DOI: 10. 19650/j. cnki. cjsi. J2007108

激光跟踪多边测量自标定优化方法*

李笑宇^{1,2},林 虎²,薛 梓²,杨国梁²

(1. 天津大学精密仪器与光电子工程学院 天津 300072; 2. 中国计量科学研究院 北京 100029)

摘 要:激光跟踪多边法在测量空间大尺寸物体时,测量精度受诸多因素的影响。自标定过程是否精确是其中一个关键因素。 本文提出一种自标定优化方法,通过引入优化标定点的十字交叉空间分布模型,对初次自标定得到的激光基站数据进行再次标 定,利用优化算法求出更为精确的激光基站数据,从而减小了自标定过程中产生的误差,提高了激光跟踪多边测量的精度。对 空间 *X* 轴方向一组空间点进行距离测量实验,通过引入标定点验证对基站数据的优化效果。实验结果显示,基于优化标定后 的基站数据得到的测点距离更接近参考距离,其中在 *X* 轴坐标为 750 mm 处,优化后距离差值由-2.3 μm 减小至-1.6 μm,可见 本文提出的自标定优化方法有效提高了激光跟踪多边测量的精度。

关键词: 激光跟踪测量;多边法;自标定优化

中图分类号: TH71 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 410.55

Self-calibration optimization method for laser tracking multilateral measurement

Li Xiaoyu^{1,2}, Lin Hu², Xue Zi², Yang Guoliang²

(1. College of Precision Instrument and Opto-Electronics Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;
 2. National Institute of Metrology, China, Beijing 100029, China)

Abstract: During the measurement of large space objects with the laser tracking multilateral method, the measurement accuracy is affected by a lot of factors. The accuracy of the self-calibration is one of key factors. In this paper, a self-calibration optimization method is proposed. Through introducing the cross spatial distribution model of the points for the optimized calibration, the data of the laser base stations obtained from the initial self-calibration are calibrated once again, and the optimization algorithm is used to get the more accurate data of the laser base stations, so as to reduce the error in the self-calibration process and improve the accuracy of laser tracking multilateral measurement. The distance measurement experiment on a groups of space points in the x-axis direction was carried out, the optimization effect of the data of base stations was verified through introducing calibration points. The experiment results indicate that the distances of the measured points obtained based on the data of the base stations after the optimized calibration are closer to the reference distances, and the distance difference is reduced from $-2.3 \ \mu m$ to $-1.6 \ \mu m$ after optimization at the position with the x-axis coordinate of 750 mm. So, the self-calibration optimization method proposed in this paper could improve the accuracy of the laser tracking multilateral measurements.

Keywords: laser tracking measurement; multilateral method; self-calibration optimization

0 引 言

现代制造业对大尺寸零件设备的测量要求不断提高^[1-6]。降低测量成本,增加测量精度,扩展测量范围,能

够实时高效地在线测量,一直以来都是相关领域科研工 作者的研究目标^[7-8]。随着激光测量技术的不断革新和 进步,获取空间点的三维坐标、进而对大尺寸物体进行精 密测量的方法也层出不穷,激光跟踪测量技术已经广泛 应用于机械、航空航天、船舶、大齿轮的测量与校准、车辆

收稿日期:2020-11-12 Received Date: 2020-11-12

^{*}基金项目:国家重点研发计划(2017YFF0204804)项目资助

激光跟踪多边测量系统通常由一台或多台激光跟踪 仪组成,基于多边法原理,对空间点或工件进行测量,得 到被测点坐标数据。在测量计算过程中,需要先通过自 标定求出基站初始数据,再利用基站初始数据求得最终 的被测点坐标。测量结果是否准确很大程度上取决于基 站自标定过程的精度,自标定的精度越高,测量结果也越 准确。因此,提高自标定的精度进而保证测量系统的精 确是十分有必要的^[11]。

