DOI: 10. 19650/j. cnki. cjsi. J2108438

蛇形机器人跟踪误差预测的自适应轨迹跟踪控制器*

李东方1,杨弘晟1,邓宏彬2,黄 捷1

(1. 福州大学电气工程与自动化学院 福州 350108; 2. 北京理工大学机电学院 北京 100081)

摘 要:为了满足蛇形机器人轨迹跟踪运动的精度需要,消除外界干扰对机器人跟踪误差的影响,提出了一种蛇形机器人跟踪 误差预测的自适应轨迹跟踪控制器。所提出的控制器实现了机器人干扰变量、摩擦系数和控制参数的预测,并用预测值和虚拟 控制函数来补偿系统的控制输入,抵消了蛇形机器人在轨迹跟踪过程中的侧滑角,避免了干扰变量对机器人带来的负面影响, 提高了轨迹跟踪的误差稳定性与控制精度。在建立蛇形机器人模型后,利用积分形式的侧滑角补偿项改进了视线法,并设计了 蛇形机器人的自适应轨迹跟踪控制器。使机器人的位置误差在 10 s 内实现收敛,角度误差小于 0.03 rad,预测值误差在 5 s 内 收敛。通过仿真实验,验证了所提出的控制器的有效性和优越性。

关键词:蛇形机器人;轨迹跟踪控制器;误差预测;一致最终有界性;稳定性

中图分类号: TP242 TH39 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 590.1 460.40

Adaptive trajectory tracking controller for snake robot tracking error prediction

Li Dongfang¹, Yang Hongsheng¹, Deng Hongbin², Huang Jie¹

School of Electrical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350108, China;
 School of Mechatronical Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: In order to meet the accuracy requirement of the trajectory tracking motion of snake robot and eliminate the influence of the external disturbance on the tracking error of the robot, an adaptive trajectory tracking controller for snake robot tracking error prediction is proposed. The proposed controller achieves the prediction of the disturbance variables, friction coefficient and control parameters of the robot, and compensates the control input of the system with the predicted value and virtual control function. The sideslip angle of the snake robot in the trajectory tracking is conteracted, and the negative influence of the interference variables on the robot is avoided. The error stability and control accuracy of the trajectory tracking are improved. After the snake robot model is established, the line-of-sight method is improved using the integral sideslip angle compensation term. The adaptive trajectory tracking controller of snake robot is designed. The position error of the robot converges within 10 s, the angle error is less than 0.03 rad, and the predicted value error converges within 5 s. Through simulation experiments, the effectiveness and superiority of the proposed controller are verified. **Keywords**; snake robot; trajectory tracking controller; error prediction; uniform ultimate boundedness; stability

0 引 言

蛇形机器人是一种新型的无肢节可移动柔性机器 人^[1-2]。这种机器人在灾后救援、水下勘探、防空作战等 领域具有广阔的应用前景。由于蛇形机器人执行任务离 不开精准的轨迹跟踪控制,所以研究蛇形机器人的轨迹 跟踪控制器具有十分重要的意义^[3-4]。 近年来,众多学者在蛇形机器人轨迹跟踪控制的研究中做出了突出的贡献。为了简化蛇形机器人模型结构,文献[5]设计了一种简化的蛇形机器人模型,实现了机器人在光滑平面上的蜿蜒运动。同时,文献[6]提出了蛇形机器人三维运动步态的攀爬控制方法,该方法利用两个简单的模型实现了蛇形机器人的三维运动。由于强化学习在蛇形机器人的轨迹跟踪控制中发挥着重要作用,因此,文献[7-8]提出了一种蛇形机器人路径规划和

收稿日期:2021-08-18 Received Date: 2021-08-18

^{*}基金项目:国家自然科学基金(51774042)项目资助

避障的强化学习方法,通过少量训练得到最优的跟踪路 线与避障精度。考虑固定环境下的机器人轨迹跟踪运动 情况,文献[9]设计了蛇形机器人的反馈轨迹跟踪控制 器,使机器人跟踪既定的期望路径。为了研究蛇形机器 人在未知环境中自主的路径跟踪问题,文献[10]提出了 机器人自适应控制方法,该方法能够实时预测地面摩擦 系数,实现了欠驱动的蛇形机器人在未知环境中的轨迹 跟踪运动。此外,文献[11]利用滑模控制方法实现了蛇 形机器人运动速度和头部角度的自主跟踪,使机器人在 地面阻力未知的情况下能够保持稳定的运动速度和运动 方向。急促的转向运动会给蛇形机器人的关节和跟踪精 度带来极大的考验,所以文献[12]采用时变视线导引律 和3次样条插值路径规划方法研究了蛇形机器人在崎岖 路径上的跟踪问题,实现了机器人在急转运动时的稳定 性。为了减小偏移现象对蛇形机器人轨迹跟踪运动的影 响,文献[13]利用位置误差积分项改进了传统的视线导 引律,提高了蛇形机器人轨迹跟踪运动在侧向干扰条件 下的稳定性。为了提高蛇形机器人在轨迹跟踪过程中的 误差收敛速度与稳定性,文献[14-15]对机器人的自适应 路径跟踪控制器进行改进,提出了机器人自适应摆动幅 值的控制方法,有效提高了机器人的轨迹跟踪稳定性。

尽管研究学者们在蛇形机器人的轨迹跟踪控制的研 究中取得了许多成果。但是还存在一些亟需解决的问 题,比如侧滑导致机器人运动位置跟踪误差大,外界干扰 导致机器人轨迹偏离理想轨迹,以及机器人在复杂环境 下的跟踪效率低和运动稳定性差的问题。

为了弥补以上问题,本文提出一种蛇形机器人跟踪 误差预测的自适应轨迹跟踪控制器。所提出的控制器对 机器人的干扰、侧滑角以及时变控制系数进行预测,并用 预测值对系统进行动态补偿,减少了时变参数对机器人 产生的负面影响,避免了机器人在轨迹跟踪中因摩擦力 而产生的侧滑,提高了机器人在不同环境中的适应性和 跟踪精度。

在控制器的设计过程中,分析了蛇形机器人的运动 机理,得到简化的机器人运动模型。制定了蛇形机器人 轨迹跟踪控制的位置目标和姿态目标。为了实现两项目 标,优化了视线(line-of-sight, LOS)引导法,机器人系统 对干扰变量、侧滑角以及时变控制系数进行预测,并用预 测值来补偿设计的自适应轨迹跟踪控制器和系统的控制 输入。利用 Lyapunov 方法验证了位置控制器的一致最 终有界性和姿态控制器的稳定性。最后,通过实验比较 了机器人在不同控制器作用下的跟踪性能曲线,验证了 所提的控制器有较高的跟踪效率和优秀的误差稳定性。

本文的主要贡献和创新如下:

