DOI: 10. 19650/j. cnki. cjsi. J2108360

存在初始位移的 MEMS 振动台的振动特性分析*

郝瑞,周吴,彭倍

(电子科技大学机械与电气工程学院 成都 611731)

摘 要:MEMS 压电振动台能够实现微米量级的精密机械振动,应用于 MEMS 惯性传感器的片上标定。然而,由于压电陶瓷和 硅的热膨胀系数不同,导致 MEMS 压电梁在制造成形后存在残余应力。残余应力会引起 MEMS 压电梁的翘曲,并导致 MEMS 压电振动台存在初始位移。为分析初始位移对 MEMS 压电振动台的振动特性的影响,建立残余应力与压电梁变形间的关系, 以及压电梁变形与振动台初始位移间的关系。将初始位移量引入 MEMS 压电振动台的振动模型中,讨论不同初始位移(10、 20、30 μm) MEMS 压电振动台的振动特性。实验结果表明在 10 V(150 Hz) 正弦激励下,存在初始位移的 MEMS 压电振动台具 有双稳态振动特性,振动波形失真最大相对误差为 45%。实验结果与理论分析吻合证明残余应力是引起振动波形失真的主要 原因。

Analysis of vibration characteristics of MEMS vibration table with initial displacement

Hao Rui, Zhou Wu, Peng Bei

(School of Mechanical and Electrical Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

Abstract: The MEMS piezoelectric vibration table can achieve micron-level precision mechanical vibration, which is applied to the onchip calibration of MEMS inertial sensors. However, the thermal expansion coefficients of piezoelectric ceramics and silicon are different, which could result in residual stresses in MEMS piezoelectric beams after manufacturing and forming. The residual stress may lead to the warpage of the MEMS piezoelectric beam and cause the vibration table to have the initial displacement. To analyze the influence of the initial displacement on the vibration characteristics of the MEMS piezoelectric vibration table, the relationship among the residual stress, the deformation of piezoelectric beam and the initial displacement of vibration table is established. Then, the initial displacement is introduced into the vibration model of the MEMS piezoelectric vibration table, and the vibration characteristics of the MEMS piezoelectric vibration table with different initial displacements (10, 20 and 30μ m) are discussed. Experimental results show that under 10 V (150 Hz) sinusoidal excitation, the MEMS piezoelectric vibration table with the initial displacement has bistable vibration characteristics and the vibration waveform distortion, and the maximum relative error is 45%. Results are consistent with the theoretical analysis and prove that the residual stress is the main cause of the distortion of the vibration waveform.

Keywords: initial displacement; MEMS vibration table; bistable vibration; waveform distortion; MEMS accelerometer calibration

0 引 言

微机电系统(micro-electro-mechanical system, MEMS)压电振动台能够提供微米量级的精密机械振动,

为质量 40 mg 的负载提供超过 16 g 的加速度,应用于 MEMS 加速度计的现场快速标定^[1]。标定过程自动进行 可以修正 MEMS 加速度计因长期存储造成的零位和标度 因数漂移^[2],使 MEMS 加速度计在使用前保持在出厂时 的标定状态。标定原理是由 Puers 等^[3]在 2002 年提出,

*基金项目:国家自然科学基金(52075082,51975107)、四川省科技厅区域创新合作项目(2020YFQ0017)资助

收稿日期:2021-07-30 Received Date: 2021-07-30

将 MEMS 加速度计固定在 MEMS 振动台上,驱动 MEMS 振动台振动,使振动台上的加速度计获得片上的加速度 激励并输出,读取加速度计的测量结果和振动台提供的 参考加速度的结果,通过信号处理方法得到加速度计的 标定参数^[4]。这种现场快速标定 MEMS 加速度计的方法 能够判断 MEMS 加速度计在使用前能否正常输出,并校 准加速度计的零位和标度因数提高其可靠性。该方法要 求 MEMS 振动台提供的参考加速度的精度高、稳定性好、 便于检测和处理^[5]。