天津大学林永兵等^[11-13]总结出影响系统自标定的因 素有:基站布局方式、用于自标定的动点的布局和数目、 激光跟踪仪自身测量误差、初始点位置等,并且通过仿真 实验进行了验证。谢政委等^[14]将长度约束引入坐标控 制场中,减小转站带来的误差,提高了测量系统的精度。 郑继辉等^[15]在大尺寸空间测量系统中引入标准长度,提 高优化函数中的权重值,最终减弱了测量长度对测量误 差的影响。

国外对激光多边法的研究开始时间更早,研究成果 也较为成熟。20世纪末,日本的 Takatsuji T 和 Goto M 等 人研发出激光跟踪干涉系统,并且研究了跟踪仪布局对 测量误差的影响^[16-18]。2005年,英国的 Zhang 等^[19]通过 对激光多边测量系统仿真建模,比较全面地分析了基站 布局对自标定不确定度、测量不确定度的影响,以及最佳 布局下系统配置变化对自标定和测量的影响,并通过实 验验证了上述结论。德国物理技术研究院在 2012 年研 发出一套便携式激光跟踪多边测量系统,可以对工件进 行高精度实时在线测量^[7]。

本文提出一种基于标定点十字交叉空间分布模型的 激光跟踪多边测量自标定优化方法。在激光多边测量过 程中引入对优化标定点的测量,以减小自标定过程中产 生的误差。优化标定点标准间距值为可测的已知量。优 化标定点测量值和优化标定点标准间距值均应用于优化 算法中,对初次自标定过程得到的初始基站数据进行再 次标定,最终求出优化后的基站标定数据,进而得到更精 确的被测点坐标。

1 激光跟踪多边测量原理

激光跟踪多边法测量原理如图 1 所示。 $P_i(i = 1, 2, \cdots)$ 为空间中的若干待测点, $O_1 \ O_2 \ O_3 \ O_4 \ D$ 别为4个基站。 激光跟踪仪在 4 个基站位置上,对被测点进行测量。对 于每个测点,4 个基站可以获得 4 组测量长度值 $s_A \ s_B \ s_C \ s_D$ 。由于激光跟踪仪只能得到准确的相对测量长度,其 直接显示的测量长度并不是真实绝对测量长度,因此需 要先假设每个基站分别对应一个初始长度 $S_{0A} \ S_{0B} \ S_{0C} \ S_{0D}$,使跟踪仪测量距离加上初始长度为测点到跟踪仪的 实际长度。根据两点距离公式,每个基站到测点的距离 可以列4个公式。由于在自标定过程中,通过在4个基 站位置测量6个相同的标定点,可以分别计算得到4个 基站的坐标和初始长度,此时未知量(测点坐标)共有3 个,故而构成冗余方程,通过最小二乘法可解出测点坐标。



multilateral method

激光跟踪多边测量法可以分为同步测量法和异步测 量法两种。同步测量法是指所有基站上的激光跟踪仪同 时对空间测点进行测量,所有跟踪仪都能同步获取测量 数据。异步测量法是指激光跟踪仪需要通过转站的方式 测量被测点,在一个基站测量测点获取数据后,需要移动 跟踪仪的位置到下一个基站,对相同的测点进行再次测 量,直至在所有基站位置均测量完毕。由于激光跟踪仪 价格昂贵,与激光跟踪多边同步测量法相比,异步测量法 不需要多台跟踪仪同时工作,仅用一台跟踪仪就可以完 成相同精度要求的测量过程,能够有效降低成本。

2 自标定优化算法

采用激光跟踪仪在4个基站分别测量用于初次自标 定的6个初次标定点和十字交叉分布于X、Y、Z3轴上的 优化标定点,得到每个点对应的测长值。所得数据用于 后续初次自标定和优化自标定的计算,最终获得优化后 的基站数据。

2.1 优化标定点的十字交叉空间分布模型

为了保证基站优化标定结果及自标定优化计算的准确性,优化标定点的布局方式十分关键。在有限的测量范围内尽可能地合理分布标定点,才能通过自标定优化算法有效减小标定过程中的误差。