1)考虑了干扰变量和时变控制系数对机器人轨迹跟踪的影响,实现了系统对干扰变量的预测,补偿了系统的

控制输入,提高了机器人的运动效率和跟踪精度,确保了 自适应轨迹跟踪控制器的稳定性。

2) 优化了 LOS 方法, 消除了侧滑现象导致机器人方 向角抖动的问题, 提高了方向角的收敛速度与稳定性。

3)消除了环境摩擦系数和系统控制参数的时变性对 蛇形机器人轨迹跟踪运动的负面效果,提高了机器人在 不同环境中运动的自适应能力。

1 蛇形机器人模型

机器人由 N个连杆和 N-1个关节组成。连杆的质 量为m,长度为2h。连杆模型如图1所示。使用两组独 立的惯性坐标系和蛇体坐标系^[16]。机器人质心在惯性 坐标系中的位置为 $p = [p_x, p_x]^T$ 。第 $i = 1, \dots, N$ 连杆的转 动角度为 θ_i ,连杆角向量为 $\theta = [\theta_1, \cdots, \theta_N]^T \in \mathbb{R}^N$ 。质心 方向角为所有连杆方向角的加权平均值^[17]。第 i = 1,…,N 连杆的转动角速度为 v_{θ_i} ,连杆角速度向量为 v_{θ} = $[v_{\theta_1}, \cdots, v_{\theta_N}]^{\mathsf{T}} \in \mathbb{R}^N_{\circ}$ 第*i* = 1, ..., *N* - 1 关节的转动角度 为 ϕ_i ,关节角向量为 $\phi = [\phi_1, \dots, \phi_{N-1}]^T \in \mathbb{R}^N$ 。第i =1,…,N - 1关节的角速度为 v_{ϕ} ,关节角速度向量为 $v_{\phi} =$ $[v_{\phi_1}, \dots, v_{\phi_{N-1}}]^{\mathsf{T}} \in \mathbb{R}^{N-1}$ 。蛇形机器人切向和法向受到的 干扰速度为 U_x 和 U_x 。考虑机器人受到的粘性切向和法 向摩擦力,质心在惯性坐标系中的切向和法向速度为 v. πv_n 。粘性切向和法向摩擦系数为 $\lambda_1 > 0$ 和 $\lambda_2 > 0$,关 节旋转参数为 $\mu_1 > 0$ 和 $\mu_2 > 0$ 。对机器人的模型进行简 化,如图2所示。在简化模型中,连杆的方向与蛇体坐标系 的 t 轴同向。相邻连杆的位移为关节角。得到机器人简化 的力学模型^[9]。系统控制输入为 $u = [u_1, \dots, u_{N-1}]^T \in$ \mathbb{R}^{N-1}

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \mathbf{v}_{\theta} \\ \dot{\boldsymbol{\phi}} = \mathbf{v}_{\phi} \\ \dot{\boldsymbol{p}}_{x} = v_{t}\cos\theta - v_{n}\sin\theta + U_{x} \\ \dot{\boldsymbol{p}}_{y} = v_{t}\sin\theta + v_{n}\cos\theta + U_{y} \\ \dot{v}_{\theta} = -\mu_{1}v_{\theta} + \frac{\mu_{2}}{N-1}v_{t}e^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\phi} \\ \dot{v}_{\phi} = -\frac{\lambda_{1}}{m}v\phi + \frac{\lambda_{2}}{m}v_{t}AD^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\phi} + \frac{1}{m}DD^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u} \\ \dot{v}_{z} = -\frac{\lambda_{1}}{m}v_{z} + \frac{2\lambda_{2}}{Nm}v_{z}e^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\phi} - \frac{\lambda_{2}}{Nm}\boldsymbol{\phi}^{\mathrm{T}}A\overline{D}\boldsymbol{v}_{\phi} \\ \dot{v}_{n} = -\frac{\lambda_{1}}{m}v_{\theta} + \frac{2\lambda_{2}}{Nm}v_{z}e^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\phi} \\ \dot{v}_{n} = -\frac{\lambda_{1}}{m}v_{\theta} + \frac{2\lambda_{2}}{Nm}v_{z}e^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\phi} \end{cases} \in \mathbb{R}^{(N-1)\times N}, \boldsymbol{D} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ \vdots & \vdots \\ & 1 & -1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(N-1)\times N}, \boldsymbol{e} = \begin{bmatrix} 1, \dots, 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{N}$$
 $\overline{\boldsymbol{\mu}}$



图 1 蛇形机器人连杆实际运动模型

Fig. 1 The actual motion model of the link of snake robot



图 2 蛇形机器人简化模型 Fig. 2 The simplified model of the snake robot

根据 Hirose 教授提出的蛇形机器人蜿蜒运动步态,得到机器人第 *i*关节的控制函数为式(2)^[18-19]。

 $\overline{\phi}_i = a \sin(\omega t + (i - 1)\delta) + \phi_0$ (2) 式中: *a* 为摆动幅值; *ω* 为摆动频率; ϕ_0 为关节角偏移量, 用来补偿机器人的运动方向; δ 为关节相移。

2 控制目标

蛇形机器人轨迹跟踪要完成两项目标,即位置目标 和姿态目标^[20]。位置目标使机器人的运动位置误差收 敛。姿态目标使机器人的方向角和关节角误差收敛。

目标1:位置目标

蛇形机器人的位置为 (p_x, p_y) ,设置期望路径位置为 (x_d, y_d) 。位置目标是实现蛇形机器人的运动位置误差 $p_x - x_d$ 和 $p_y - y_d$ 一致最终有界,即满足式(3)。

 $\lim_{t \to \infty} \| p_x - x_d \| \leq \varepsilon_1 \text{ and } \lim_{t \to \infty} \| p_y - y_d \| \leq \varepsilon_2$ (3) $\vec{x} + \varepsilon_1 \quad \pi \varepsilon_2 \quad \forall f \in \hat{s}_1 \text{ or } \delta_2$

目标2:姿态目标-方向角误差

蛇形机器人的实际方向角为 θ ,设置理想的方向角 为 $\overline{\theta}$,姿态方向角目标是实现蛇形机器人的方向角误差 $e_{\theta} = \theta - \overline{\theta}$ 收敛到0并稳定,即满足式(4)。

$$\lim_{t \to \infty} \| e_{\theta}(t) \| = 0 \tag{4}$$

目标 3: 姿态目标-关节角误差

蛇形机器人的实际关节角为 ϕ ,设置理想的关节角为 $\overline{\phi}$,姿态关节角目标是实现蛇形机器人的关节角误差 $e_{\phi} = \phi - \overline{\phi}$ 收敛到0并稳定,即满足式(5)。

$$\lim_{t \to \infty} \| \boldsymbol{e}_{\phi}(t) \| = 0 \tag{5}$$

两项目标相互作用和联系,姿态目标是位置目标的 前提和基础,位置目标是姿态目标的目的和结果^[21]。只 有同时完成控制器的位置目标和姿态目标才能使蛇形机 器人快速、准确的跟踪期望路径,如图3所示。



图 3 控制器任务之间的关系 Fig. 3 Relationship among controller tasks

3 轨迹跟踪控制器设计

为了实现控制目标,需要对蛇形机器人跟踪误差预测的自适应轨迹跟踪控制器进行设计。其中,惯性坐标系被定义为 xOy,蛇体坐标系被定义为 x_dDy_d。

3.1 位置目标

设置期望路径坐标 (x_d, y_d) , 过旋转矩阵得到机器人 在蛇体坐标系中的位置误差为式(6)。 $\psi_x = U\cos(\beta_2 - \alpha)$ 和 $\psi_x = U\sin(\beta_2 - \alpha)$ 为干扰分量^[22]。

$$\begin{bmatrix} e_x \\ e_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x - x_d \\ p_y - y_d \end{bmatrix}$$
(6)

式中:期望路径正切角为 $\alpha = \arctan \frac{y_d}{\dot{x}_d}$ $\begin{cases} \dot{e}_x = V\cos(\theta - \alpha)\cos\beta - V\sin(\theta - \alpha)\sin\beta + \\ \psi_x - U_d + \dot{\alpha}e_y \\ \dot{e}_y = V\sin(\theta - \alpha)\cos\beta + V\cos(\theta - \alpha)\sin\beta + \\ \psi_x - \dot{\alpha}e_x \end{cases}$ (7)

其中,有 $U = \sqrt{U_x^2 + U_y^2}$ 。 $\beta_2 = \arctan \frac{U_y}{U_x}$ 为U的方向 角。期望路径的虚拟速度为 $U_d = \sqrt{\dot{x}_d^2 + \dot{y}_d^2}$ 。机器人运动

速度为 $V = \sqrt{v_{\iota}^2 + v_n^2}$ 。 侧滑角为 $\beta = \arctan \frac{v_n}{v_{\iota}}$, 如图 4 所示。



