第 42 卷　第 12 期
2021 年 12 月

仪　器　仪　表　学　报
Chinese Journal of Scientific Instrument

Vol. 42 No. 12
Dec. 2021

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2107936

虚拟观测法在球杆仪估算机床平动轴几何误差中的应用*

黄　华,侯宏天,李旭东
(兰州理工大学机电工程学院　兰州　730050)

摘　要:在利用球杆仪辨识数控机床平动轴的几何误差过程中,由于建立的辨识模型中任意位置的参数矢量矩阵为病态矩阵,致使在求解辨识模型时存在不精确解或者无解的现象。针对上述问题,提出了一种基于虚拟观测法的岭估计求解辨识模型解的方法。以机床的平动轴为研究对象,基于球杆仪测量的杆长数据,将其代入所建立的误差元素与球杆仪杆长变化量之间的映射关系,并基于虚拟观测法求解出几何误差项的多项式系数。该方法从病态矩阵的病因来改善辨识矩阵的病态性,进而实现对各轴相关误差元素的辨识。仿真以及实验结果验证了辨识方法的正确性,并改善了辨识矩阵的病态性,研究结果为准确辨识机床几何误差提供了理论依据。

关键词: 几何误差;病态矩阵;虚拟观测法;误差辨识
中图分类号: TH161　　**文献标识码**: A　　**国家标准学科分类代码**: 510.40

The application of virtual observation method to the estimation of geometric error of machine tool translational axis using ball bar

Huang Hua, Hou Hongtian, Li Xudong
(*School of Mechanical and Electrical Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China*)

Abstract: In the process of using the ball bar to identify the geometric error of the translational axis, the parameter vector matrix at any position in the formulated identification model is an ill-posed matrix, which may result in inaccurate solutions or no solutions in solving the identification model. To address these issues, a method of ridge estimation based on the virtual observation method to solve the identification model solution is proposed. The translational axis of the machine tool is taken as the research object. Based on the rod length data measured by the ball bar, they are substituted into the established mapping relationship between the error element and the change of the ball bar rod length. The geometry is solved by the virtual observation method the polynomial coefficient of the error term. This method improves the ill-condition of the identification matrix from the cause of the matrix. Then, the identification of the error elements related to each axis is identified. Finally, simulation and experimental results show the correctness of the identification method. And the ill-posed of the identification matrix is improved. The results provide the theoretical basis for accurately identifying the geometric errors of the machine tool.

Keywords: geometric errors; ill-posed matrix; virtual observation method; error identification

0　引　　言

数控机床的几何误差对于提高机床的加工精度有重要影响。误差补偿是提高数控机床几何精度的有效措施,主要流程为误差源的分析与检测、误差综合数学模型的建立、误差元素的辨识和建模以及误差补偿的执行[1]。其中,几何误差测量与辨识为误差补偿提供数据支持,是几何误差补偿的前提条件[2]。针对机床几何误差的测量与辨识问题,国内外学者开发了先进的测量设备来检测机床的几何误差,测量方案分为直接测量和间接测量。直接测量指只对单个轴进行测量,而不涉及其他轴的测

收稿日期:2021-05-16　　Received Date: 2021-05-16
*基金项目:国家自然科学基金(51965037,51565030)项目资助

量方法。常见的直接测量方法为基于激光的测量,如激光干涉仪,已被广泛运用于误差的测量、辨识与补偿[3-4]。尽管直接法对机床的平动轴几何误差的测量精度高,但在实际应用中成本高、安装次数多,操作人员的技术要求高。间接测量指通过机床的多轴运动,基于测量仪器的间接测量方法,其中基于球杆仪测量与辨识数控机床几何误差方法被广泛的应用[5-10]。虽然球杆仪在辨识机床的几何误差上较之激光干涉仪有着操作简单、测量快速的优点,但在机床平动轴几何误差辨识模型最优解的求解过程中,存在结果不精确和无解的问题。因此,田文杰等[11]针对误差映射矩阵不满秩,造成的辨识矩阵的病态性,采用岭估计方法来求解出更可靠的回归系数。但最小二乘法、岭估计法在求解回归系数的问题上,都是以如何缩小辨识矩阵的条件数来求解的,忽略了病态原因的分析和从机制上采取有效措施;而虚拟观测法考虑了病因分析,计算过程简单快捷,因此虚拟观测法在病态问题及其他准则模型中得到了广泛的研究与应用[12],且在数据处理上可以得到与传统求解方法等价或较优的结果[13]。

综上所述,目前针对数控机床的几何误差辨识常采用球杆仪测量,但在模型辨识过程中的辨识矩阵存在病态和随机误差的影响问题,很大程度上影响了球杆仪的辨识结果。本文提出了一种基于虚拟观测法来解决机床平动轴几何误差的辨识矩阵的病态方法,并在三轴机床和五轴加工中心上进行了球杆仪检测,通过该方法辨识出了机床直线轴的与位置有关几何误差,并与最小二乘法、岭估计法进行了对比仿真实验,验证了虚拟观测法在机床辨识过程中的正确性与有效性。

1 数控机床平动轴与球杆仪系统几何误差模型

本文仅研究其平动轴的几何误差项的辨识。首先定义该机床平动轴的几何误差项,然后建立机床与球杆仪整个系统的误差模型,最后得到了几何误差项系数与球杆仪杆长变化量之间的映射关系。

1.1 机床的几何误差源

几何误差指由设计、制造和装配过程引起的机床轴线之间的位置和角度偏差,分为与位置有关和位置无关的几何误差(装配误差)。位置无关误差通常固定不变,而与位置有关误差则与机床位置有一定的函数关系[14-15]。以数控机床 X 轴为例,其中 6 个位姿误差为 3 个移动误差 δ_{xx}、δ_{xy}、δ_{xz},3 个转角误差 ε_{xx}、ε_{xy} 和 ε_{xz}。由于本文只研究机床的平动轴,与位置无关几何误差指 3 个平动轴之间的 3 项垂直度误差,分别表示为 ψ_{xy}、ψ_{xz}、ψ_{yz}。故该机床的平动轴 18 项与位置有关几何误差、3 项与位置无关几何误差共 21 项几何误差。

1.2 机床-球杆仪系统几何误差建模

球杆仪圆弧轨迹测量一般在数控机床 3 个正交平面进行,往往测量报告难以反映上述 18 项与位置有关几何误差的相关信息,需要对球杆仪测量数据进行处理。使用球杆仪时,其安装示意图如图 1 所示,球杆仪的两个球分别吸附于主轴侧和工作台的磁性座上。