MEMS 压电振动台采用微系统工艺制造^[6]加工过程 包括沉积、蚀刻、键合以及释放等。复杂的工艺过程导致 支撑 MEMS 压电振动台的 MEMS 压电梁不可避免的存 在残余应力并发生翘曲。在翘曲的 MEMS 压电梁支撑 下,MEMS 压电振动台存在初始位移严重影响振动台的 性能。文献[7]指出残余应力是导致 MEMS 压电振动台存 在初始位移的原因,并通过光学干涉仪检测到 MEMS 压电 振动台存在 0~20 µm 的初始位移,研究从工艺角度进行分 析,指出残余应力是压电陶瓷和硅的热膨胀系数不同造 成,并采用瞬态液相键合技术^[8]通过降低键合温度来降低 残余应力对 MEMS 压电振动台的影响。文献[9]则进一步 分析了残余应力与 MEMS 振动台初始位移之间的关系,并 区分了残余应力和压电迟滞效应对 MEMS 压电振动台的 影响效果,指出残余应力是导致振动台的振动波形失真的 主要原因。但未进一步指出存在初始位移的 MEMS 压电 振动台是否具有双稳态振动特性,以及初始位移对 MEMS 压电振动台幅频特性的影响。

本文以 MEMS 压电振动台的初始位移作为研究变量, 建立残余应力与振动台初始位移之间的模型和具有初始 挠度的 MEMS 压电梁的理论模型,讨论具有初始挠度满足 固定-滑动边界条件的 MEMS 压电梁在轴向拉伸和轴向压 缩两种情况下的刚度变化。并将分析结果引入 MEMS 压 电振动台的振动模型中,讨论振动台的在不同初始位移条 件下的动态响应和幅频特性并实验验证。

1 工作原理

MEMS 压电振动台由中心平台和4个L形 MEMS 压 电梁组成,每个L形压电梁分为内圈梁和外圈梁如图1 所示。

图 1 中 MEMS 压电振动台由 4 个 L 形压电梁支撑, MEMS 压电梁由上层的压电陶瓷(lead zirconate titanate piezoelectric ceramics, PZT)和下层硅基底组成。驱动 MEMS 压电梁偏转带动中心平台沿 Z 轴振动。但由于压 电陶瓷和硅的热膨胀系数不同,在压电陶瓷和硅键合完 成后,压电梁存在残余应力并导致压电梁发生翘曲,进而 引起振动台存在初始位移。



图 1 MEMS 压电振动台结构 Fig. 1 The structure of MEMS piezoelectric vibration table

分析残余应力与变形之间的关系复杂^[10],为此 Hsueh 等^[11]提出3点假设:1)梁存在相同形式的残余应 力;2)梁宽远小于长度时,梁在宽度方向上的残余应力对 梁的影响可以忽略;3)相同材料的应力梯度相同如图2 所示。



图 2 存在残余应力固定-滑动 MEMS 压电梁 Fig. 2 The fixed-guided MEMS piezoelectric beam with residual stress

图 2 中假设压电梁上表面、PZT 和硅的交界面、以及 压电梁下表面的应力大小分为 σ₁、σ₂ 和 σ₃。压电梁选 择固定-滑动边界条件是因为支撑中心平台的 L 形压电 梁一端与基底连接简化为固定边界,另一端与中心平台 连接,要求沿 z 轴移动不受约束转角为零符合滑动边界 条件^[12],内圈梁和外圈梁串联满足叠加原理,分析其中 一段时另一段可以认为是刚体。因此压电梁选择固定-滑动边界条件进行分析。压电梁横截面的平均应力 σ_{ave} 和应力梯度 η. 如式(1)和(2)所示。

$$\sigma_{\text{ave}} = \frac{\sigma_{1} + \sigma_{2}}{2} \frac{T_{\text{PZT}}}{T_{\text{PZT}} + T_{\text{Si}}} + \frac{\sigma_{2} + \sigma_{3}}{2} \frac{T_{\text{Si}}}{T_{\text{PZT}} + T_{\text{Si}}} \quad (1)$$
$$\eta_{z} = (\sigma_{1} - \sigma_{2}) \frac{z - T_{\text{Si}}}{T_{\text{PZT}}} \bigg|_{T_{\text{Si}} \leq z \leq T_{\text{PZT}} + T_{\text{Si}}} + \frac{z}{T_{\text{Si}}} \bigg|_{T_{\text{Si}} \leq z \leq T_{\text{PZT}} + T_{\text{Si}}} \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{n} \left| T_{ii} \right|_{0 \le z < T_{ii}}$$