图 4 优化的 LOS 方法 Fig. 4 Optimized LOS method

扰动变量和侧滑角是都是有界的,即 $|\psi_x| \leq \psi_x^*$ 、 $|\psi_y| \leq \psi_y^*$ 和 $|\beta| \leq \beta^*$ 。同时,扰动变量和侧滑角的运 动速度缓慢且有界,即 $\|\psi_x\| \leq C_{\psi_x}$ 、 $\|\psi_y\| \leq C_{\psi_y}$ 和 $\|\dot{\beta}\| \leq C_{\beta} \circ C_{\psi_x}, C_{\psi_y}, C_{\beta} > 0$ 为正常数。 Δ 是前向 距离。

侧滑角是微幅的,通常 $|\beta| \le 5^\circ$ 。因此 cosβ = 1 和 sinβ = β。 得到机器人运动位置误差的另一种形式。如 式(8)所示。

$$\begin{cases} \dot{e_x} = V\cos(\theta - \alpha) - V\sin(\theta - \alpha)\beta + \psi_x - U_d + \dot{\alpha}e_y \\ \dot{e_y} = V\sin(\theta - \alpha) + V\cos(\theta - \alpha)\beta + \psi_y - \dot{\alpha}e_x \end{cases}$$
(8)

为了消除侧滑角,设计位置误差 e_x 和 e_y 的预测值为 \hat{e}_x 和 \hat{e}_y ,干扰变量 ψ_x 和 ψ_y 的预测值为 $\hat{\psi}_x$ 和 $\hat{\psi}_y$,侧滑角 β 的预测值为 $\hat{\beta}_o$ 位置误差的预测误差为 $e_x = e_x - \hat{e}_x$ 和 $e_y = e_y - \hat{e}_y$,干扰变量的预测误差为 $e_{\psi_x} = \psi_x - \hat{\psi}_x$ 和 $e_{\psi_y} = \psi_y - \hat{\psi}_y$,侧滑角的预测误差为 $e_{\beta} = \beta - \hat{\beta}_o$ 机器人运动位 置误差预测值更新律为式(9)。

$$\begin{cases} \hat{e}_x = V\cos(\theta - \alpha) - V\sin(\theta - \alpha)\hat{\beta} + \hat{\psi}_x - \\ U_d + \hat{\alpha}\hat{e}_y + k_x e_x \\ \hat{e}_y = V\sin(\theta - \alpha) + V\cos(\theta - \alpha)\hat{\beta} + \hat{\psi}_y - \\ \hat{\alpha}\hat{e}_x + k_y e_y \end{cases}$$
(9)

式中: $k_x > 0$ 和 $k_x > 0$ 分别为正常数。

得到蛇形机器人位置误差的预测误差的微分。如 式(10)所示。

$$\begin{cases} \dot{e}_{\chi} = \dot{e}_{\chi} - \hat{e}_{\chi} = -V\sin(\theta - \alpha)e_{\beta} + e_{\psi_{\chi}} + \dot{\alpha}e_{\chi} - k_{\chi}e_{\chi} \\ \dot{e}_{\chi} = \dot{e}_{\chi} - \hat{e}_{\chi} = V\cos(\theta - \alpha)e_{\beta} + e_{\psi_{\chi}} - \dot{\alpha}e_{\chi} - k_{\chi}e_{\chi} \end{cases}$$
(10)

设计 Lyapunov 候选函数如式(11)所示。

$$V_1 = \frac{1}{2}e_x^2 + \frac{1}{2}e_y^2 + \frac{1}{2\eta_1}e_{\psi_x}^2 + \frac{1}{2\eta_2}e_{\psi_y}^2 + \frac{1}{2\eta_3}e_{\beta}^2 \quad (11)$$

式中: $\eta_1 > 0, \eta_2 > 0$ 和 $\eta_3 > 0$ 分别为正常数。

$$\left(\hat{\psi}_{y}=\eta_{2}(e_{y}-r_{2}\hat{\psi}_{y})\right)$$
设计蛇形机器人侧滑角的预测值更新律为式(14)。

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \boldsymbol{\eta}_{3} \begin{bmatrix} -V\sin(\theta - \alpha)\boldsymbol{e}_{X} + V\cos(\theta - \alpha)\boldsymbol{e}_{Y} - \boldsymbol{\eta}_{4}\hat{\boldsymbol{\beta}} \end{bmatrix}$$
(14)

式中: $r_1 > 0, r_2 > 0$ 和 $\eta_4 > 0$ 为正常数。

扰动变量 ψ_x 和 ψ_y 、侧滑角 β 是有界的。根据柯西不等式可以得到式(15)。

$$\begin{cases} e_{\psi_{x}}\psi_{x} \leq \frac{1}{2}e_{\psi_{x}}^{2} + \frac{1}{2}\psi_{x}^{*^{2}} & e_{\psi_{y}}\psi_{y} \leq \frac{1}{2}e_{\psi_{y}}^{2} + \frac{1}{2}\psi_{y}^{*^{2}} \\ e_{\beta}\beta \leq \frac{1}{2}e_{\beta}^{2} + \frac{1}{2}\beta^{*^{2}} & e_{\beta}\beta \leq \frac{1}{2}e_{\beta}^{2} + \frac{1}{2}C_{\beta}^{2} \\ e_{\psi_{x}}\dot{\psi}_{x} \leq \frac{1}{2}e_{\psi_{x}}^{2} + \frac{1}{2}C_{\psi_{x}}^{2} & e_{\psi_{y}}\dot{\psi}_{y} \leq \frac{1}{2}e_{\psi_{y}}^{2} + \frac{1}{2}C_{\psi_{y}}^{2} \end{cases}$$
(15)

V₁的另一种形式被得到,如式(16)所示。

$$\dot{V}_1 \leq -k_x e_x^2 - k_y e_y^2 - \frac{r_1 \eta_1 - 1}{2\eta_1} e_{\psi_x}^2 - \frac{r_2 \eta_2 - 1}{2\eta_2} e_{\psi_y}^2 - n = 1$$

$$\frac{\eta_{3}\eta_{4} - 1}{2\eta_{3}}e_{\beta}^{2} + C_{1}$$
(16)

式中: $C_1 = \frac{1}{2\eta_1} C_{\psi_x}^2 + \frac{1}{2\eta_2} C_{\psi_y}^2 + \frac{1}{2\eta_3} C_{\beta}^2 + \frac{r_1}{2} \psi_x^{*2} + \frac{r_2}{2} \psi_y^{*2} + \frac{\eta_4}{2} \beta^{*2}$ 为常数。

因此, $e_x \pi e_y$ 均是一致最终有界系统。为消除机器 人的侧滑, 对 LOS 方法优化, 得到理想方向角^[23], 如 式(17)所示。

$$\overline{\theta} = \alpha + \arctan\left(-\frac{\hat{e}_{y} + \varepsilon_{e}}{\Delta} - \hat{\beta}\right)$$
(17)

式中: ε_e 为虚拟输入。 $e_{\theta} = \theta - \overline{\theta}$ 为机器人方向角误差。

当方向角误差稳定时,得到 $\lim_{t\to\infty} e_{\theta} = 0$ 。即机器人实际方向角 θ 跟踪理想值 $\overline{\theta}$ 。证明过程在姿态目标中,如式(18)~(20)所示。

$$\theta - \alpha = \arctan\left(-\frac{\hat{e}_y + \varepsilon_e}{\Delta} - \hat{\beta}\right)$$
 (18)

$$\cos(\theta - \alpha) = \frac{\Delta}{\sqrt{(\hat{e}_y + \varepsilon_e + \Delta\hat{\beta})^2 + \Delta^2}}$$
(19)