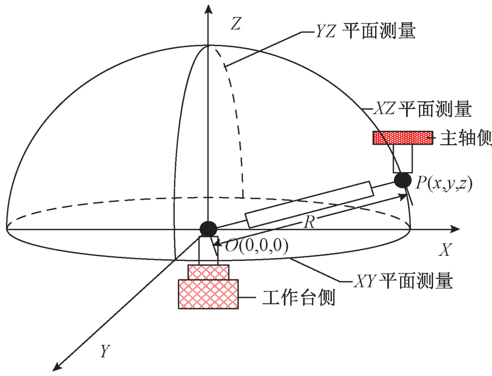


图 1 球杆仪安装示意图

Fig. 1 Schematic diagram of ball bar installation

设固定在工作台的球心坐标为 $O(0, 0, 0)$,而另外一端固连在主轴上的球心坐标为 $P(x, y, z)$,当机床运动到 P 点时,由于机床误差的存在,实际机床运动到 $P'(x', y', z')$,因此误差由式(1)表示:

$$\begin{cases} \Delta x = x' - x \\ \Delta y = y' - y \\ \Delta z = z' - z \end{cases} \tag{1}$$

式中:Δx、Δy、Δz 是刀具在 x、y、z 各平移轴的综合误差分量。球杆仪的点 P 绕点 O 以半径 R 进行圆弧插补运动,存在误差时,忽略误差最高项表示为:

$$\Delta R = (x\Delta x + y\Delta y + z\Delta z)/R \tag{2}$$

式中:ΔR 是实际与理想的半径之差;Δx、Δy、Δz 是刀具在 x、y、z 各平移轴的综合误差分量;x、y、z 是机床圆弧运动轨迹上点的坐标。

根据徐凯[5]团队建立的几何误差与杆长模型,当球杆仪在 XY 平面沿圆轨迹运动时,主轴侧中心位置的综合误差 Δ_{XY} 可表示为:

$$\Delta_{XY} = [\Delta x_{XY} \quad \Delta y_{XY} \quad \Delta z_{XY} \quad 1]^{\mathrm{T}} \tag{3}$$

其中,Δx_{XY}、Δy_{XY}、Δz_{XY} 分别表示主轴侧球中心位置的综合误差在 X、Y、Z 轴方向的误差分量。

2 几何误差识别

误差识别的目的是获得式(2)中综合误差 Δx、Δy、Δz 的误差参数。比如在 XY 平面,在 X 轴和 Y 轴上的误差分量 Δx_{xy}、Δy_{xy} 中就涉及到 δ_{xx}、δ_{xy}、ε_{zx}、δ_{yx}、δ_{yy} 和 ε_{zy} 这些误差参数,可以从球杆仪杆长变化来辨识出这些误差。

由于与位置有关的几何误差与位置有一定的函数关系,故可以将沿着各平动轴的几个点进行拟合处理,进而得到几何误差关于位置的曲线。文献[1]中采用多项式进行误差拟合,与位置有关几何误差 $E(x)$ 表示为:

$$E(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n \tag{4}$$

其中,$E(x)$ 表示机床平动轴的与位置有关几何误差,$a_n(n=0,1,2,3,4)$ 表示为几何误差多项式的系数,x 表示机床任意平动轴的位置。

2.1　几何误差拟合模型的简化

一般可以通过仪器测得的 $E(x)$ 进行多项式拟合,然后确定系数 $a_n(n=0,1,2,3,4)$,最终可得误差值与每个轴 x 位置之间的函数。但使用球杆仪测试时,不能直接获得误差,故无法进行多项式拟合求解误差与位置的函数关系。本文针对该问题,进行一种反拟合的过程,即将求解误差参数的问题转换为求解误差参数拟合模型的系数问题。根据多项式拟合原理,将与位置有关几何误差元素都用各坐标值的 3 阶多项式拟合,用来求得误差模型参数。位置误差是由机床导轨均匀伸缩引起的,因此可以将位置误差进行简化,将 v 表示为 x、y 和 z 轴,则位置误差简化模型为:$\delta_{vv}=\boldsymbol{Q}\boldsymbol{v}+\boldsymbol{U}$,其中 $\boldsymbol{Q}=[a_{x1},\ a_{y1},\ a_{z1}]^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{U}=[a_{x0},\ a_{y0},\ a_{z0}]^{\mathrm{T}}$。直线度误差是由机床丝杠轴承和导轨引起的,其多项式拟合模型近似为:$\delta_{wv}=\boldsymbol{J}\boldsymbol{V}$。其中 $w\neq v$,表示 3 个平移轴,$\boldsymbol{J}_{3\times2}=[b_{wi},\ c_{wi}]^{\mathrm{T}}(i=1,\ 2,\ 3)$,$\boldsymbol{V}=[v,\ v^2,\ v^3]^{\mathrm{T}}$。偏摆角和俯仰角是由于机床丝杠装配、干涉以及导轨几何形状误差引起的,表示每个轴运动轨迹的实际轮廓,近似模型为:$\varepsilon_{wv}=\boldsymbol{K}\boldsymbol{V}$。其中,$\boldsymbol{K}_{3\times2}=[f_{wi},\ g_{wi}]^{\mathrm{T}}(i=1,\ 2,\ 3)$,$\boldsymbol{V}=[v,\ v^2,\ v^3]^{\mathrm{T}}$。滚角误差表示为绕自身的转角偏差,则近似模型为:$\varepsilon_{vv}=\boldsymbol{L}\boldsymbol{V}+\boldsymbol{N}$。其中 $\boldsymbol{L}=[e_{x1},\ e_{y1},\ e_{z1}]^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{V}=[v,\ v^2,\ v^3]^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{N}=[e_{x0},\ e_{y0},\ e_{z0}]^{\mathrm{T}}$。

以 X 轴为例,几何误差拟合简化模型如下:

$$\begin{cases}\delta_{xx}=a_{x1}x+a_{x0}\\ \delta_{yx}=b_{x1}x+b_{x2}x^2+b_{x3}x^3\\ \delta_{zx}=c_{x1}x+c_{x2}x^2+c_{x3}x^3\\ \varepsilon_{xx}=e_{x1}x+e_{x0}\\ \varepsilon_{yx}=f_{x1}x+f_{x2}x^2+f_{x3}x^3\\ \varepsilon_{zx}=g_{x1}x+g_{x2}x^2+g_{x3}x^3\end{cases} \tag{5}$$

