的失真现象。对于缺失的信号,用VBPF算法来进行恢复,得到的恢复信号的时域波形如图6(c)所示,通过计算恢复信号与原始信号的均方根误差和相对平方根误差可以得出,VBPF算法的RMSE=0.2,RRSE=0.62,由此可知,提出的算法很好地恢复了缺失的信号。



(a) 观测数据时域波形

(a) Time domain waveform of observation data

(b) 缺失数据时域波形

(b) Time domain waveform of missing data

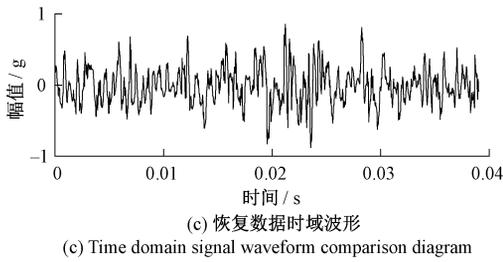


图6 时域信号波形对比图

Fig. 6 Time domain waveform of the source signal

进一步实验,改变采样点数,其中电机转速为 2 250 r/min,相应的转频为 $f_r = 37.5$ Hz,并且选取 10 000 个数据为采样点,并且对上述观测信号进行随机缺失,不同缺失比例情况下两种方法的误差值如图 7 所示。随着缺失比例的增大,两种误差逐渐增大,相较于 VBPF 算法,LRTC 算法对缺失比例的变化更为敏感,变化的幅度更大,最后当缺失比例达到 50% 时,两种方法对信号的恢复能力存在明显的差距。

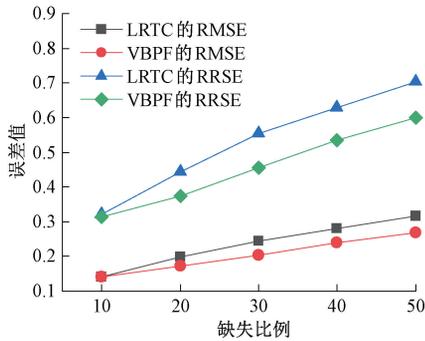


图7 不同缺失比例的误差值

Fig. 7 Error values of different missing proportions

对信号进行恢复的目的是为了后续对信号进行分析和处理,信号的频谱特征相对于时域波形,在一定程度上更加能作为信号恢复好坏的重要依据。因此,从图 7 中选取 10%、30% 和 50% 的缺失比例,得到的缺失信号的频谱如图 8 所示。随着缺失比例的增大,信号的频谱特征已经变得混乱,不能够清晰的判断出原始信号的频谱特征,为后续信号的诊断造成了障碍。

为了更直观的对比本文所提的算法,同时将选中的 3 种缺失比例的信号用两种不同的方法来进行恢复,恢复的频域结果如图 9 所示。

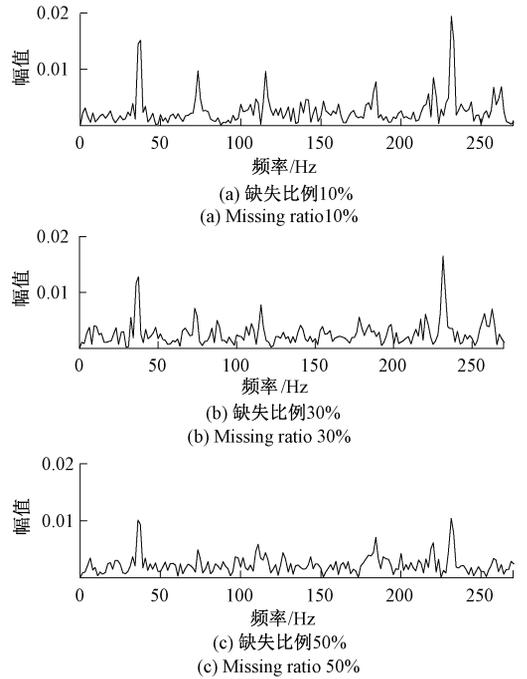
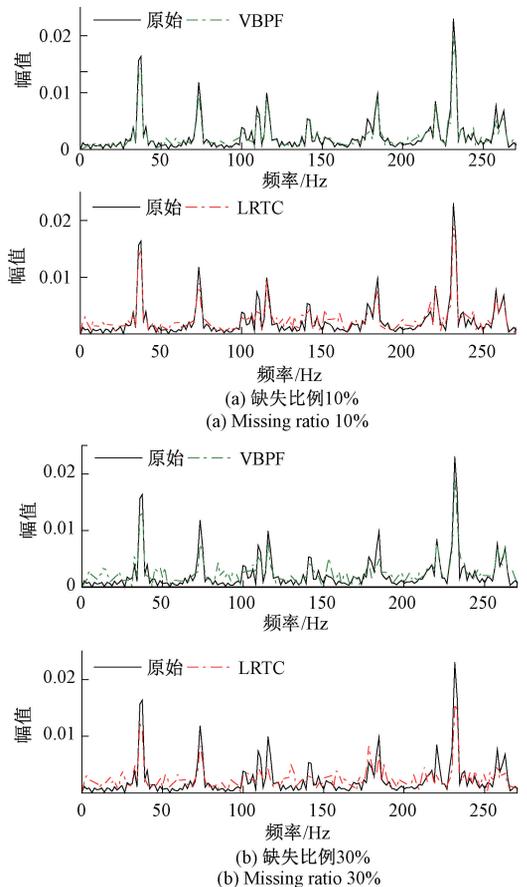