本文提出一种优化标定点的十字交叉空间分布模型,即将优化标定点等间距分布于空间 X、Y、Z 轴 3 个方向 3 条直线上,形成 3 个空间互相交叉的十字,实现尽可能覆盖整个空间测量域。优化标定点在每个轴上的相邻两点间距值是已知量,作为标准间距值用于优化标

定计算。如图 2 为优化标定点分布及测量过程,其中 O_1 、 O_2 、 O_3 、 O_4 分别为激光跟踪测量仪所在的4 个基站 位置。



Fig. 2 Cross space distribution of optimized calibration points

2.2 基站数据的初次自标定

首先需要通过初次自标定得到每个基站的坐标及初 始长度。此过程中仅使用6个初次标定点进行自标定。 依据激光跟踪干涉仪在 *O*₁、*O*₂、*O*₃、*O*₄4个基站处测得数据,可以分别建立4个平方和公式如下:

$$R_{j} = \sum_{i=1}^{6} \left(s_{ji} + S_{j} - \sqrt{(a - X_{j})^{2} + (b_{i} - Y_{j})^{2} + (c_{i} - Z_{j})^{2}} \right)^{2}$$
(1)

其中, $s_{ji}(1 \le j \le 4)$ 分别为激光跟踪干涉仪在 O_1 、 O_2 、 O_3 、 O_4 4 个基站位置对标定点的测量长度; a_i , b_i , c_i 为 已知的 6 个初次标定点的初始坐标值; S_j 为待求的初始 长度的初次标定值; X_j , Y_j , Z_j (1 $\le j \le 4$) 分别为待求的 4 个基站坐标的初次标定值。

分别最小化 $R_j(1 \le j \le 4)$, 使: $R_1 \to 0, R_2 \to 0$, $R_3 \to 0, R_4 \to 0$,式(1) 应满足下列条件:

$$\frac{\partial R_j}{\partial X_j} = 0, \frac{\partial R_j}{\partial Y_j} = 0, \frac{\partial R_j}{\partial Z_j} = 0, \frac{\partial R_j}{\partial S_j} = 0$$
(2)

求解式(2)可以得到基站数据初次标定值 X_j, Y_j, Z_j ,

$$S_j (1 \leq j \leq 4)_\circ$$

2.3 基站数据的优化标定

根据 2.2 中初次自标定得到的 4 个基站的坐标 X_j 、 Y_j 、 Z_j 、初始长度 S_j (1 $\leq j \leq 4$),激光跟踪仪对 X, Y, Z 轴 上优化标定点的测长值和已知的优化标定点标准间距 值,可以表示出激光跟踪仪测得标定点间距与标准间距 之差的平方和,建立平方和公式如下:

$$T = \sum_{k=1}^{n-1} \sqrt{(A_{\chi k+1}' - A_{\chi k}')^{2} + (B_{\chi k+1}' - B_{\chi k}')^{2} + (C_{\chi k+1}' - C_{\chi k}')^{2}} - 1_{\chi k})^{2} + \sum_{k=1}^{n-1} \sqrt{(A_{\chi k+1}' - A_{\chi k}')^{2} + (B_{\chi k+1}' - B_{\chi k}')^{2} + (C_{\chi k+1}' - C_{\chi k}')^{2}} - 1_{\chi k})^{2} + \sum_{k=1}^{n-1} \sqrt{(A_{\chi k+1}' - A_{\chi k}')^{2} + (B_{\chi k+1}' - B_{\chi k}')^{2} + (C_{\chi k+1}' - C_{\chi k}')^{2}} - 1_{\chi k})^{2} + (C_{\chi k+1}' - A_{\chi k}')^{2} + (C_{\chi k+1}' - B_{\chi k}')^{2} + (C_{\chi k+1}' - C_{\chi k}')^{2} - 1_{\chi k})^{2} + (C_{\chi k}' - Z_{\chi j})^{2} + (C_{\chi \chi \chi}' - Z_{\chi \chi}' - Z_{\chi \chi}' + (C_{\chi \chi}' - Z_{\chi \chi}' - Z_{\chi \chi}' + (C_{\chi \chi}' - Z_$$