同理,也可分别得到 Y、Z 轴的几何误差拟合简化模型。

2.2　几何误差的辨识原理

将简化后的几何误差拟合模型代入式(2),可得到 X、Y 轴的误差分量 Δx_{xy}、Δy_{xy},如式(6)所示。

$$\begin{cases}\Delta r=(x\Delta x_{XY}+y\Delta y_{XY})/r\\ \Delta x_{XY}=a_{x0}+a_{x1}x+b_{y1}y+b_{y2}y^2+b_{y3}y^3-\\ \qquad g_{x1}xy-g_{x2}x^2y-g_{x3}x^3y\\ \Delta y_{XY}=a_{y0}+a_{y1}y+b_{x1}x+b_{x2}x^2+b_{x3}x^3+\\ \qquad pg_{x1}x+pg_{x2}x^2+pg_{x3}x^3+pg_{y1}y+\\ \qquad pg_{y2}y^2+pg_{y3}y^3\end{cases} \tag{6}$$

对于 X-Y 平面,设其转过的角度为 α,则 $x=r\cdot\cos\alpha$,$y=r\cdot\sin\alpha$,则:

$$\begin{cases}\boldsymbol{O}_x=[\cos\alpha\quad x\cos\alpha\quad y\cos\alpha\quad y^2\cos\alpha\quad y^3\cos\alpha\quad -xy\cos\alpha\quad -x^2y\cos\alpha\quad -x^3y\cos\alpha]\\ \boldsymbol{O}_y=[\sin\alpha\quad y\sin\alpha\quad x\sin\alpha\quad x^2\sin\alpha\quad x^3\sin\alpha\quad Px\sin\alpha\quad Px^2\sin\alpha\quad Px^3\sin\alpha\quad Py\sin\alpha\quad Py^2\sin\alpha\quad Py^3\sin\alpha]\\ \boldsymbol{P}_x=[a_{x0}\quad a_{x1}\quad b_{y1}\quad b_{y2}\quad b_{y3}\quad g_{x1}\quad g_{x2}\quad g_{x3}]^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{P}_y=[a_{y0}\quad a_{y1}\quad b_{x1}\quad b_{x2}\quad b_{x3}\quad g_{x1}\quad g_{x2}\quad g_{x3}\quad g_{y1}\quad g_{y2}\quad g_{y3}]^{\mathrm{T}}\end{cases} \tag{7}$$

$$\begin{cases}\boldsymbol{O}_{xy}=[\boldsymbol{O}_x\quad \boldsymbol{O}_y]\\ \boldsymbol{P}_{xy}=[P_x^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{P}_y^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\end{cases}$$

式中:$\boldsymbol{O}_x$、$\boldsymbol{O}_y$ 表示测量轨迹上的任意位置矢量;$\boldsymbol{P}_x$、$\boldsymbol{P}_y$ 表示误差源的待辨识多项式系数向量。

最终可以得到待辨识误差参数与球杆仪杆长变化之间的关系:

$$\Delta \boldsymbol{r}=\boldsymbol{O}_{xy}\boldsymbol{P}_{xy} \tag{8}$$

获得各项系数后,将系数代入式(5)中,即可得 XY 平面中 δ_{xx}、δ_{yx}、δ_{xy}、δ_{yy}、ε_{zx}、ε_{zy} 共 6 项误差。同理,在 XZ、YZ 可分别求得 δ_{xx}、δ_{zx}、ε_{yx}、δ_{zz}、δ_{xz}、ε_{yz}、δ_{yy}、δ_{zy}、ε_{xy}、δ_{zz}、δ_{yz} 和 ε_{xz} 共 12 项误差,其中存在重复误差项 δ_{xx}、δ_{yy}、δ_{zz}。综合 3 次测量与计算,共求得 15 项误差元素,还剩 3 项转角误差 ε_{xx}、ε_{yy}、ε_{zz} 未求得。当在其中一个平面内进行测量时,可假设与另一个运动轴有关的误差为 0。比如在 XY 平面,球杆仪工作时,Z 轴误差分量对于 X、Y 轴误差分量可近似为 0,即 $\Delta z_{XY}=0$。XZ、YZ 平面测量时,同理可得式(9),联立可解得 3 项转角误差 ε_{xx}、ε_{yy}、ε_{zz}。

$$\begin{cases}\Delta z_{XY}=y\varepsilon_{xx}-p\varepsilon_{yx}-p\varepsilon_{yy}=0\\ \Delta y_{XZ}=-z\varepsilon_{xx}+p\varepsilon_{zx}+p\varepsilon_{zz}=0\\ \Delta x_{YZ}=z\varepsilon_{yy}-p\varepsilon_{zy}-p\varepsilon_{zz}=0\end{cases} \tag{9}$$

2.3　基于虚拟观测法的岭估计辨识求解方法

从式(8)可以发现,矩阵 O_x、O_y 存在线性相关,因此需要求其最小二乘解 $P_{xy}=(\boldsymbol{O}_{xy}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{O}_{xy})^{-1}\boldsymbol{O}_{xy}^{\mathrm{T}}\Delta\boldsymbol{r}$,另外因为该解对测量噪声的抗扰动性差,这将使辨识结果精度降低。因此,本文采用基于虚拟观测的岭估计方法[7]来克服这一问题。虚拟观测法是将先验信息作为独立的虚拟观测量,作为其约束条件与病态观测方程来求解未知参

数的方法,其观测方程表示如下:

$$\underset{n\times 1}{\Delta \boldsymbol{r}_1} + \underset{n\times 1}{\boldsymbol{e}_1} = (\underset{n\times m}{\boldsymbol{O}_{xy}} + \underset{n\times m}{\boldsymbol{e}_0})\underset{m\times 1}{\boldsymbol{P}_{xy}} \tag{10}$$

式中:$\Delta \boldsymbol{r}_1$ 为球杆仪杆长变化矢量,$\boldsymbol{O}_{xy}$ 为球杆仪位置矢量,$\boldsymbol{P}_{xy}$ 为误差项待辨识的系数向量。e_1 为球杆仪测量值的噪声,且 $e_1 \sim N(0,\ \delta_1{}^2 I_n)$;$e_0$ 为系数矩阵的噪声,且 $e_0 \sim N(0,\ \delta_0{}^2 I_{m\times n})$。