(σ

式中:z 表示压电梁上各点的 Z 坐标, T_{PZT} 和 T_{si} 分别表示

压电层和硅层的厚度。残余应力在横截面上的积分表示 为一个轴向载荷 F 和弯矩 M 如式(3)和(4)所示。

$$F = \int_{A} \sigma_{\text{avg}} dA = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} T_{\text{PZT}} b + \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} T_{\text{Si}} b \qquad (3)$$

$$M = \int_{T_{\text{Si}}}^{T_{\text{PZT}} + T_{\text{Si}}} (\sigma_1 - \sigma_2) \frac{b(z - T_{\text{Si}})^2}{T_{\text{PZT}}} dz + \int_{0}^{T_{\text{Si}}} (\sigma_2 - \sigma_3) \frac{bz^2}{T_{\text{Si}}} dz = \frac{b(\sigma_1 - \sigma_2)}{T_{\text{PZT}}} \left(\frac{(T_{\text{PZT}} + T_{\text{Si}})^3}{3} - T_{\text{PZT}}^2 T_{\text{Si}} - T_{\text{PZT}} T_{\text{Si}}^2 \right) + \frac{b(\sigma_2 - \sigma_3)}{T_{\text{Si}}} \frac{T_{\text{Si}}^3}{3} \qquad (4)$$

式中:b 为梁宽,残余应力对压电梁的影响可以等效为压 电梁受到一个轴向力 F 和弯矩 M 的作用。弯矩 M 可以 引起压电梁的弯曲,弯矩 M 的位置由残余应力的分布规 律确定。设弯矩 M 作用在距固定端为 a 处不失一般性 如图 3 所示。



图 3 固定-滑动 MEMS 压电梁受弯矩 M 的受力简图 Fig. 3 The fixed-guided MEMS piezoelectric beam with bending moment M

根据欧拉-伯努利梁理论可以得到固定-滑动梁在弯 矩 M 作用下的挠曲线方程如式(5)所示。

$$z(x) = \begin{cases} \frac{Mx^{2}}{2EI} - \frac{M\frac{a}{l}x^{2}}{2EI}, & 0 \le x \le a \\ \frac{Ma}{EI}\left(x - \frac{a}{2}\right) - \frac{M\frac{a}{l}x^{2}}{2EI}, & a < x \le l \end{cases}$$
(5)

式(5)中*EI* 为弯曲刚度,将*x*=*l*带入式(5)中得到 固定-滑动梁在弯矩 *M* 作用下的挠度如式(6)所示。

$$z(l) = \frac{M}{2EI}(al - a^2) \tag{6}$$

其中,弯矩 *M* 的大小由残余应力在梁厚度方向的上的应力梯度决定。绘制挠曲线如图 4 所示。

图 4 中弯矩作用在梁的中点处。存在残余应力的固 定-滑动压电梁发生弯曲并且在滑动端存在初始挠度。 将压电梁的预变形引入到振动台的振动分析中,其结构 示意图如图 5 所示。图 5 中振动台的初始位移为内圈梁 和外圈梁的挠度之和。



图 4 压电梁在弯矩 M 作用下的挠曲线

Fig. 4 The flexure curve of MEMS piezoelectru beam at M



Fig. 5 MEMS piezoelectric vibration table with initial displacement

2 压电梁建模

分析初始位移对 MEMS 压电振动台振动特性的影响,建立具有初始挠度的固定-滑动 MEMS 压电梁的理论 模型如图 6 所示。

图 6 中 MEMS 压电梁具有初始挠度为 $z_{initial}(l)$,梁滑 动端受到横向力 F_z 、轴向力 F_x 和弯矩 M,压电梁长为 l_o 根据 Weinberg 提出的 MEMS 压电梁理论列写变形微分 方程^[13]如式(7)所示。

$$EI\frac{d^{2}z(x)}{dx^{2}} = F_{z}(l-x) - F_{x}[z(l) - z(x)] + M$$
(7)