其中, $(A_{xk}', B_{xk}', C_{xk}')$ 、 $(A_{rk}', B_{rk}', C_{rk}')$ 、 $(A_{zk}', B_{zk}', C_{zk}')$ 分别为X, Y, Z轴上待求的标定点的优化坐标 值; l_{xi}, l_{yi}, l_{zi} (i = 1, 2, ..., n - 1)分别为已知X, Y, Z轴上标 定点相邻两点的标准间距值; $h_{jxk}, h_{jxk}, h_{jzk}$ ($1 \le j \le 4$; $1 \le k \le n$)分别为跟踪仪对三轴标定点的测长值。 最小化 T和 C 使 式(3) (4)应满足下列条件.

$$\frac{\partial T}{\partial A_{xk'}} = 0, \frac{\partial T}{\partial A_{yk'}} = 0, \frac{\partial T}{\partial A_{zk'}} = 0;$$

$$\frac{\partial T}{\partial B_{xk'}} = 0, \frac{\partial T}{\partial B_{yk'}} = 0, \frac{\partial T}{\partial B_{zk'}} = 0;$$

$$\frac{\partial T}{\partial C_{xk'}} = 0, \frac{\partial T}{\partial C_{yk'}} = 0, \frac{\partial T}{\partial C_{zk'}} = 0;$$
(5)

$$\frac{\partial G}{\partial X_j} = 0, \frac{\partial G}{\partial Y_j} = 0, \frac{\partial G}{\partial Z_j} = 0, \frac{\partial G}{\partial S_j} = 0$$
(6)

解式(5)、(6),并且将三坐标测量机测得的标定点的名义坐标作为优化迭代初始值进行优化计算,可求出标定点的优化坐标值: $(A_{xk}', B_{xk}', C_{xk}')$ 、 $(A_{yk}', B_{yk}', C_{yk}')$ 、 $(A_{yk}', B_{yk}', C_{yk}')$ 、 $(A_{zk}', B_{zk}', C_{zk}')$, $(1 \le k \le n)$ 。

利用优化后的标定点坐标值反求基站坐标数据,可 列式如下:

$$L = \sum_{j=1}^{4} \left\{ \sum_{k=1}^{n} (h_{j \chi_{k}} + S_{j} - \sqrt{(A_{\chi_{k}}' - X_{j}')^{2} + (B_{\chi_{k}}' - Y_{j}')^{2} + (C_{\chi_{k}}' - Z_{j}')^{2}} \right\}^{2} +$$

$$\sum_{k=1}^{n} (h_{jk} + S_{j} - \sqrt{(A_{jk}' - X_{j}')^{2} + (B_{jk}' - Y_{j}')^{2} + (C_{jk}' - Z_{j}')^{2}})^{2} + \sum_{k=1}^{n} (h_{jk} + S_{j} - \sqrt{(A_{jk}' - X_{j}')^{2} + (B_{jk}' - Y_{j}')^{2} + (C_{jk}' - Z_{j}')^{2}})^{2} \right\}$$

$$(7)$$

其中, X'_{j} , Y'_{j} , Z'_{j} , S'_{j} 为待求的优化标定后基站坐标 值和初始长度值。

最小化L,使L→0,式(7)应满足下列条件:

$$\frac{\partial L}{\partial X'_{j}} = 0, \frac{\partial L}{\partial Y'_{j}} = 0, \frac{\partial L}{\partial Z'_{j}} = 0, \frac{\partial L}{\partial S'_{j}} = 0$$
(8)