根据协因数传播率和岭回归准则,求极值可得:

$$\bar{\boldsymbol{P}} = (\boldsymbol{O}_{xy}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{O}_{xy} + \lambda_L \boldsymbol{I}_m)^{-1}(\boldsymbol{O}_{xy}^{\mathrm{T}}\Delta \boldsymbol{r}_1 + \lambda_I \bar{\boldsymbol{P}}) \tag{11}$$

其中,根据文献[16]知"准则参数表示的是实际观测方差与虚拟观测方差的比值",则:

$$\lambda = \delta_1^2/\delta_2^2 \tag{12}$$

λ_L、λ_I 分别为岭参数和准则子参数,通过多次迭代就可以得到准确的参数解。

从式(12)可以看出,辨识的参数与 λ_L、λ_I 参数有关,因而如何选择这两个参数是岭估计虚拟观测法的关键。

本文因不知道两类观测值方差的先验信息,故采用病态矩阵的虚拟观测法迭代计算步骤为:

1)λ 取 0 到相对大区间作为取值空间,选定较小的步长;

2)参数 λ 取区间所有的值,代入迭代公式,求解出每个 λ 所对应的参数解 Pxy;

3)画岭迹图,横坐标为 λ,纵坐标为 Pxy,选取岭迹大且稳定的点所对应的值为最优解。

为了验证该方法的有效性,本文选择 X-Y 平面测试的杆长数据,矩阵 $\boldsymbol{N} = \boldsymbol{O}_{xy}^{\mathrm{T}} O_{xy} = 2.984 \times 10^{15}$,该矩阵病态严重。进行了 MATLAB 仿真,在杆长变化数据和与位置有关参数矩阵上添加均值为 0、标准差为 0.01 的随机数,用来模拟测量误差,分别采用最小二乘法、岭估计(岭迹法)、岭估计(L 曲线法)和岭估计的虚拟观测法计算系统误差参数,并比较计算所得估值 $\bar{P}$ 以及估计值 $\bar{P}$ 和真值 $\tilde{P}$ 差值的范数,即 $\xi = \bar{P} - \tilde{P}$ 指标评价 4 种方法的辨识精度及仿真结果进行对比,其辨识对比结果如表 1 所示。

表 1　不同方法的辨识结果

Table 1　Identification results of different methods

	最小二乘法(L)	岭估计(岭迹法 R)	岭估计(L 曲线法 RL)	虚拟观测法(RO)	真值
$\bar{P}$	0.106 5	0.008 6	0.031 2	0.027 4	0
	0.000 2	0.034 3	0.000 2	0.000 2	0
	−0.307 0	−0.001 4	-1.4×10^{-5}	-1.21×10^{-5}	0
	-1.01×10^{-5}	−0.079 3	-7.27×10^{-7}	-2.18×10^{-7}	0
	3.1×10^{-5}	−0.000 9	8.8×10^{-10}	6.78×10^{-10}	0
	6.9×10^{-5}	0.007 1	8.86×10^{-7}	8.80×10^{-7}	0
	-3.07×10^{-5}	0.001 7	-2.2×10^{-10}	1.76×10^{-10}	0
	8.93×10^{-11}	0.006 4	5.98×10^{-11}	6.23×10^{-11}	0
λ	−	0.523	0.012 8	10.74	−
ξ	0.325 0	0.087 4	0.031 2	0.027 4	−

其中 $\bar{P}$ 依次对应误差多项式系数 a_{y0}、a_{y1}、b_{x1}、b_{x2}、b_{x3}、g_{x1}、g_{x2}、g_{x3}、g_{y1}、g_{y2}、g_{y3}。由表 1 中 ξ 的值,而其他方法的 ξ 值都大于虚拟观测法辨识法可知,虚拟观测法辨识结果和精度都优于其他 3 种方法(最小二乘法、岭估计(岭迹法)、岭估计(L 曲线法)、虚拟观测法),从而验证了其有效性与优越性。

基于虚拟观测法对建立的误差辨识模型进行辨识,例如 XY 平面虚拟观测法岭迹如图 2 所示,选取岭迹大且稳定的点所对应的值为最优解。从图可知当准则子参数 $\lambda = 10.74$ 时,各个曲线趋于平缓,则此处的各项系数为最优解,故将该 λ 值代入式(11),就可求解出几何误差多项式的系数。

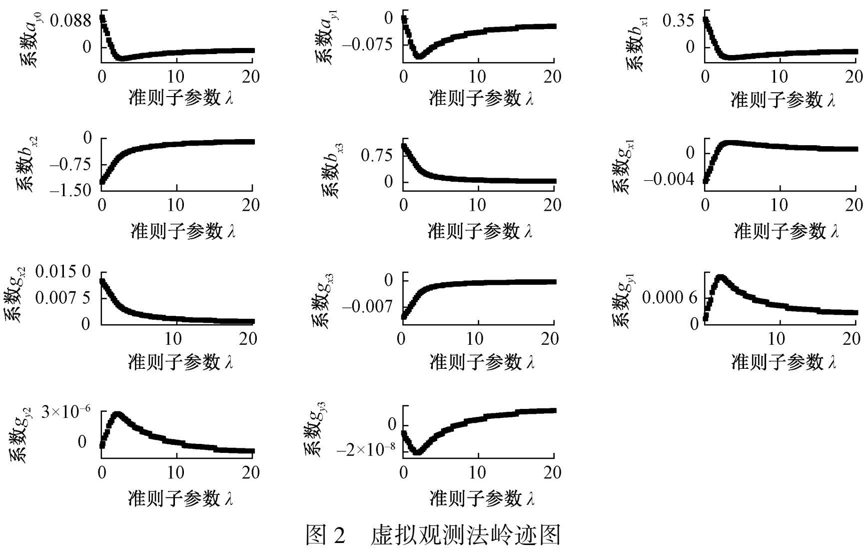


图 2　虚拟观测法岭迹图

Fig. 2　Ridge trace map of the virtual observation method

3　实验实例与分析

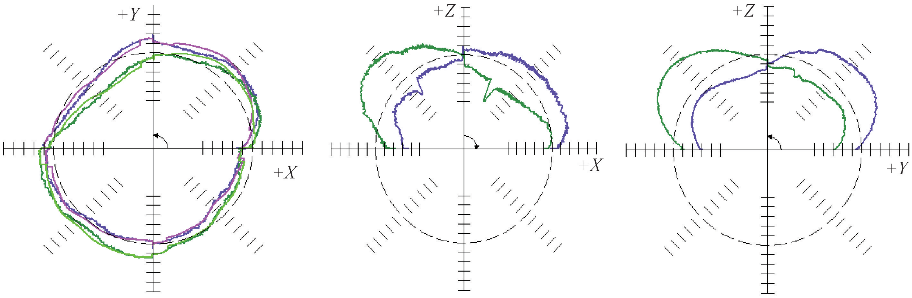
为验证本文辨识模型求解的正确性,使用雷尼绍 QC-20W 球杆仪,在三轴数控机床 xkA714×17/B 和五轴加工中心 Mikron HEM 500U 上进行实验,测试条件如表 2 所示。