式(7)为二阶线性非齐次微分方程有解析解。其中 轴向力 F_x 是特征方程一次项的系数,其正负决定微分方 程解的形式,分为 $F_x > 0$ 和 $F_x < 0$ 两种情况,方程的解也 包含两种情况如式(8)和(9)所示。





$$z(x) \mid_{F_{x}>0} = C_{1} e^{\sqrt{\frac{F_{x}}{El^{x}}}} + C_{2} e^{-\sqrt{\frac{F_{x}}{El^{x}}}} + \frac{F_{z}x}{F_{x}} + \frac{F_{z}x}{F_{x}} + \frac{F_{x}z(l) - F_{z}l}{F_{x}} - \frac{M}{F_{x}}$$
(8)
$$z(x) \mid_{F_{x}<0} = C_{1} \cos\left(\sqrt{\frac{-F_{x}}{EI}}x\right) + C_{2} \sin\left(\sqrt{\frac{-F_{x}}{EI}}x\right) + \frac{F_{z}x}{F_{x}} + \frac{F_{x}z(l) - F_{z}l}{F_{x}} - \frac{M}{F_{x}}$$
(9)

将边界条件带入式(8)和(9)中,由于未知数 C_1 、 C_2 、M、 F_x 、 F_z 多于边界条件个数。仅得到压电梁挠度 $z(l)与横向力 F_z$ 、轴向力 F_x 的关系如式(10)和(11) 所示。

$$z(l) \mid_{F_{x}>0} = F_{z} \frac{\sqrt{\frac{F_{x}}{EI}}l - \tanh\left(\sqrt{\frac{F_{x}}{EI}}l\right)}{F_{x}\sqrt{\frac{F_{x}}{EI}}} - F_{x}\sqrt{\frac{F_{x}}{EI}} - F_{x}\sqrt{\frac{F_{x}}{EI}} - F_{x}\sqrt{\frac{F_{x}}{EI}}l\right) = \frac{1}{F_{x}\sqrt{\frac{F_{x}}{EI}}}$$
(10)
$$F_{z}\left(l\right) \mid_{F_{x}<0} = F_{y} \frac{\tan\left(\sqrt{\frac{F_{x}}{EI}}l\right) - \sqrt{\frac{-F_{x}}{EI}}l}{F_{x}\sqrt{\frac{-F_{x}}{EI}}} - F_{x}\sqrt{\frac{-F_{x}}{EI}} - F_{x}\sqrt{\frac{-F_{x}}{EI}}l\right) = \frac{1}{F_{x}\sqrt{\frac{-F_{x}}{EI}}}$$
(11)

式(10)和(11)中 tanh 和 cosh 分别为双曲正切和双 曲余弦函数。将横向力 *F*_z 与压电梁挠度 *z*(*l*)的比作为 压电梁的横向刚度如式(12)和(13)所示。



式(12)和(13)中轴向载荷 F_x 为参数,计算具有初始挠度满足固定-滑动边界条件的 MEMS 压电梁的挠度-刚度曲线。算例参数如表 1 所示。

表 1 压电梁挠度-刚度计算参数 Table 1 The deflection-stiffness calculation parameters of piezoelectric beam

-	
参数	值
梁长 <i>l</i> /μm	2 000
梁宽 b/μm	100
压电陶瓷厚度 T _{pzt} /µm	20
硅厚度 T _{pzt} /μm	38
压电陶瓷弹性模量 E _{pzt} /GPa	80
硅弹性模量 E _{Si} /GPa	160





图 7 具有初始挠度固定-滑动边界 MEMS 压电梁刚度 Fig. 7 The stiffness of fixed-guided MEMS piezoelectric beam with initial deflection