 $\sin(\theta - \alpha) =$

$$-\frac{\hat{e}_{y}+\varepsilon_{e}+\Delta\hat{\beta}}{\sqrt{(\hat{e}_{y}+\varepsilon_{e}+\Delta\hat{\beta})^{2}+\Delta^{2}}}$$
(20)

利用 Backstepping 设计 e_x 的虚拟速度 U_d 为式(21)。

 $U_{d} = V\cos(\theta - \alpha) - V\sin(\theta - \alpha) + k_{e}\hat{e}_{x} + \hat{\psi}_{x}$ (21) 式中: $k_{e} > 0$ 为正常数。

得到运动位置误差预测更新律的另一种形式为 式(22)。

$$\begin{cases} \hat{e}_x = -k_e \hat{e}_x + \dot{\alpha} \hat{e}_y + k_x e_x \\ \hat{e}_y = -V \frac{\hat{e}_y + \varepsilon_e}{\sqrt{(\hat{e}_y + \varepsilon_e + \Delta \hat{\beta})^2 + \Delta^2}} + \hat{\psi}_y - \dot{\alpha} \hat{e}_x + k_y e_y \end{cases}$$
(22)

设计 Lyapunov 候选函数如式(23)~(24)所示。

$$L_1 = V_1 + \frac{1}{2}\hat{e}_x^2 + \frac{1}{2}\hat{e}_y^2$$
(23)

$$\dot{L}_{1} = \dot{V}_{1} - k_{e}\hat{e}_{x}^{2} + k_{x}\hat{e}_{x}e_{x} - \frac{V}{\sqrt{(\hat{e}_{y} + \varepsilon_{e} + \Delta\hat{\beta})^{2} + \Delta^{2}}}\hat{e}_{y}^{2} - \frac{V\hat{e}_{y}\varepsilon_{e}}{V\hat{e}_{y}\varepsilon_{e}} + \hat{e}_{y}\hat{\mu}_{x} + k\hat{e}_{e}e_{x} \qquad (24)$$

 $\frac{}{\sqrt{(\hat{e}_{y} + \varepsilon_{e} + \Delta\hat{\beta})^{2} + \Delta^{2}}} + e_{y}\psi_{y} + \kappa_{y}e_{y}e_{y} \qquad (24)$ 设计虚拟控制输入为 ε_{e} , 如式(25) 所示。 $\varepsilon_{e} =$

$$\frac{\hat{\psi}_{y}^{2}(\hat{e}_{y}+\Delta\hat{\beta})+\hat{\psi}_{x}\sqrt{V^{2}(\hat{e}_{y}+\Delta\hat{\beta})^{2}+\Delta^{2}(V^{2}-\hat{\psi}_{y}^{2})}}{V^{2}-\hat{\psi}_{y}^{2}} \quad (25)$$

根据柯西不等式可以得到式(26)。

$$\begin{cases} \hat{e}_{x}e_{\chi} \leq \frac{1}{2}\hat{e}_{x}^{2} + \frac{1}{2}e_{\chi}^{2} \\ \hat{e}_{y}e_{\chi} \leq \frac{1}{2}\hat{e}_{y}^{2} + \frac{1}{2}e_{\chi}^{2} \end{cases}$$
(26)

由于 e_x 和 e_y 为一致最终有界系统。因此,存在 $|e_x| \leq e_{x,\max}$ 和 $|e_y| \leq e_{y,\max}$ 。得到 \dot{L}_1 的另一种形式。

$$\dot{L}_{1} = -\frac{k_{x}}{2}e_{x}^{2} - \frac{k_{y}}{2}e_{y}^{2} - \frac{r_{1}\eta_{1} - 1}{2\eta_{1}}e_{\psi_{x}}^{2} - \frac{r_{2}\eta_{2} - 1}{2\eta_{2}}e_{\psi_{y}}^{2} - \frac{\eta_{3}\eta_{4} - 1}{2\eta_{3}}e_{\beta}^{2} - \left(k_{e} - \frac{k_{x}}{2}\right)\hat{e}_{x}^{2} - \frac{r_{2}\eta_{2}}{2}e_{\psi_{y}}^{2} - \frac{r_{$$

$$\left(\frac{V}{\sqrt{\left(\hat{e}_{y}+\varepsilon_{e}+\Delta\hat{\beta}\right)^{2}+\Delta^{2}}}-\frac{k_{y}}{2}\right)\hat{e}_{y}^{2}+C_{1}$$
(27)

$$\tau = \min\left\{\frac{k_x}{2}, \frac{k_y}{2}, \frac{r_1\eta_1 - 1}{2\eta_1}, \frac{r_2\eta_2 - 1}{2\eta_2}, \frac{\eta_3\eta_4 - 1}{2\eta_3}, \frac{k_y}{\sqrt{(\hat{e}_y + \varepsilon_e + \Delta\hat{\beta})^2 + \Delta^2}} - \frac{k_y}{2}\right\}$$
(28)

式中: $r_1\eta_1 > 1, r_2\eta_2 > 1, \eta_3\eta_4 > 1, 2k_e > k_x > 0$ 和2 $V > k_y \sqrt{(\hat{e}_y + \varepsilon_e + \Delta \hat{\beta})^2 + \Delta^2}$ 。 因此,式(27)可以得到式(29)。

$$\dot{L}_1 \leqslant -2\tau L_1 + C \tag{29}$$

$$0 \leq L_1 \leq \left[L_1(0) - \frac{C}{2\tau}\right] e^{-2\tau t} + \frac{C}{2\tau}$$
(30)

蛇形机器人的动态控制系统为一致最终有界系 统^[24]。令 $F = [e_x, e_y, e_{\psi_x}, e_{\psi_y}, e_{\beta}, \hat{e}_x, \hat{e}_y]^T$,则 $||F|| \leq \sqrt{2(L_1(0) - \frac{C}{2\tau})e^{-2\tau t} + \frac{C}{\tau}}$ 。明显可以用低 C 或者提高 τ 的方式来降低 ||F||。

即只要改变前向距离 Δ_{s} 参数 $\eta_{1}, \eta_{2}, \eta_{3}, \eta_{4}, r_{1}, r_{2}, k_{e}, k_{x}$ 和 k_{y} 的值,就可以使 $\sqrt{C/\tau}$ 减小到任意值。从收敛 性的角度来说,通过调整参数,蛇形机器人位置跟踪误差 可以收敛到任意小的期望数值。

3.2 姿态目标

设计机器人的方向角误差和方向角速度误差如 式(31)~(32)所示。

$$\begin{cases} e_{\theta} = \theta - \overline{\theta} \\ e_{v,\theta} = v_{\theta} - v_{\overline{\theta}} \end{cases}$$
(31)

$$\begin{cases} \dot{e}_{\theta} = v_{\theta} - \overline{\theta} \\ \dot{e}_{v,\theta} = -\mu_1 v_{\theta} + \frac{\mu_2}{N-1} v_i e^{\mathrm{T}} \phi - \dot{v}_{\overline{\theta}} \end{cases}$$
(32)

设计 Lyapunov 候选函数为式(33)。

$$V_{21} = \frac{1}{2}e_{\theta}^{2} + \frac{1}{2}e_{v,\theta}^{2}$$
(33)

$$V_{21} = e_{\theta}(v_{\theta} - \theta) + e_{v,\theta} \times \left(-\mu_{1}v_{\theta} + \frac{\mu_{2}}{N-1}v_{t}e^{\mathrm{T}}(\phi - \overline{\phi}) + \frac{a\mu_{2}v_{t}}{N-1}\sum_{j=1}^{N-1}\sin(\omega t + (j-1)\delta) + \mu_{2}v_{t}\phi_{0} - \dot{v}_{\overline{\theta}}\right)$$
(34)