在 XY、XZ、YZ 平面内分别进行圆弧和半圆弧测试,在测试轨迹上选取 315 个测点,每个平面顺、逆时针各测 3 次,检测结果如图 3 所示,分别为(a)XY 平面的整圆弧测试轨迹,(b)XZ 平面的半圆弧测试轨迹,(c)YZ 平面的半圆弧测试轨迹。

表 2　球杆仪实验测试条件

Table 2　Ball bar experiment test conditions

测试参数	数值	单位
测试平面	XY(360°)、XZ(180°)、YZ(180°)	-
球杆仪长度	100	mm
进给率	1 000	mm/min
测量范围	-1~+1	mm
分辨力	0.1	μm
采样速率	23.810	Hz



(a) XY 平面　(b) XZ 平面　(c) YZ 平面

(a) XY plane　(b) XZ plane　(c) YZ plane

图 3　球杆仪 XY、XZ 和 YZ 平面圆弧测试轨迹

Fig. 3　Ball bar XY, XZ and YZ plane arc test track

3.1　实验检测 1

如图 4 所示,在 XY 平面进行圆弧运动,可得 X、Y 轴相对运动量以及对应的球杆仪测试杆长的变化量,进而通过虚拟观测法进行辨识。根据辨识方法流程,由式(8)和(9)计算得到 δ_{xx}、δ_{yx}、δ_{xy}、δ_{yy}、ε_{zx}、ε_{zy} 共 6 项几何误差项的多项式系数,并将各系数代入误差多项式中,如式(13)所示。另外 X 轴辨识结果如图 5 所示,由图 5 可以看出数控机床 X 轴 6 项与位置有关几何误差随位置变化的趋势。

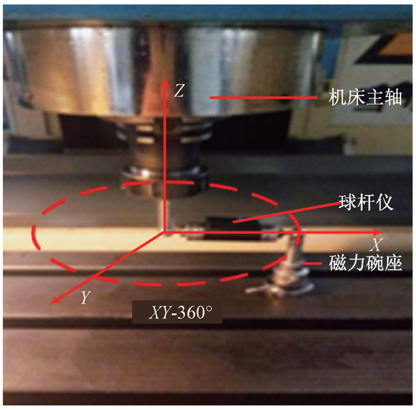


图 4　XY 平面圆弧测试

Fig. 4　Circular arc test in XY plane

$$\begin{cases} \delta_{xx} = 0.027\,41 + 0.000\,24x \\ \delta_{yx} = -0.000\,13x - 2.598\,53\times10^{-7}x^2 - \\ \quad 1.439\,29\times10^{-9}x^3 \\ \delta_{zx} = 3.359\,98\times10^{-7}x + 1.584\,37\times10^{-6}x^2 - \\ \quad 1.575\,91\times10^{-6}x^3 \\ \varepsilon_{xx} = -0.000\,80x \\ \varepsilon_{yx} = -1.052\,08\times10^{-5}x + 1.386\,26\times10^{-8}x^2 - \\ \quad 1.467\,53\times10^{-8}x^3 \\ \varepsilon_{zx} = 8.801\,76\times10^{-7}x - 1.755\,25\times10^{-10}x^2 + \\ \quad 6.234\,76\times10^{-11}x^3 \end{cases} \tag{13}$$

为了验证该方法的有效性,将辨识多项式代入式(5),可以计算出综合误差,进而计算出杆长变化量与实际的杆长变化量进行对比分析。如图 6 所示,可以看出实际测量与计算杆长变化量之间的关系。通过对比分析,在整个 XY 平面内实测杆长变化量与计算的最大残差为 0.030 59 mm,此结果在机床加工误差允许范围内,则该辨识结果是正确的。

同理可辨识出 Y、Z 轴的各与位置有关误差项,结果

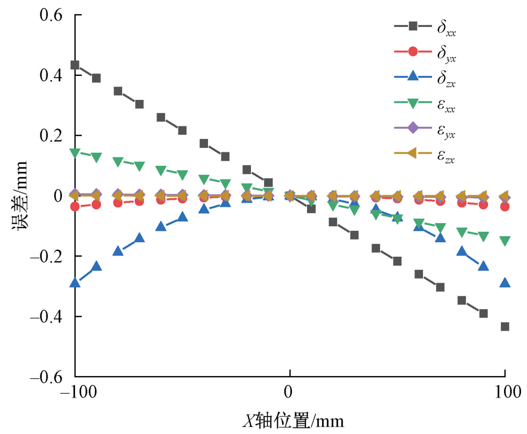


图 5　X 轴辨识结果

Fig. 5　X-axis identification results

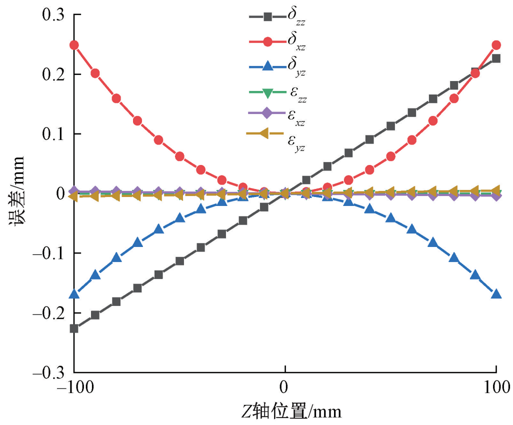


图 8　Z 轴辨识结果

Fig. 8　Z-axis identification results

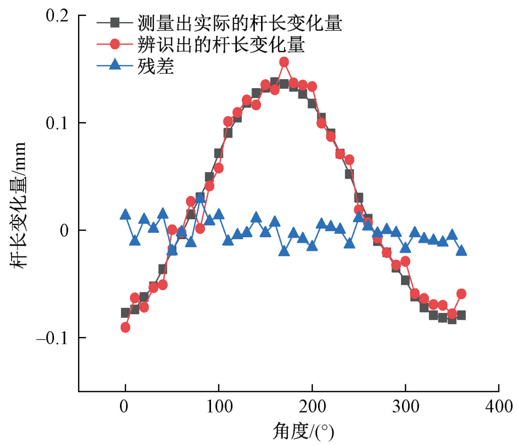


图 6　XY 平面测量与辨识杆长变化量结果对比

Fig. 6　Comparison of the results of XY plane measurement and identification of rod length change