图 7 表示具有初始挠度的 MEMS 压电梁的挠度-刚 度曲线,初始挠度 z_{initial}(l)分别为 5、10、15 μm。图中当 压电梁挠度大于 z_{initial}(l)或小于-z_{initial}(l)时,梁轴向受 拉;当挠度在±z_{initial}(l)之间时压电梁轴向受压。当压电 梁的轴向载荷从拉伸(压缩)状态变为压缩(拉伸)状态 时刚度存在突变,此处轴向载荷为零,压电梁刚度最小压 电梁处在稳定状态如图 8 所示。



图 8 具有初始挠度的固定-滑动 MEMS 压电梁的两个稳态 Fig. 8 Two steady states of a fixed-guided MEMS piezoelectric beam with initial deflection

由图 8 可知具有初始挠度的固定-滑动 MEMS 压电 梁的两个稳定状态分别在挠度为 *z_{initial}*(*l*)和-*z_{initial}*(*l*)处。

3 振动分析

MEMS 压电振动台由具有初始挠度的 MEMS 压电梁 支撑,分析振动台的振动特性时考虑 MEMS 压电梁的刚度 突变效应和双稳态振动特性。将压电梁的刚度与挠度关 系引入 MEMS 压电振动台的振动模型中,如式(14)所示。

$$M\frac{\mathrm{d}^2 z(t)}{\mathrm{d}t^2} + C\frac{\mathrm{d}z(t)}{\mathrm{d}t} + K(z)z(t) = kV\mathrm{sin}(\omega t) \quad (14)$$

式中:*M* 和 *C* 分别表示 MEMS 压电振动台的等效质量和 阻尼系数;*k* 表示机电耦合系数;*V* 表示驱动电压;*ω* 表示 驱动频率。*K*(*z*)为振动台平动刚度是压电梁刚度(如 图 4 所示)的两倍,因为内圈梁和外圈梁串联形成 L 形压 电梁,4 个 L 形压电梁又为并联关系。

压电梁初始挠度分别为 5、10 和 15 μm,对应 MEMS 压电振动台的初始位移分别为 10、20 和 30 μm。采用 Simulink 仿真 MEMS 压电振动台在步进的正弦电压激励 下的时间-位移曲线如图 9 所示。

图 9 表示不同初始位移下 MEMS 压电振动台的动态 响应。电压随时间步进,其动态响应共分为两个阶段如 图 10 和 11 所示。

图 10 和 11 表示存在 10 μm 初始位移的 MEMS 压电 振动台在步进电压激励下的动态响应。第 1 阶段 MEMS 振动台在正弦电压激励下,振动波形在两个稳态位置间



图 9 不同初始位移 MEMS 压电振动台动态响应 (10 V 150 Hz)

Fig. 9 Dynamic response of MEMS piezoelectric vibration table under different initial displacement (10 V 150 Hz)



图 10 振动台第 1 阶段动态响应(初始位移 10 μm) Fig. 10 The first part of dynamic response of piezoelectric vibration table with initial displacement of 10 μm



图 11 振动台第2阶段动态响应(初始位移10 μm) Fig. 11 The second part of dynamic response of piezoelectric vibration table with initial displacement of 10 μm

振动,表现出双稳态振动特性(如图 10 所示);第 2 阶段 随着电压继续增大振动台实现振动,但振动波形在正负 初始位移间出现严重失真。振动波形失真的主要原因是 振动台在通过两个稳态位置时,MEMS 压电梁轴向在受 拉和受压两个状态之间变换,系统刚度出现突变导致振 动波形发生畸变。

同时分析不同初始位移对 MEMS 压电振动台的幅频 特性的影响,在 10 V 正弦电压驱动下,不同初始位的 MEMS 压电振动台的幅频特性如图 12 所示。





Fig. 12 Amplitude-frequency characteristics of piezoelectric vibration table under different initial displacements