图8 缺失信号的频谱

Fig. 8 The spectrum of the missing signal



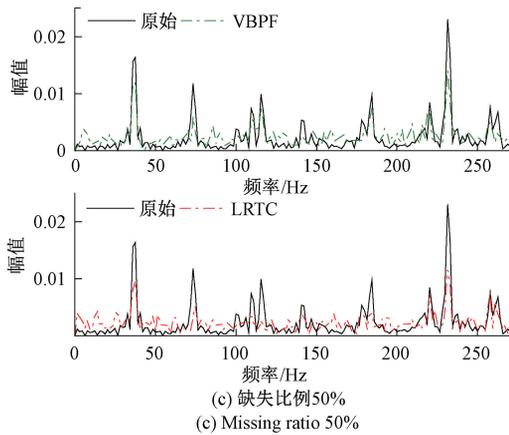


图9 不同缺失比例恢复的频谱

Fig. 9 Spectrum recovered with different missing ratios

在图9中,当缺失比例为10%时,无论是VBPF算法还是LRTC算法,两种方法都能很好的恢复出观测信号的频谱,对比观测信号的频谱,恢复信号的一倍频,二倍频,三倍频、五倍频和六倍频都可以在图9(a)中显示,并且两种方法的效果差距不大。当缺失比例为30%时,LRTC并没有将三倍频和五倍频清晰地恢复出来,同时频谱对应的幅值也低于VBPF算法恢复的幅值。当缺失比例为50%时,LRTC算法只恢复出了一倍频,其余的倍频已经非常混杂,频率对应的幅值已经不能够清晰的显现,而VBPF算法依旧能够很好的体现三倍频、五倍频和六倍频,且频率对应的幅值也很明显。综上对比实验的频谱图,可以进一步得出VBPF算法针对实际工况的轴承信号,恢复的效果更佳,实际应用更强,且明显优于传统的LRTC算法。

6 结 论

本文针对工程信号采集可能造成的信号缺失问题,提出了一种基于变分贝叶斯平行因子分解缺失信号恢复算法。首先将一维信号构造成三维张量,然后建立了VBPF算法的预测模型,采用变分贝叶斯推断信道参数以及因子矩阵的后验信息,更精准的恢复缺失信号。仿真和实验结果表明,在相同的缺失比例情况下,本文所提的方法的均方根误差更小,恢复的性能更好,对比不同恢复方法得到的频谱图,再次验证了所提方法的有效性,解决了工程中因传感器失效而遇到的信号丢失无法解决的问题。本文的研究具有重要的理论价值和工程应用价值,为有效地解决了工程信号分析中因传感器失效而引起的信号缺失的问题,应用前景广阔。