如图 7、8 所示，分别描述为数控机床 Y、Z 轴 6 项与位置有关几何误差随位置变化的趋势。

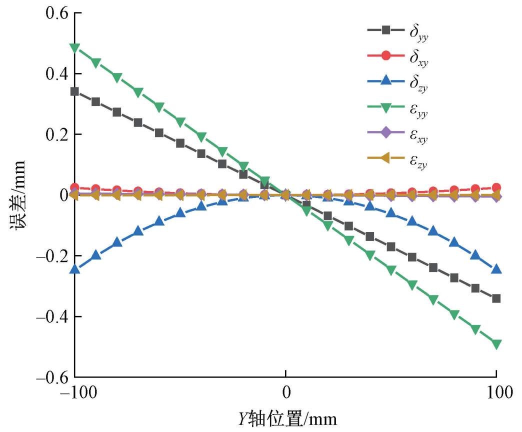


图 7　Y 轴辨识结果

Fig. 7　Y-axis identification results

3.2　实验检测 2

如图 9 所示为球杆仪在五轴机床 XY 平面测试现场图，该实验中辨识矩阵条件数 $N = O_{xy}^{\mathrm{T}} O_{xy} = 6.807\ 7 \times 10^{10}$，严重病态。在杆长变化数据和与位置有关参数矩阵上添加均值为零、标准差为 0.001 的随机数，同样用 MATLAB 分别采用最小二乘法、岭估计（岭迹法）、岭估计（L 曲线法）和岭估计的虚拟观测法计算系统误差参数，并比较计算所得估值 $\bar{P}$ 以及估计值 $\bar{P}$ 和真值 $\tilde{P}$ 差值的范数，即 $\xi = \bar{P} - \tilde{P}$ 指标评价 4 种方法的辨识精度及仿真结果进行对比，其辨识对比结果如表 3 所示。

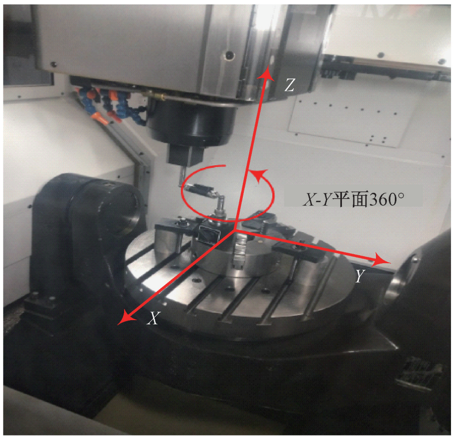


图 9　五轴机床 XY 圆弧测试

Fig. 9　Five-axis machine tool XY arc test

由上述表中虚拟观测法 ξ 值为 2.12×10^{-6}，比其他方法的 ξ 值都小，虚拟观测法辨识结果和精度都优于其他 3 种方法（最小二乘法、岭估计（岭迹法）、岭估计（L 曲线法）、虚拟观测法），从而验证了其有效性与优越性。

表 3　不同方法的辨识结果

Table 3　Identification results of different methods

	最小二乘法(L)	岭估计(岭迹法 R)	岭估计(L 曲线法 RL)	虚拟观测法(RO)	真值
	-8.71×10^{-7}	2.85×10^{-6}	6.7×10^{-11}	-1.78×10^{-6}	0
	$-0.001\ 10$	-1.79×10^{-6}	-3.60×10^{-7}	1.40×10^{-7}	0
	$-0.003\ 86$	-4.50×10^{-6}	-1.96×10^{-6}	0.26×10^{-7}	0
	$-0.008\ 65$	4.97×10^{-6}	7.78×10^{-7}	-0.12×10^{-6}	0
	0	-3.74×10^{-6}	-7.37×10^{-9}	-0.24×10^{-7}	0
$\bar{P}$	-4.53×10^{-6}	-4.32×10^{-6}	4.82×10^{-8}	-0.89×10^{-6}	0
	-7.14×10^{-5}	-4.23×10^{-6}	-1.85×10^{-8}	-0.23×10^{-9}	0
	7.26×10^{-5}	-4.20×10^{-6}	-4.03×10^{-8}	0.35×10^{-9}	0
	-9.01×10^{-6}	-4.21×10^{-6}	1.88×10^{-7}	-0.70×10^{-6}	0
	0	8.60×10^{-7}	-9.05×10^{-9}	0.15×10^{-7}	0
	9.02×10^{-6}	-4.24×10^{-6}	-1.79×10^{-7}	-1.1×10^{-11}	0
λ	-	1.85	0.0182	2.85	-
ξ	0.009 54	5.11×10^{-5}	2.16×10^{-6}	2.12×10^{-6}	-

从图 10 可知当准则子参数 $\lambda=2.85$ 时,各个曲线趋于平缓,则此处的各项系数为最优解,故将该 λ 值代入式(11),就可求解出几何误差多项式的系数。

辨识表达式如式(14),其 X 轴上与位有关误差随 X 轴的位置变化的趋势如图 11 所示。

$$\begin{cases}\delta_{xx}=-1.775\ 92\times10^{-6}+1.403\ 52\times10^{-7}x\\ \delta_{yx}=-3.875\ 12\times10^{-5}x+5.425\ 33\times10^{-6}x^2-\\ \quad 5.254\ 10\times10^{-8}x^3\\ \delta_{zx}=-7.657\ 76\times10^{-9}x+2.281\ 04\times10^{-10}x^2+\\ \quad 1.594\ 89\times10^{-10}x^3\\ \varepsilon_{xx}=-0.003\ 92-9.581\ 66\times10^{-5}x\\ \varepsilon_{yx}=7.655\ 23\times10^{-7}x-2.300\ 70\times10^{-8}x^2+\\ \quad 1.559\ 65\times10^{-8}x^3\\ \varepsilon_{zx}=-8.944\ 54\times10^{-7}x-2.319\ 92\times10^{-10}x^2+\\ \quad 3.498\ 00\times10^{-10}x^3\end{cases}\tag{14}$$