不防设辅助函数为式(35)。

 \overline{N}

$$v_{\overline{\theta}} = -\hat{k}_{\theta}e_{\theta} + \overline{\theta}$$
(35)

式中: \hat{k}_{θ} 为 k_{θ} 的预测值, 且 $k_{\theta} > 0$ 为正常数。

$$\dot{k}_{\theta} = \eta_{5}e_{\theta}^{2}$$
(36)
设计机器人的关节角补偿函数为式(37)。

$$\phi_{0} = \frac{\hat{\zeta}_{1}}{v_{t}}v_{\theta} + \frac{\hat{\zeta}_{2}}{v_{t}}(-k_{v,\theta}e_{v,\theta} + \dot{v}_{\theta} - e_{\theta}) -$$

$$\frac{a}{-1}\sum_{j=1}^{N-1}\sin(\omega t + (j-1)\delta)$$
(37)

式中: $\hat{\zeta}_1$ 和 $\hat{\zeta}_2$ 为 $\frac{\mu_1}{\mu_2}$ 和 $\frac{1}{\mu_2}$ 的预测值。 $k_{v,\theta} > 0$ 为正数。

$$\hat{\zeta}_{1} = -\eta_{\theta}\mu_{2}e_{v,\theta}v_{\theta} \tag{38}$$

$$\hat{\zeta}_2 = -\eta_{\tau}\mu_2(-k_{v,\theta}e_{v,\theta} + \dot{v_{\theta}} - e_{\theta})$$
(39)

- II

设计 Lyapunov 候选函数为式(40)。

$$L_{2} = V_{21} + \frac{1}{2\eta_{5}} (k_{\theta} - \hat{k}_{\theta})^{2} + \frac{1}{2\eta_{6}} \left(\frac{\mu_{1}}{\mu_{2}} - \hat{\zeta}_{1}\right)^{2} + \frac{1}{2\eta_{7}} \left(\frac{1}{\mu_{2}} - \hat{\zeta}_{2}\right)^{2}$$
(40)

$$L_{2} = -k_{\theta}e_{\theta} + e_{\theta}e_{v,\theta} + e_{v,\theta} \times \left[\frac{\mu_{2}v_{i}e^{\mathrm{T}}}{N-1}(\phi - \overline{\phi}) - k_{v,\theta}e_{v,\theta} - e_{\theta}\right] = -k_{\theta}e_{\theta}^{2} - k_{v,\theta}e_{v,\theta}^{2} + \frac{\mu_{2}v_{i}e^{\mathrm{T}}}{N-1}e_{v,\theta}(\phi - \overline{\phi})$$
(41)

式中:
$$\eta_5 > 0, \eta_6 > 0$$
 和 $\eta_7 > 0$ 为正常数。
存在不等式:

$$\left| \boldsymbol{e}^{*}(\boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{\phi}) \right| \leq \left\| \boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{\phi} \right\|_{1} \leq \sqrt{N} - 1 \left\| \boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{\phi} \right\|_{2}$$

$$(42)$$

设计机器人的关节角误差为式(43)。

$$\boldsymbol{e}_{\phi} = \boldsymbol{\phi} - \boldsymbol{\phi} \tag{43}$$

$$\| \boldsymbol{\phi} - \overline{\boldsymbol{\phi}} \|_{2}^{2} = \boldsymbol{e}_{\phi}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{e}_{\phi} \tag{44}$$

$$\boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{\varphi}_{\phi}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{\varphi}_{\phi} \tag{44}$$

$$\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{v},\theta}(\boldsymbol{\phi}-\boldsymbol{\phi}) \leq \sqrt{N-1} \cdot \boldsymbol{e}_{\boldsymbol{v},\theta} \| \boldsymbol{\phi}-\boldsymbol{\phi} \|_{2} \leq \frac{N-1}{\mu_{2}v_{\iota}^{2}} \left[\frac{\mu_{2}^{2}v_{\iota}^{2}}{4(N-1)} \| \boldsymbol{\phi}-\boldsymbol{\phi} \|_{2}^{2} + \boldsymbol{e}_{\boldsymbol{v},\theta}^{2} \right]$$
(45)

得到 L₂ 的另一种形式。

$$\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{v},\boldsymbol{\phi}} = \boldsymbol{v}_{\boldsymbol{\phi}} - \boldsymbol{v}_{\overline{\boldsymbol{\phi}}} \tag{47}$$

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{e}}_{\phi} = \boldsymbol{v}_{\phi} - \dot{\boldsymbol{\phi}} \\ \dot{\boldsymbol{e}}_{v,\phi} = -\frac{\lambda_{1}}{m} \boldsymbol{v}\phi + \frac{\lambda_{2}}{m} \boldsymbol{v}_{i} \boldsymbol{A} \boldsymbol{D}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\phi} + \frac{1}{m} \boldsymbol{D} \boldsymbol{D}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{u} - \dot{\boldsymbol{v}}_{\phi} \end{cases}$$
(48)
设计 Lyapupov 候选函数为式(49)。

设计 Lyapunov 候选函数为式(49)。

$$V_{31} = \frac{1}{2} \boldsymbol{e}_{\phi}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{e}_{\phi} + \frac{1}{2} \boldsymbol{e}_{\boldsymbol{v},\phi}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{e}_{\boldsymbol{v},\phi}$$
(49)

$$V_{31} = \boldsymbol{e}_{\phi}^{T}(\boldsymbol{v}_{\phi} - \boldsymbol{\phi}) + \boldsymbol{e}_{v,\phi}^{T}\left(-\frac{\lambda_{1}}{m}\boldsymbol{v}_{\phi} + \frac{\lambda_{2}}{m}\boldsymbol{v}_{t}\boldsymbol{A}\boldsymbol{D}^{T}\boldsymbol{\phi} + \frac{1}{m}\boldsymbol{D}\boldsymbol{D}^{T}\boldsymbol{u} - \dot{\boldsymbol{v}}_{\phi}\right)$$
(50)

设置辅助函数为式(51)。 \hat{k}_{ϕ} 为 k_{ϕ} 的预测值。

$$\boldsymbol{v}_{\overline{\phi}} - \overline{\boldsymbol{\phi}} = - \hat{k}_{\phi} \boldsymbol{e}_{\phi} \tag{51}$$

$$\dot{\hat{k}}_{\phi} = \eta_{8} \boldsymbol{e}_{\phi}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{e}_{\phi}$$
(52)

式中: $\eta_8 > 0$ 和 $k_{\phi} > 0$ 为正常数。

利用自适应控制理论,设计系统的控制输入 u_o $u = m(DD^T)^{-1} \times$

$$\boldsymbol{u} = m(\boldsymbol{D}\boldsymbol{D}) \times \left(-k_{v,\phi}\boldsymbol{e}_{v,\phi} - \boldsymbol{e}_{\phi} + \dot{\boldsymbol{v}}_{\phi} + \frac{\hat{\lambda}_{1}}{m}\boldsymbol{v}_{\phi} - \frac{\hat{\lambda}_{2}}{m}\boldsymbol{v}_{t}\boldsymbol{A}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\phi} \right)$$
(53)

式中: $\hat{\lambda}_1$ 和 $\hat{\lambda}_2$ 分别为 λ_1 和 λ_2 的预测值。

$$\dot{\hat{\lambda}}_{1} = -\frac{\eta_{9}}{m} \boldsymbol{e}_{\boldsymbol{v},\phi}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{v}_{\phi}$$
(54)

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}}_{2} = \frac{\boldsymbol{\eta}_{10}\boldsymbol{v}_{t}}{m} \boldsymbol{e}_{\boldsymbol{v},\boldsymbol{\phi}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{A} \boldsymbol{D}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\phi}$$
(55)