参考文献

- [1] 程铁栋,吴义文,罗小燕,等. 基于EWT_Hankel_SVD的矿山微震信号特征提取及分类方法[J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(6): 184-194.
CHENG T D, WU Y W, LUO X Y, et al. Feature extraction and classification method of mine microseismic signals based on EWT_Hankel_SVD [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(6): 184-194.
- [2] JIANG Y, TANG C, ZHANG X, et al. A novel rolling bearing defect detection method based on bispectrum analysis and cloud model-improved EEMD [J]. IEEE Access, 2020, 8: 24323-24333.
- [3] 李志农,朱明. 基于变分模态分解的机械故障诊断方法研究[J]. 兵工学报, 2017, 38(3): 593-599.
LI ZH N, ZHU M. Research on mechanical fault diagnosis method based on variational mode decomposition [J]. Acta Armamentarii, 2017, 38(3): 593-599.
- [4] 胡志峰,李志农,朱彤,等. 基于同步提取变换的滚动轴承微弱特征增强与提取方法[J]. 兵器装备工程学报, 2021, 42(2): 234-238.
HU ZH F, LI ZH N, ZHU T, et al. Method of weak feature enhancement and extraction of rolling bearing based on synchroextracting transform [J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2021, 42(2): 234-238.
- [5] 谢佳琪,尤伟,沈长青,等. 基于改进卷积深度置信网络的轴承故障诊断研究[J]. 电子测量与仪器学报, 2020, 34(2): 36-43.
XIE J Q, YOU W, SHEN CH Q, et al. Bearing fault diagnosis based on improved convolution deep belief network [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2020, 34(2): 36-43.
- [6] 刘胜,吴迪,李芄. 机床主轴承多源信息融合故障诊断[J]. 航天制造技术, 2018, 2: 57-62.
LIU SH, WU D, LI P. Fault diagnosis of main bearing of forging machine based on multi-source data fusion [J]. Aerospace Manufacturing Technology, 2018, 2: 57-62.
- [7] 余路. 基于过完备字典的缺失振动数据压缩感知重构算法[J]. 系统工程与电子技术, 2017, 39(8): 209-215.
YU L. Missing vibration data reconstruction using compressed sensing based on over-complete dictionary [J]. Systems Engineering and Electronics,

- 2017, 39(8): 209-215.
- [8] 陈琳升, 吴永明, 李少波. 基于 GMDH 与 SVM 的信号缺失情景下轴承故障诊断[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2020, 555(5): 87-90.
- CHEN L SH, WU Y M, LI SH B. Bearing fault diagnosis based on GMDH-SVM in signal missing situation [J]. Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique, 2020, 555(5): 87-90.
- [9] 马云飞, 贾希胜, 胡起伟, 等. 基于 EMD 和 BCS 的振动信号数据修复方法[J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(3): 154-162.
- MA Y F, JIA X SH, HU Q W, et al. Vibration signal repairing method based on EMD and BCS[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(3): 154-162.
- [10] 高志军, 刘懿如, 王江锋, 等. 基于梯度下降 Tucker 分解的高速公路数据质量控制算法[J]. 北京交通大学学报, 2019, 43(6): 50-55.
- GAO ZH J, LIU Y R, WANG J F, et al. Data quality control algorithm for freeway based on gradient descent Tucker decomposition [J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2019, 43(6): 50-55.
- [11] ZHANG L, SONG L, DU B, et al. Nonlocal low-rank tensor completion for visual data[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 99: 1-13.
- [12] WANG J, XIA Y, ZHANG Y. Anomaly detection of hyperspectral image via tensor completion [J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2020, 99: 1-5.
- [13] THIEU T N, YANG H J, VU T D, et al. Recovering incomplete data using tucker model for tensor with low-n-rank [J]. International Journal of Contents, 2016, 12(3): 22-28.
- [14] 陈向俊, 毛晓松, 李黎苹, 等. 改进张量分解算法及在机械故障诊断中的应用[J]. 机械设计与制造, 2019, 4: 47-50.
- CHEN X J, MAO X S, LI L P, et al. An improved tensor decomposition algorithm and its application to mechanical fault diagnosis [J]. Mechanical Design and Manufacturing, 2019, 4: 47-50.
- [15] PHAM T D, YAN H. Tensor decomposition of gait dynamics in Parkinson's disease[J]. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 2017, 65(8): 1820-1827.
- [16] 杨立东, 王晶, 谢湘, 等. 基于低秩张量补全的多声道音频信号恢复方法[J]. 电子与信息学报, 2016, 38(2): 394-399.
- YANG L D, WANG J, XIE X, et al. Low rank tensor completion for recovering missing data in multi-channel audio signal [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2016, 38(2): 394-399.
- [17] 赵洪山, 寿佩瑶, 马利波. 低压台区缺失数据的张量补全方法 [J]. 中国电机工程学报, 2020, 22: 7328-7336.
- ZHAO H SH, SHOU P Y, MA L B. A tensor completion method of missing data in transformer district [J]. Proceedings of The Chinese Society for Electrical Engineering, 2020, 22: 7328-7336.
- [18] AKMAL M, ZUBAIR S, JOCHUMSEN M, et al. A tensor-based method for completion of missing electromyography data [J]. IEEE Access, 2019, 7: 104710-104720.
- [19] AKMAL M, ZUBAIR S, ALQUHAYZ H. Classification analysis of tensor-based recovered missing EEG data[J]. IEEE Access, 2021, 9: 41745-41756.
- [20] 刘连, 王孝通. 基于变分贝叶斯推断的字典学习算法[J]. 控制与决策, 2020, 35(2): 469-473.
- LIU L, WANG X T. Dictionary learning algorithm based on variable Bayes inference [J]. Control and Decision, 2020, 35(2): 469-473.
- [21] 刘旭明, 唐求, 邱伟, 等. 基于 ZINB 层次贝叶斯智能电能表的可靠性预估 [J]. 电子测量与仪器学报, 2019, 33(7): 28-36.
- LIU X M, TANG Q, QIU W, et al. Reliability evaluation and prediction of smart meters based on ZINB hierarchical Bayesian [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2019, 33(7): 28-36.