同实验 1 验证求解如图 12 所示,可以看出实际测量与计算杆长变化量之间的关系。通过对比分析,在整个 XY 平面内实测杆长变化量与计算的最大残差为 0.001 8 mm,此结果在误差允许范围内,则该辨识结果是正确的。

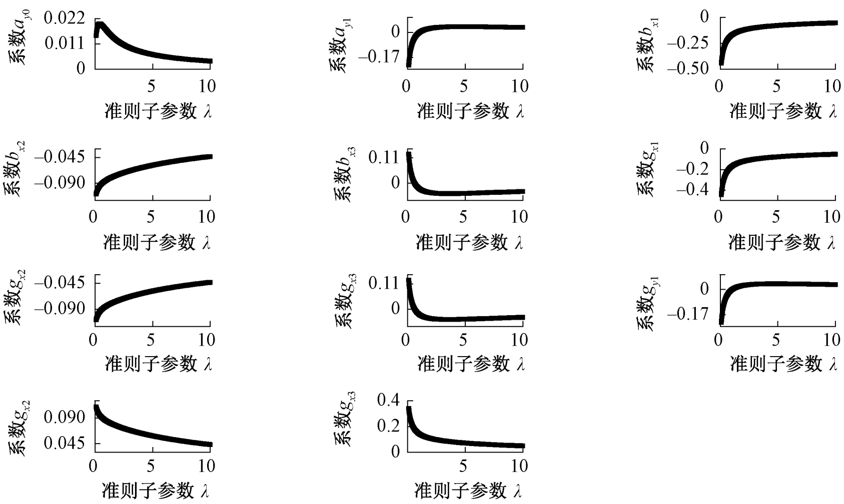


图 10　虚拟观测法岭迹图

Fig. 10　Ridge trace map of the virtual observation method

同理可辨识出 Y、Z 轴的各与位置有关误差项,结果如图 13、14 所示,分别描述为数控机床 Y、Z 轴 6 项与位置有关几何误差随位置变化的趋势。

通过两种不同的机床进行球杆仪实验,准确辨识出了机床的 18 项与位置有关误差,并将虚拟观测法应用于机床辨识几何误差上,解决了辨识过程中矩阵病态的问题,说明了该方法的有效性。

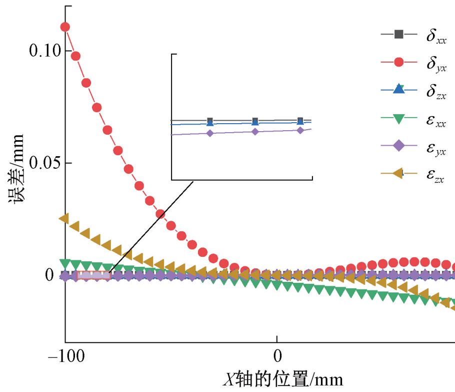


图 11　X 轴辨识结果

Fig. 11　*X*-axis identification results

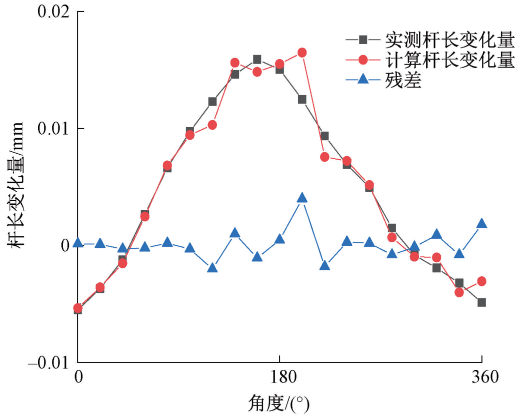


图 12　*XY* 平面测量与辨识杆长变化量结果对比

Fig. 12　Comparison of the results of *XY* plane

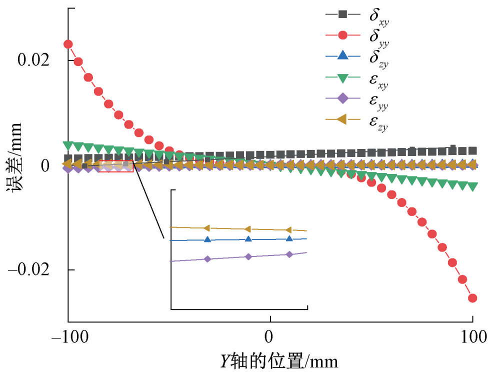


图 13　Y 轴辨识结果

Fig. 13　*Y*-axis identification results

4　结　　论

本文以机床的平动轴为研究对象,完成了对机床平动轴几何误差的建模和参数辨识的过程,主要工作和结论如下:

1)为了快速、准确的辨识出数控机床的几何误差,基于球杆仪工作原理,建立了该机床与位置有关几何误差项与球杆杆长的数学模型,为后续的机床几何误差的辨识提供理论基础。

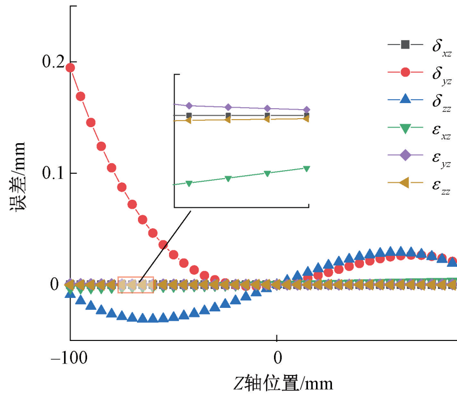


图 14　Z 轴辨识结果

Fig. 14　*Z*-axis identification results

2)针对构建的球杆杆长与几何误差项的映射模型中,辨识矩阵的病态最小二乘求解问题,提出了基于虚拟观测的岭估计辨识求解法,并对现有的病态最小二乘解的求解方法进行了对比。结果表明,虚拟观测法可以较好的改善辨识矩阵的病态问题,且求解结果精度高。其中实验 2 中岭估计(L 曲线法)和虚拟观测法的 ξ 值很接近,但其 λ 值却很大,而虚拟观测法的参数 λ 是实际观测方差与虚拟观测方差的比值,由式(9)可以看出,虚拟观测法通过包含参数 λ 的准则参数(岭参数)λ_L,较好地改善了法方程系数矩阵的病态性。