式中: $\eta_{9} > 0$ 和 $\eta_{10} > 0$ 为正常数。 设计 Lyapunov 候选函数为式(56)。

$$L_{3} = V_{31} + \frac{1}{2\eta_{8}} (k_{\phi} - \hat{k}_{\phi})^{2} + \frac{1}{2\eta_{9}} (\lambda_{1} - \hat{\lambda}_{1})^{2} + \frac{1}{(\lambda_{2} - \hat{\lambda}_{2})^{2}}$$
(56)

$$\frac{1}{2\eta_{10}}(\lambda_2 - \hat{\lambda}_2)^2 \tag{56}$$

$$\dot{L}_{3} = -k_{\phi} \boldsymbol{e}_{\phi}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{e}_{\phi} - k_{v,\phi} \boldsymbol{e}_{v,\phi}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{e}_{v,\phi}$$
(57)
设计姿态目标的 Lyapunov 函数为 $L = L_{2} + L_{3,\circ}$

$$\dot{L} \leqslant -k_{\theta}e_{\theta}^{2} - (k_{v,\theta} - 1)e_{v,\theta}^{2} - \left[k_{\phi} - \frac{\mu_{2}^{2}v_{t}^{2}}{4(N-1)}\right]e_{\phi}^{\mathrm{T}}e_{\phi} - e_{\phi}^{\mathrm{T}}e_{\phi} - \frac{1}{2}e_{\phi}^{\mathrm{T}}e_{\phi} - \frac{1}{2}e_{\phi}^{\mathrm{T}}e_$$

$$k_{v,\phi} \boldsymbol{e}_{v,\phi}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{e}_{v,\phi}$$
(58)
不妨设存在不等式 (59)。
 $4k_{\phi}(N-1) - \mu_{2}^{2} v_{i}^{2} \ge 4\sigma_{\phi}(N-1) > 0$ (59)
 \dot{L} 的另一种形式被得到:
 $\dot{L} \le -k_{\theta} e_{\theta}^{2} - (k_{v,\theta} - 1) e_{v,\theta}^{2} - \sigma_{\phi} \boldsymbol{e}_{\phi}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{e}_{\phi} - k_{v,\phi} \boldsymbol{e}_{v,\phi}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{e}_{v,\phi}$
(60)

只要满足 $k_{v,\theta} > 1$,则可以使 L 为半负定的。同时, $L \ge 0$ 是正定的,所以 L 是正的且有界的。设计 $H(t) = k_{\theta}e_{\theta}^{2} + (k_{v,\theta} - 1)e_{v,\theta}^{2} + \sigma_{\phi}e_{\phi}^{T}e_{\phi} + k_{v,\phi}e_{v,\phi}^{T}e_{v,\phi}$ 。所以, 式 (60) 的另一种形式为 $L \le -H(t)$ 。对该式两边积分 可以得到 $L(0) - L(\infty) \ge \lim_{t \to \infty} \int_{0}^{t} H(\overline{\omega}) d\overline{\omega}$ 。因为 L 是正的 且有界的,所以 $\lim_{t \to \infty} \int_{0}^{t} H(\overline{\omega}) d\overline{\omega}$ 是正的且有界的,这说明极 限 $\lim_{t \to \infty} \int_{0}^{t} H(\overline{\omega}) d\overline{\omega}$ 是存在的。根据 Barbalat Lemma^[25],可 以得到 $\lim_{t \to \infty} H(t) = 0$,所以存在 $\lim_{t \to \infty} \|e_{\theta}(t)\| = 0$ 和 $\lim_{t \to \infty} \|e_{\phi}(t)\| = 0$ 。换句话说,蛇形机器人的姿态目标的 稳定性被实现。完整的蛇形机器人自适应轨迹跟踪控制 过程如图 5 所示。





4 仿 真

本部分使用仿真来验证所提控制器的有效性与优越 性。蛇形机器人跟踪的期望曲线路径为式(61)。比较 机器人在本文所提出的轨迹跟踪控制器、反馈控制器^[9] 和自适应控制器^[10]作用下的跟踪性能曲线。系统的所 有初始参数如表1所示。

ſ	$y = 0.5\sin(0.1t - 0.28)$	(61)
ĺ	x = 0.25t	

Table 1 Initial parameters				
参数名	数值	参数名	数值	
连杆个数 N	9	关节相移 δ/rad	2π/9	
关节长度 2h/m	0.2	参数 k_{θ}	2	
关节质量 m/kg	0. 135	参数 $k_{v, heta}$	5	
比例系数 μ_1	2.5	参数 k_{ϕ}	1.5	
比例系数 μ_2	20	参数 $k_{v,\phi}$	3	
切向摩擦系数 λ_1	0.45	参数 r ₁	2	
法向摩擦系数 λ_2	0.3	参数 r ₂	3	
关节偏移量 ϕ_0 /rad	0	参数 X_{ϕ}	7.8	
关节角 φ/rad	0	参数 k_x	2	
关节角速度 $v_{\phi}/(\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})$	0	参数 k_y	2	
方向角 θ/rad	π/2	预测值 $\hat{\lambda}_1$	10	
方向角速度 $v_{\theta}/(\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})$	0	预测值 $\hat{\lambda}_2$	20	
初始位置 $[p_x, p_y]/m$	[-0,-1]	预测值 \hat{k}_{ϕ}	10	
切向运动速度 $v_t/(\mathbf{m} \cdot \mathbf{s}^{-1})$	0.2	前向距离 Δ/m	1.8	
法向运动速度 $v_n/(\mathbf{m} \cdot \mathbf{s}^{-1})$	0	摆动幅值 a/m	0.2	
关节转动频率 $\omega/(\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})$	π/8	参数 η_1	2	
参数 η_2	2	参数 η_3	2	
参数 η_4	3	参数 η_5	3	
参数 η_6	2	参数 η_7	2	
参数 η_8	3	参数 η_9	3	
参数 η 10	3			

表 1 初始参数 Table 1 Initial parameters

蛇形机器人在3种控制器作用下的运动轨迹如图6 所示。机器人在误差预测控制器作用下的质心运动轨迹 在7s处跟踪到期望路径。之后,运动轨迹与期望路径保 持一致,这是十分理想的效果。机器人在反馈控制器作 用下的质心轨迹在4s处越过了期望路径,并且运动轨迹 在4~10s之间不断围绕期望路径波动。蛇形机器人在 自适应控制器作用下的质心运动轨迹在5s处出现多次 超调。虽然运动轨迹在10s处接近期望路径,但是收敛 过程较误差预测控制器缓慢。综上所述,机器人在误差 预测控制器下的跟踪效果最理想,这体现出所提控制器 可以使蛇形机器人有较好的跟踪能力。



图 6 蛇形机器人在不同控制器下的运动轨迹 Fig. 6 Motion trajectory of the snake robot with different controller

比较蛇形机器人在3种控制器下的切向和法向位置 误差,如图7和8所示。蛇形机器人在初始阶段需要一 段时间进行调整,所以切向位置误差在10s前出现了小 幅波动。不过,机器人在误差预测控制器下的切向位置 误差在5s处收敛到0,并且误差曲线十分稳定。同时, 在其他控制器的作用下,机器人的切向位置误差稳定前 都出现了多次小幅波动,如图7所示。机器人在自适应 和反馈控制器下的法向位置误差在5s处的偏移量为 0.25m和0.2m。相反,机器人在误差预测控制器控制 下的法向位置误差偏移量仅为0.1m,这说明误差预测 控制器能使机器人在初始阶段迅速调整。在10s后,误 差预测控制器能使机器人的法向位置误差快速收敛和稳 定,如图8所示。