作者简介



李琼, 2019 年于河南工程学院获得学士学位, 现为南昌航空大学硕士研究生, 主要研究方向为信号处理, 机械故障诊断。

E-mail: 18337159026@163.com

Li Qiong received her B.Sc. degree from Henan University of Engineering in 2019. She is currently a graduate student at Nanchang Hangkong University. Her main research interests include signal processing and mechanical fault diagnosis.

李志农 (通信作者), 2003 年于浙江大学获得博士学位, 现为南昌航空大学教授, 主要研究方向为智能检测与信号处理、机械状态监测与故障诊断。

E-mail: lizhinong@tsinghua.org.cn



Li Zhinong (Corresponding author) received his Ph. D. degree from Zhejiang University in 2003. He is currently a professor at Nanchang Hangkong University. His main research interests include intelligent detection and signal processing, mechanical condition monitoring and fault diagnosis.



周世健, 1982 年于华东地质学院(现东华理工大学)获得学士学位, 1988 年于武汉测绘科技大学(现武汉大学)获得硕士学位, 1994 年于武汉测绘科技大学(现武汉大学)获得博士学位, 现为南昌航空大学教授, 主要研究方向为空间数据处理与智能分析。

E-mail: shjzhou@nchu.edu.cn

Zhou Shijian received his B. Sc. degree from East China Institute of Geology (now East China University of Technology) in 1982, and received his M. Sc. degree and Ph. D. degree both from Wuhan University of Surveying and Mapping Science and Technology (now Wuhan University) in 1988 and 1994, respectively. He is currently a professor at Nanchang Hangkong University. His main research interests include spatial data processing and intelligent analysis.



谷士鹏, 2010 年于哈尔滨工业大学获得学士学位, 2013 年于东南大学获得硕士学位, 现为中国飞行试验研究院高级工程师, 主要研究方向为飞行试验与测试。

E-mail: fywodeshijie@126.com

Gu Shipeng received his B. Sc. degree from Harbin Institute of Technology in 2010, and received his M. Sc. degree from Southeast University in 2013. He is currently a senior engineer at China Flight Test and Research Institute. Her main research interest is flight test.



陶俊勇, 分别在 1991 年、1997 年、2000 年于国防科学技术大学获得学士、硕士、博士学位, 现为国防科技大学智能科学学院教授, 主要研究方向为: 智能集群韧性与抗毁性、系统状态监测与故障诊断、复杂系统可靠性评估等。

E-mail: taojunyong@nudt.edu.cn

Tao Junyong received his B. Sc., M. Sc. and Ph. D. degrees all from National University of Defense Technology in 1991, 1997, and 2000, respectively. He is currently a professor in the School of Intelligent Science at National University of Defense Technology. His main research interests include intelligent cluster resilience and survivability, system status monitoring and fault diagnosis, complex system reliability assessment, etc.