求解式(8),并且将 2.2 节中得到的初次标定值 X_j , Y_j, Z_j, S_j 作为优化迭代的初始值进行优化计算,即可得到 激光跟踪仪的基站坐标优化标定值 X'_j, Y'_j, Z'_j, S'_j 。将优化 后的基站数据代入式(9),使 $P_i \rightarrow 0$,可以进一步求出被 测点坐标值:

$$P_{i} = \sum_{j=1}^{4} \left(d_{i} + S'_{j} - \sqrt{\left(a_{i} - X_{j}' \right)^{2} + \left(b_{i} - Y_{j}' \right)^{2} + \left(c_{i} - Z_{j}' \right)^{2}} \right)^{2} \quad (i = m)$$
(9)

其中, d_i 为跟踪仪对被测点的测长值; a_i 、 b_i 、 c_i 为待求的被测点坐标;m为被测点数量。

3 实验验证

为验证第2节中自标定优化算法在实际应用过程中的有效性,利用激光跟踪仪在三坐标测量机上对X轴方向的一组空间点进行了现场测量实验。将获得的测量结果代入优化标定算法中,得到了优化后的基站数据。利用初次基站数据和优化后的基站数据,可以分别计算得到两组X轴测量点的坐标值,进而求出X轴方向上被测点的直线距离测量值。

3.1 优化标定点的设置与标定点标准间距值的确定

在利用激光跟踪多边测量系统对被测点进行测量之前,需要先确定优化标定点的坐标,并分别测量得到 *X*、 *Y*、*Z*轴上标定点的两两间距值,作为标准长度,用于后续的自标定优化计算。

本文采用激光干涉仪测量标定点的标准长度。X 轴标定点的设置及标准长度的测量过程如图 3 所示。 为测量 X 轴上的标定点距离,干涉仪被放置在三坐标 测量机的一端。调整光路和坐标机靶镜的坐标,使每 条直线上的标定点与干涉仪发射的激光处于一条直 线上,改变标定点的 X 轴坐标,干涉仪光强不变。由 此可以确定并设置 8 个标定点的坐标。再采用干涉 仪测量得到 X 轴直线上标定点的距离值,即标定点标 准长度。

同理可以确定 Y 轴方向上的 7 个标定点、Z 轴方向

上的5个标定点及其标准长度,具体过程如图4、5 所示。



图 3 X 轴标定点测量





图 4 Y 轴标定点测量 Fig. 4 Measurement of the calibration points on Y-axis



图 5 Z 轴标定点测量 Fig. 5 Measurement of the calibration points on Z-axis

3.2 被测点的设置与被测点参考长度的确定

被测点的设置与被测点参考长度的确定同样借助于 干涉仪完成,其具体过程与 3.1 节类似。

将干涉仪固定在三坐标测量机上,在 X 轴上来回移 动装有靶镜的坐标机测头,不断调整测头位置及干涉仪 偏转角度,最终使靶镜移动的直线能够与干涉仪激光光 束重合。此时 Z 轴坐标高度为 284.331 mm, Y 轴坐标值 为 505.561 mm。在这条直线上选取 100 mm 为间距的 8 个点设置为被测点。采用干涉仪由远到近对被测点进 行来回测量,得到一组被测点的距离值,作为参考长度, 之后会被用来与激光跟踪仪多边测量的结果进行对比。

3.3 测量过程

实验采用一台激光跟踪仪,对X轴方向直线上的一 组空间点进行测量。测量时采用多边异步测量法,分别 在4个基站位置测量初次标定点、优化标定点、X轴方向 被测点,得到4组测量长度值。本次实验中,标定点和被 测点的坐标分别在3.1、3.2节中确定,6个初次自标定点 的理论坐标设置为:(450,500,450)、(450,500,250)、 (350,500,350)、(550,500,350)、(450,400,350)、(450, 600,350)(单位:mm)。如图6为实验测量现场示意图。



self-calibration optimization

3.4 实验结果

将激光跟踪仪测量得到的数据代入 2.2 节基站数据 的初次自标定算法中,计算得到的初次标定基站数据代 入下式:

$$P_{i} = \sum_{j=1}^{3} (d_{i} + S_{j} - \sqrt{(a_{i} - X_{j})^{2} + (b_{i} - Y_{j})^{2} + (c_{i} - Z_{j})^{2}})^{2} (i = 1, 2, \dots, 16)$$
(10)