图 7 蛇形机器人的切向位置误差







蛇形机器人的方向角和方向角速度决定了运动朝向。机器人在自适应控制器和反馈控制器下的方向角误差出现了 0.6 rad 的偏移。但是,在误差预测控制器下的方向角误差偏移不足 0.3 rad。同时,误差预测控制器下的方向角误差在 18 s 处实现收敛和稳定,如图 9 所示。机器人方向角速度误差的收敛情况如图 10 所示。在自适应控制器和反馈控制器下的方向角速度误差在初始阶段偏移量大,接近 0.4 rad。但是,机器人在误差预测控制器下的方向角速度误差波动小,稳定性好。因此,误差预测控制器的使机器人的方向角误差和方向角速度误差 具有较快的收敛速度和较好的稳定性。



图 9 蛇形机器人的方向角误差

Fig. 9 Direction angle error of the snake robot





蛇形机器人的关节角误差可以反映机器人的关节转 动情况,如图 11 所示。机器人在 3 种控制器下的关节角 误差均实现了正弦形式的变化,误差曲线的幅值和频率 能保持稳定,这与机器人的蜿蜒运动步态十分相似。但 是,机器人在误差预测控制器下的关节角误差的平滑性 最好,幅值最小。机器人的关节角速度误差曲线如图 12 所示。误差预测控制器的控制可以缩小机器人的关节角 速度误差。在误差预测控制器下的机器人关节角速度误 差波动峰值最小,调节时间最短,误差平滑。这减小了关 节在运动中受到的冲击。







在所提出的误差预测控制器的作用下,蛇形机器人 各关节的扭矩控制输入在前6s内变化剧烈,这能够为机 器人提供大的启动速度。6s之后,蛇形机器人各关节的 控制输入的变化规律逐渐稳定,呈现出正弦波形,这与机 器人蜿蜒运动步态完全符合,如图13所示。



在所提控制器的作用下,系数 ζ_1 和 ζ_2 的预测值 $\hat{\zeta}_1$ 和 $\hat{\zeta}_2$ 在初始阶段迅速变化,在5s时收敛到固定的数值。 此外,摩擦系数预测值 $\hat{\lambda}_1$ 和 $\hat{\lambda}_2$ 在初始阶段迅速变化,在 10s时收敛到固定的数值,实现了对真实值的稳定跟踪。 即所提出控制器能够有效预测未知的系统模型参数。机 器人的参数预测值 \hat{k}_a 和 \hat{k}_a 在前5s内可以实现稳定。控 制参数预测值 \hat{k}_a 和 \hat{k}_a 能够根据机器人的状态自行调整, 择优选取控制参数,如图 14~16 所示。



图 14 系数预测值曲线







Fig. 15 Prediction value curves of friction coefficients



Fig. 16 Prediction value curves of the parameters

蛇形机器人在跟踪期望路径的干扰变量和干扰变量 预测值如图 17 所示。干扰变量误差如图 18 所示。无论 干扰变量如何变化,其预测值都能跟踪实际值。干扰量 预测值可以对系统控制器进行调整,补偿机器人的运动 状态,抵消干扰对机器人的负面影响。这种方式提高了 蛇形机器人的跟踪性能和系统的稳定性。



图 17 干扰变量及其预测值

Fig. 17 Disturbance variables and their predicted values



Fig. 18 Disturbance variable error curves

蛇形机器人的运动侧滑角误差曲线如图 19 所示。 侧滑角的预测值在3s处实现收敛,并保持对真实值的跟踪。3s后的侧滑角误差为0,这说明预测值具有良好的 跟踪能力。即使外界干扰使机器人的运动方向出现变 化,预测值也能够稳定跟踪实际侧滑角,补偿机器人的运 动偏移,确保控制器能够快速调整机器人的运动方向,实 现良好的轨迹跟踪。



Fig. 19 Sideslip angle error curve

综上所述,与自适应控制器和反馈控制器相比,机器 人在本文提出的误差预测控制器作用下的法向运动位置 误差和切向运动位置误差的收敛时间最短、波动最少、误 差最小、稳定性最高,如表2所示。

表 2 轨迹跟踪误差收敛时间 Table 2 Convergence time of trajectory tracking errors

跟踪性能	控制器		
	误差预测	自适应	反馈
	控制器	控制器	控制器
切向位置误差/s	5	7	15
法向位置误差	10 s	波动小	波动大
方向角误差	18 s	20 s	误差波动
方向角速度误差	12 s,峰值小	12 s,峰值大	15 s,峰值大
关节角误差/rad	<0.03	<0.05	<0.08
关节角速度误差/(rad·s ⁻¹)	<0.05	<0.15	<0.25

蛇形机器人在误差预测控制器作用下的连杆角和连 杆角速度误差收敛最快,使机器人快速且准确朝向期望 路径运动。此外,机器人在误差预测控制器作用下的关 节角和关节角速度误差峰值小、毛刺少。这说明机器人 在蜿蜒运动的过程中关节摆动平滑,摆动速度足够迅速。 这体现了所提出的蛇形机器人跟踪误差预测的自适应轨 迹跟踪控制器的有效性和优越性。

5 实 验

为了验证所提出的方法,对机器人进行实验^[26]。机 器人关节支架采用铝合金。舱段采用光敏树脂材料。电 机支架采用铝合金。连杆长度为 211 mm,半径为 65 mm,数量为6。关节角为±40°。通过蓝牙对机器人进 行信号传输。锂电池满足机器人 20 min 的运动需求。 将电机、电位计、驱动电路板以及关节机械结构连接组装 完成,利用稳压电源进行供电,如图 20 所示。蛇形机器 人样机如图 21 所示。将机器人置于楼道,使其从一边移 动到另一端,如图 22 所示。机器人头部连杆在 y=40 cm 处,期望路径为 y=80 cm。根据机器人的运动情况得到 各关节的轨迹、质心位置、运动方向角和关节角 曲线^[27-28]。

蛇形机器人各连杆和连杆质心的轨迹如图 23 和 图 24 所示。机器人各连杆从 40 cm 开始追踪期望路径。 机器人各连杆的运动轨迹在 110 cm 处收敛到理想位置。 机器人质心的运动轨迹与各连杆的运动情况基本相似, 运动轨迹在收敛到期望路径后稳定。



图 20 蛇形机器人关节调试

Fig. 20 Joint debugging of the snake robot



图 21 蛇形机器人样机 Fig. 21 Prototype of the snake robot



蛇形机器人的运动方向角和关节角曲线如图 25 和 26 所示。机器人从初始位置向期望位置运动时,方向角大



Fig. 26 Joint angle curves

于 0。同时,方向角呈正弦摆动,这与机器人的运动形式相符。当机器人跟随到期望路径时,方向角会围绕 0 值上下摆动。机器人在初始阶段的关节角的值高,当蛇形机器人在跟随到期望路径后,关节角围绕 0 值上下摆动,各关节的摆动稳定。实验结果与仿真结果基本相似,这充分体现出所提出的自适应轨迹跟踪控制器的稳定性。

6 结 论

本文定义了机器人简化的力学模型,探讨了控制器 的位置和姿态目标,通过对机器人的运动位置跟踪误差、 干扰变量和时变控制系数进行预测,补偿了系统的控制 输入。所提出的控制器提高了机器人在轨迹跟踪中的姿 态角精度,消除了机器人在摩擦力作用下的侧滑,增加了 机器人在不同环境中的自适应能力。

参考文献

 [1] 朱威,郭宪,方勇纯,等.可重构模块化蛇形机器人研制及多运动模态研究[J]. 信息与控制,2020, 49(1):69-77.

ZHU W, GUO X, FANG Y CH, et al. Development of a reconfigurable modular snake-like robot and research on multiple motion modes [J]. Information and control,

2020, 49(1): 69-77.