3)对三轴数控机床 xkA714×17/B 和五轴加工中心 Mikron HEM 500U 进行了实验,对其 *XY*、*XZ*、*YZ* 平面分别采用 360°、220°、220°的球杆仪测量实验,通过测得的球杆杆长变化,对该机床进行了几何误差的辨识,进而辨识出了该机床 *X*、*Y*、*Z* 轴的 18 项与位置有关的几何误差项。

参考文献

[1] 杨建国, 范开国, 杜正春. 数控机床误差实时补偿技术[M]. 北京: 机械工业出版社, 2013.
YANG J G, FAN K G, DU ZH CH. Real-time error compensation technology for CNC machine tools [M]. Beijing: Mechanical Industry Press, 2013.

[2] 郭世杰, 武建新, 乔冠, 等. 数控机床几何误差正弦低次多项式参数化建模与应用研究[J]. 仪器仪表学报,2020,41(10):136-146.
GUO SH J, WU J X, QIAO G, et al. Research on parameterized modeling and application of low-order polynomials of geometric errors of CNC machine tools[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(10): 136-146.

[3] MAJDA P, POWALKA B. Rapid method to determine accuracy and repeatability of positioning of numerically

controlled axes [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2019, 137: 1-12.

[4] SCHMITZ T L, ZIEGERT J C, CANNING J S, et al. Case study: A comparison of error sources in high-speed milling[J]. Precision Engineering, 2008, 32(2): 126-133.

[5] 徐凯, 李国龙, 何坤, 等. 基于球杆仪的直线轴位置相关误差辨识研究[J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(5): 1-9.
XU K, LI G L, HE K, et al. Research on the identification of linear axis position-related errors based on ball bar[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40(5): 1-9.

[6] 何坤, 何晓虎, 徐凯, 等. 基于参数化建模的球杆仪安装误差与直线轴几何误差分离方法[J/OL]. 计算机集成制造系统:1-12[2021-05-07]. http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.5946.TP.20210226.1556.006.html.
HE K, HE X H, XU K, et al. Separation method of ballbar installation error and linear axis geometric error based on parametric modeling [J/OL]. Computer Integrated Manufacturing System: 1-12 [2021-05-07].

[7] TIAN W, YANG G, WANG L, et al. The application of a regularization method to the estimation of geometric errors of a three-axis machine tool using a double ball bar[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2018, 32(10): 4871-4881.

[8] JIANG X, CRIPPS R J. A method of testing position independent geometric errors in rotary axes of a five-axis machine tool using a double ball bar[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2015, 89: 151-158.

[9] JIANG Z, SONG B, ZHOU X, et al. Single setup identification of component errors for rotary axes on five-axis machine tools based on pre-layout of target points and shift of measuring reference[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2015, 98: 1-11.

[10] LEE K I, YANG S H. Accuracy evaluation of machine tools by modeling spherical deviation based on double ball-bar measurements [J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2013, 75: 46-54.

[11] 田文杰,郭龙真,刘海涛. 数控机床几何误差源的快速辨识方法[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2016, 49(2): 171-177.
TIAN W J, GUO L ZH, LIU H T. A rapid identification method of geometric error sources for CNC machine tools[J]. Journal of Tianjin University (Natural Science and Engineering Technology Edition), 2016, 49(2): 171-177.

[12] 朱建军, 田玉淼, 陶肖静. 带准则参数的平差准则及其统一与解算[J]. 测绘学报, 2012, 41(1): 8-13.
ZHU J J, TIAN Y M, TAO X J. Adjustment criterion with criterion parameters and its unification and solution[J]. Acta Geomatica Sinica, 2012, 41(1): 8-13.

[13] 王乐洋, 于冬冬. 病态总体最小二乘问题的虚拟观测解法[J]. 测绘学报, 2014, 43(6): 575-581.
WANG L Y, YU D D. Virtual observation method for Ill-conditioned total least squares problem [J]. Acta Geomatics, 2014, 43(6): 575-581.

[14] 丁爽, 黄筱调, 于春建, 等. 5 轴数控机床装配误差补偿的实际逆向运动学[J]. 计算机集成制造系统, 2017,23(10):2156-2163.
DING SH, HUANG X D, YU CH J, et al. Actual inverse kinematics for assembly error compensation of 5-axis CNC machine tools [J]. Computer Integrated Manufacturing System, 2017, 23(10): 2156-2163.

[15] 杨建国. 数控机床误差补偿技术现状与展望[J]. 航空制造技术,2012(5):40-45.
YANG J G. Status and prospect of error compensation technology for CNC machine tools [J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2012(5): 40-45.

[16] 王乐洋, 余航. 附有相对权比的加权总体最小二乘联合平差方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2019, 44(8): 1233-1240.
WANG L Y, YU H. Weighted total least squares joint adjustment method with relative weight ratio[J]. Journal of Wuhan University (Information Science Edition), 2019, 44(8): 1233-1240.

作者简介

黄华(通信作者),2001 年于陕西科技大学获得学士学位,2005 年于兰州理工大学获得硕士学位,2011 年于同济大学获得博士学位,现为兰州理工大学副教授,主要研究方向为数控机床误差补偿技术。
E-mail: hh318872@126.com

Huang Hua (Corresponding author) received his B. Sc. degree from Shaanxi University of Science & Technology in 2001, received his M. Sc. degree from Lanzhou University of Technology in 2005, and received his Ph. D. degree from Tongji University in 2011. He is currently an associate professor at Lanzhou University of Technology. His main research interest is the error compensation technology of CNC machine tool.

侯宏天,2018 年于河西学院获得学士学位,2021 年于兰州理工大学获得硕士学位,主要研究方向为数控机床几何误差的辨识与补偿。
E-mail:2646805181@qq.com

Hou Hongtian received his B. Sc. degree from Hexi University in 2018, and received his M. Sc. degree from Lanzhou University of Technology in 2021. His main research interests include identification and compensation of geometric errors in CNC machine.