其中, d_i 为跟踪仪对标定点的测长值; a_i 、 b_i 、 c_i 为被测点坐标。

使 $P_i \rightarrow 0$ (*i*=1,2,...,16),分别可以求出16个被测 点坐标值,进而得到一组点测量距离值,将其与3.2节中 激光干涉仪得到的参考距离进行比较如表1所示。可以 看到,在*X*轴坐标为50~550 mm的范围内,距离差值在 0.5 µm 以内。在650 mm 处测量距离与参考距离相差 -0.9 µm。在750 mm 处,两者差值达到-2.3 µm。由此 可见,距离激光跟踪仪越近的点,差值增长的幅度越大, 误差也越大,靠近激光跟踪仪的测量点距离误差出现了 畸变现象。

表 1 基于初次标定基站数据的 X 轴 8 个被测点 测量距离与参考距离比较结果

 Table 1
 Comparison result between the measured distances

 of 8 measured points on X-axis based on the base station data
 of the initial calibration and the reference distances

序号	X 轴	参考距离(激光	测量距离(激光	差值/
	坐标/mm	干涉仪)/mm	跟踪仪)/mm	μm
1	50	0.000 000	0.000 000	0.0
2	150	100.000 000	99.999999	0.0
3	250	199. 999 767	199.999 951	0.2
4	350	299.999 900	300.000 152	0.3
5	450	400.000 000	400.000 256	0.3
6	550	500.000 133	500.000 093	0.0
7	650	600.000 067	599.999 315	-0.8
8	750	700.000 033	699.997 702	-2.3
9	750	700.000 067	699.997786	-2.3
10	650	600.000 133	599.999 207	-0.9
11	550	500.000 133	500.000 036	-0.1
12	450	400.000 067	400.000 278	0.2
13	350	299.999 900	300.000 211	0.3
14	250	199. 999 767	200.000 034	0.3
15	150	99.999 900	100.000 165	0.3
16	50	-0.000 067	0.000 177	0.2

再将实验测量数据代入 2.3 节自标定优化算法中进 行计算,求出优化标定后的 4 个基站坐标及初始值。得 到的基站数据代入式(9)中,可以再次求出 16 个被测点 坐标值及测量距离。将其与 3.2 节中激光干涉仪得到的 被测点参考距离值进行比较如表 2 所示。可以看出,优 化后,测量距离与标准距离的最大差值为-1.6 μm 左右, 差值变小。

比较表1、2优化前后的测量结果可知,引入优化标 定点后的实验数据更贴近参考距离,在出现误差畸变的 650和750mm处,优化后的测量距离与参考距离的差值

表 2 基于优化标定基站数据的 X 轴 8 个被测点 测量距离与参考距离比较结果

 Table 2
 Comparison result between the measured distances

 of 8 measured points on X-axis based on the base station data
 of the optimization calibration and the reference distances

序号	X轴 坐标/mm	参考距离(激光 干涉仪)/mm	测量距离(激光 跟踪仪)/mm	差值/ μm
1	50	0.000 000	0.000 000	0.0
2	150	100.000 000	99.999976	0.0
3	250	199.999767	199. 999 911	0.1
4	350	299.999 900	300.000 111	0.2
5	450	400.000 000	400.000 241	0.2
6	550	500.000 133	500.000 162	0.0
7	650	600.000 067	599.999 587	-0.5
8	750	700.000 033	699.998 453	-1.6
9	750	700.000 067	699.998 537	-1.5
10	650	600.000 133	599.999 480	-0.7
11	550	500.000 133	500.000 105	0.0
12	450	400.000 067	400.000 263	0.2
13	350	299.999 900	300.000 169	0.3
14	250	199.999767	199.999994	0.2
15	150	99.999 900	100.000 142	0.2
16	50	-0.000 067	0.000 177	0.2