- [2] 张丹凤. 基于路径边沿引导策略的蛇形机器人路径跟踪方法[J]. 机器人, 2021, 43(1): 36-43.
 ZHANG D F. A path tracking method for the snake robot based on the path edge guidance strategy [J]. Robot, 2021, 43(1): 36-43.
- [3] 方勇纯,朱威,郭宪. 基于路径积分强化学习方法的 蛇形机器人目标导向运动[J]. 模式识别与人工智 能,2019,32(1):1-9.
 FANG Y CH, ZHU W, GUO X. Target-directed locomotion of a snake-like robot based on path integral reinforcement learning [J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2019, 32(1):1-9.
- [4] 范云生,何智平,曹健,等.四旋翼飞行器非线性轨迹
 跟踪控制[J]. 仪器仪表学报,2019,40(10):
 247-256.

FAN Y SH, HE ZH P, CAO J, et al. Nonlinear trajectory tracking control for a quadrotor [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019, 40 (10): 247-256.

- [5] TAKEMORI T, TANAKA M, MATSUNO F. Ladder climbing with a snake robot [C]. 2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), 2018: 1-9.
- [6] TANAKA M, TANAKA K. Control of a snake robot for ascending and descending steps [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2015, 31(2): 511-520.
- JIA Y, MA S. A Coach-based bayesian reinforcement learning method for snake robot control [J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2021, 6 (2): 2319-2326.
- [8] 郭宪,方勇纯. 仿生机器人运动步态控制:强化学习 方法综述[J]. 智能系统学报,2020,15(1): 152-159.
 GUO X,FANG Y CH. Locomotion gait control for bionic robots: A review of reinforcement learning methods[J].
 CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2020, 15(1): 152-159.
- [9] LILJEBÄCK P. Snake robots: Modelling, mechatronics, and control [M]. Snake Robots : Modelling, Mechatronics, and Control, 2013.
- [10] WANG G, YANG W, SHEN Y, et al. Adaptive path following of underactuated snake robot on unknown and varied frictions ground: Theory and validations [J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2018, 3 (4): 4273-4280.
- [11] MUKHERJEE J, MUKHERJEE S, KAR I N. Sliding mode control of planar snake robot with uncertainty using

virtual holonomic constraints [J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2017, 2(2): 1077-1084.

- YANG W, WANG G, SHAO H, et al. Spline based curve path following of underactuated snake robots [C]. International Conference on Robotics and Automation, 2019.
- [13] KELASIDI E, LILJEBÄCK P, PETTERSEN K Y, et al. Integral line-of-sight guidance for path following control of underwater snake robots: Theory and experiments [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2017, 33 (3): 610-628.
- LI D, PAN Z, DENG H, et al. Adaptive path following controller of a multi-joint snake robot based on the improved serpenoid curve [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, DOI: 10.1109/tie. 2021.3075851.
- [15] 李东方,邓宏彬,潘振华,等.基于改进蛇形曲线的 蛇形机器人在流场中避障的轨迹跟踪控制律[J].机 器人,2019,41(4):433-442.
 LI D F, DENG H B, PAN ZH H, et. al. Trajectory tracking control law for obstacle avoidance of a snake-like robot in flow field based on an improved serpentine curve[J]. Robot, 2019, 41(4):433-442.
- [16] 赵思恺,李长乐,张宗伟,等. 模块化可重构外肢体 机器人 [J]. 仪器仪表学报, 2021, 42(4): 218-227.
 ZHAO S K, LI CH L, ZHANG Z W, et al. Modular and reconfigurable supernumerary robotic limbs [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42 (4): 218-227.
- [17] LI D, DENG H, PAN Z, et al. Collaborative obstacle avoidance algorithm of multiple bionic snake robots in fluid based on IB-LBM [J]. ISA Transactions, 2021, DOI: 10.1016/j.isatra.2021.04.048.
- [18] TAKAOKA S, YAMADA H, HIROSE S. Snake-like active wheel robot ACM-R4.1 with joint torque sensor and limiter [C]. 2011 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2011: 1081-1086.
- [19] HIROSE S, YAMADA H. Snake-like robots machine design of biologically inspired robots [J]. IEEE Robotics & Automation Magazine, 2009, 16(1): 88-98.
- [20] 张丹凤,李斌,王立岩.基于连续体模型的蛇形机器 人质心速度跟踪控制方法[J].机器人,2017, 39(6):829-837.
 ZHANG D F, LI B, WANG L Y. Tracking control method of the centre-of-mass velocity for a snake-like robot based on the continuum model[J]. Robot, 2017,

39(6): 829-837.

- [21] 储开斌,郭俊俊. 智能车运动轨迹跟踪算法的研究[J]. 电子测量与仪器学报,2020,34(6):131-137.
 CHUKB,GUOJJ. Tracking algorithm of intelligent vehicle movement trajectory [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation 2020, 34(6):131-137.
- [22] NIE J, LIN X G. Improved adaptive integral line-of-sight guidance law and adaptive fuzzy path following control for underactuated MSV [J]. ISA Transactions, 2019, 94: 151-163.
- [23] JIN X. Nonrepetitive leader-follower formation tracking for multiagent systems with LOS range and angle constraints using iterative learning control [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(5): 1748-1758.
- [24] WANG D, CHENG L, YAN J. Self-learning robust control synthesis and trajectory tracking of uncertain dynamics[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020: 1-9.
- [25] AZIMI V, VELA P A. Robust adaptive quadratic programming and safety performance of nonlinear systems with unstructured uncertainties [C]. 2018 IEEE Conference on Decision and Control (CDC), 2018.
- [26] YU Y, LAM H K, CHAN K Y. T-S fuzzy-model-based output feedback tracking control with control input saturation [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2018, 26(6): 3514-3523.
- [27] LI D, WANG C, DENG H, et al. Motion planning algorithm of a multi-joint snake-like robot based on improved serpenoid curve [J]. IEEE Access, 2020 (8): 8346-8360.
- [28] 乔贵方,韦中,张颖,等. 基于双层级 CPG 的 3 维蛇形 机器人运动控制方法 [J]. 机器人, 2019, 41(6): 779-787.
 QIAO G F, WEI ZH, ZHANG Y, et al. Double-layered CPG based motion control method of the 3D snake-like robot [J]. Robot, 2019, 41(6):779-787.

作者简介



李东方,2014年于南京航空航天大学获 得学士学位,2021年于北京理工大学获得博 士学位,现为福州大学讲师,主要研究方向 为蛇形机器人的轨迹跟踪控制。

E-mail:lidongfang@fzu.edu.cn

Li Dongfang received his B. Sc. degree from Nanjing University of Aeronautics and Astronautics in 2014, and received his Ph. D. degree from Beijing Institute of Technology in 2021. He is now a lecturer in Fuzhou University. His main research interest includes trajectory tracking control of snake robots.



邓宏彬,1997年于北京理工大学获得学 士学位,2000年于北京理工大学获得硕士学 位,2008年于北京理工大学获得博士学位, 现为北京理工大学教授,主要研究方向为机 器人运动控制、多智能体系统的路径规划。

E-mail:denghongbin@bit.edu.cn

Deng Hongbin received his B. Sc. degreey in 1997, M. Sc degree in 2000 and Ph. D degree in 2008 all from Beijing Institute of Technology. He is now a professor in Beijing Institute of Technology. His main research interest includes robot motion control and path planning of multi-agent system.



黄捷(通信作者),2005 年于福州大学 获得学士学位,2010 年于福州大学获得硕士 学位,2015 年于北京理工大学获得博士学 位,现为福州大学教授,主要研究方向为多 智能体协同避障与路径规划控制。

E-mail: jie. huang@ fzu. edu. cn

Huang Jie (Corresponding author) received his B. Sc. degree in 2005 and M. Sc. degree in 2010 both from Fuzhou University, and received his Ph. D. degree from Beijing Institute of Technology in 2015. He is now a professor in Fuzhou University. His main research interest includes multi-agent cooperative obstacle avoidance and path planning control.