图 12 中不同初始位移下 MEMS 压电振动台的幅频 特性曲线几乎重合。但随着驱动频率靠近谐振频率振动 波形失真现象减弱最后消失,波形失真现象出现在远离 谐振频率的频率范围。可能的原因是当驱动频率靠近谐 振频率时,振动台具有更多的能量使中心平台能够顺利 的通过两个稳态位置。

4 实验验证

MEMS 压电振动台的位移通过激光位移传感器来检测,检测原理^[14]如图 13 所示。



图 13 压电振动台位移检测原理

Fig. 13 The principle of displacement detection of piezoelectric vibration table

激光位移传感器包括垂直腔面发射激光器和若干光 敏二极管。激光器向中心平台表面发射激光,激光被平 台反射后由光敏二极管接收,不同位置的光敏二极接收 到的光强不同,进而确定 MEMS 压电振动台的位移检测 平台如图 14 所示。



Fig. 14 Displacement detection experimental platform

MEMS 压电振动台采用 10 V (150 Hz) 正弦电压激励,振动波形与理论分析相似结果。振动台的动态响应的实验结果、理论结果和不考虑初始位移情况下的动态响应的参考结果如图 15 所示。



(10 V 150 Hz)

图 15 中振动波形失真形式与理论结果相似,理论曲 线的初始位移为 10 μm。结果表明存在初始位移的 MEMS 压电振动台具有双稳态振动特性^[15]。分析振动 台的动态响应与参考曲线之间的误差,以及在考虑初始 位移情况下理论上能够引起的误差如图 16 所示。

图 16 表示振动台在每个采样点的位移和参考曲线 之间的误差,实验结果表明振动台最大振幅为 63.5 μm 与参考曲线之间的最大误差为 28.3 μm,相对误差为 45%。而理论上考虑初始位移对振动台的影响能够引起 最大 18 μm 的误差。

实验还分析了 MEMS 压电振动台的幅频特性如图 17 所示。



图 16 振动台的动态响应与参考曲线之间的误差

Fig. 16 The error between the dynamic response of the vibration table and the reference curve



图 17 压电振动台幅频特性

Fig. 17 Amplitude-frequency characteristics of piezoelectric vibration table

图 17 所示为 MEMS 压电振动台的幅频特性曲线。振动波形失真也在远离谐振频率的频率范围内出现与理论结果相符。但在步进电压激励下,实验结果未表现出理论分析的第一阶段的振动特性。其可能的原因是试验采用的 MEMS 压电振动台的初始位移较小,并且在理论建模中没有考虑压电梁在两个稳态之间跳转时的变形^[16]。

5 结 论

文章分析存在初始位移的 MEMS 压电振动台的动态 特性结论如下:

1)存在初始挠度满足固定-滑动边界条件的 MEMS 压电梁具有双稳态振动特性。

2)具有初始位移的 MEMS 压电振动台具有双稳态 振动特性,并引起振动台的振动波形失真。原因是振动

台在通过正负初始位移的稳态位置时, MEMS 压电梁轴 向在受拉和受压两个状态之间变换, 系统刚度出现突变 导致振动波形发生畸变。

3)振动台的振动波形失真现象出现在远离谐振频率的频率范围内。当驱动频率靠近谐振频率时,振动台具有更多的能量保证中心平台能够顺利的通过两个稳态位置使振动波形失真现象减弱甚至消失。

参考文献

- [1] DU Y J, YANG T T, GONG D D, et al. High dynamic micro vibrator with integrated optical displacement detector for in-situ self-calibration of MEMS inertial sensors[J]. Sensors, 2018, 18(7):2055.
- [2] 彭鹏. 电容式微加速度传感器封装应力及其稳定性研究[D]. 成都:电子科技大学, 2018.
 PENG P. Research on the packaging stress and stability

of capacitive micro-acelerometer [D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2018.

- [3] PUERS R, REYNTJENS S. RASTA real acceleration for self test accelerometer: A new concept for self-testing accelerometers[J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2002(97):97-98.
- [4] 张顺星,周吴,卢鹏,等.考虑横向灵敏度的三轴加速度传感器标定方法研究[J].仪器仪表学报,2021,42(4):33-40.

ZHANG SH X, ZHOU W, LU P, et al. Research on the calibration method of triaxialacceleration sensor with transverse sensitivity [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2021, 42(4):33-40.

- [5] EDAMANA B, CHEN Y, SLANIV D, et al. Estimation with threshold sensing for gyroscope calibration using a piezoelectric microstage [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2015, 23(5):1943-1951.
- [6] HAO R, PENG B, YU H, et al. Improved MEMS piezoelectric vibratory stage with reduced off-axis error[J]. Journal of Micro/ Nanolithography, MEMS, and MOEMS, 2020, 19(1):1-14.
- [7] AKTAKKA E E, PETERSON R L, NAJAFI K. A 3-DOF piezoelectric micro vibratory stage based on bulk PZT silicon crab leg suspensions [C]. IEEE International Conference on Micro Electro Mechanical Systems. IEEE, 2013.
- [8] AKTAKKA E E, PETERSON R L, NAJAFI K. Thinned PZT on SOI process and design optimization for piezoelectric inertial energy harvesting [C]. 2011 16th International Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems Conference. IEEE, 2011.

- [9] HAO R, YU H, PENG B, et al. Impacts of residual stress on micro vibratory platform used for inertial sensor calibration [J]. Sensors, 2020, 20(14):3959.
- [10] 王楠,罗岚,刘勇,等. 金属构件残余应力测量技术 进展[J]. 仪器仪表学报,2017,38(10):2508-2517.
 WANG N, LUO L, LIU Y, et al. Research progress on stress measurement technology for metal components[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(10): 2508-2517.
- [11] HSUEH C H. Modeling of elastic deformation of multilayers due to residual stresses and external bending[J]. Journal of Applied Physics, 2002, 91(12):9652-9656.
- [12] YOUNIS B. MEMS linear and nonlinear statics and dynamics [M]. Springer US, 2011: 255-256.
- [13] WEINBERG M S. Working equations for piezoelectric actuators and sensors [J]. Journal of Microelectromechanical Systems, 1999, 8(4):529-533.
- [14] ZHAN H, ZHOU W, RAN L, et al. A high-resolution optical displacement detection method for piezoelectric micro vibratory stage [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2020, 67(12):10897-10940.
- [15] 杨斌强,徐文潭,王学保,等.带弹性放大器的双稳态压电振动能量采集器[J].传感技术学报,2017, 30(5):684-691.

YANG B Q, XU W T, WANG X B, et al. A bistable piezoelectric vibration energy harvester with an elastic magnifier [J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2017, 30(5):684-691.

- [16] 赵剑,贾建援,王洪喜,等.双稳态屈曲梁的非线性跳跃特性研究[J].西安电子科技大学学报,2007(3):458-462.
 - ZHAO J, JIA J Y, WANG H X, et al. Nonlinear snapthrough characteristic of a compressed bi-stable buckled beam [J]. Journal of Xidian University, 2007 (3): 458-462.

作者简介



郝瑞,2014年于电子科技大学获得学士 学位,现为电子科技大学博士研究生,主要 研究方向为 MEMS 压电执行器。

E-mail: hr1351440347@ std. uestc. edu. cn

Hao Rui received his B. Sc. degree from University of Electronic Science and

Technology of China in 2014. He is currently a Ph. D. candidate at University of Electronic Science and Technology of China. His research interests is the MEMS piezoelectric actuators.



周吴(通信作者),分别在 2005 年和 2010年于西南交通大学获得学士学位和博 士学位,现为电子科技大学教授、博士生导 师,主要研究方向为微系统设计、微传感器 与执行器和微系统封装。

E-mail: zhouwu916@uestc.edu.cn

Zhou Wu (Corresponding author) received his B. Sc. degree and Ph. D. degree both from Southwest Jiaotong University in 2005 and 2010, respectively. He is currently a professor and a Ph. D. advisor at University of Electronic Science and Technology of China. His research interests include micro system design, micro sensor and actuator and micro system packaging.