均明显减小。基于优化标定基站数据得到的结果与基于 初次标定基站数据得到的相比,在 X 轴坐标为 650 mm 处,差值由 $-0.9 \mu m$ 减小至 $-0.7 \mu m$;在 X 轴坐标为 750 mm 处,差值由 $-2.3 \mu m$ 减小至 $-1.6 \mu m$ 。如图 7 所 示为优化前后差值比较示意图。



图 7 优化前后差值比较



为进一步验证实验结果的重复性,对 X 轴坐标为 50、650、750 mm 处的 3 点进行 3 次重复测量,分别得到 3 组 650 mm 点、750 mm 点相对 50 mm 点的测量距离值,

以及3组数据引入优化标定点进行计算后的结果,如表3 所示。由表3可得,优化前650mm处3次测量距离值最 大偏差为0.126μm,750mm处3次测量距离值最大偏 差为0.083μm;优化后650mm处3次测量距离值最大 偏差为0.126μm,750mm处3次测量距离值最大偏差 为0.082μm。3次重复测量的结果一致性好。在650和 750mm处都出现了畸变现象,与之前实验结果一致。

表 3	X 轴上三点优化前后重复测量结果
Table 3	Repeated measurement results of 3 points
on 2	X-axis before and after optimization

	重复	X轴 坐标/mm	参考距离(激光 王浩仪)/mm	测量距离(激光 照踪仪)/mm	差值 /um
	认刻	主体/加加	1910/10/1	w示汉// mm	<i>γ</i> μm
优化前	1	50	0.000 000	0.000 000	0.0
		650	600.000 067	599.998 340	-1.7
		750	700.000 033	699.997 453	-2.6
	2	50	0.000 000	0.000 000	0.0
		650	600.000 067	599.998 227	-1.8
		750	700.000 033	699.997 398	-2.6
	3	50	0.000 000	0.000 000	0.0
		650	600.000 067	599.998 214	-1.9
		750	700.000 033	699.997 370	-2.7
	1	50	0.000 000	0.000 000	0.0
		650	600.000 067	599.998 978	-1.1
优化后		750	700.000 033	699.998 313	-1.7
	2	50	0.000 000	0.000 000	0.0
		650	600.000 067	599.998 865	-1.2
		750	700.000 033	699.998 258	-1.8
	3	50	0.000 000	0.000 000	0.0
		650	600.000 067	599.998 852	-1.2
		750	700.000 033	699.998 231	-1.8

由表3的重复性结果可知跟踪仪近处点的畸变现象 是由整个激光多边测量系统的系统误差引起的。在本文 实验中,引发系统误差的因素主要是:激光跟踪仪测长值 的准确性受到了跟踪仪正方向与跟踪被测点光线的夹 角、激光光线与靶镜正方向之间的夹角的影响,*X*轴方向 上的测点在跟踪仪远处时,这两个夹角均较小,而当测点 移动至近处时,这两个夹角均增大,从而导致了激光跟踪 测长值误差。

在重复测量实验中,被测点优化标定后测量距离与 参考距离的差值均变小,与图 7 的优化效果一致。由此 可见,基于激光多边法的自标定优化方法在一定程度上 有效减小了激光多边系统的测量误差。

4 结 论

利用激光跟踪多边法测量空间点坐标时,为减小自 标定过程中各种误差的影响,本文提出一种基于标定点 十字交叉空间分布模型的激光多边自标定优化方法,在 初次自标定得到初始基站数据后,引入标准间距已知的 优化标定点,通过优化算法再次标定基站数据。在三坐 标测量机上对 X 轴直线上的一组空间点进行了现场测量 实验。通过激光跟踪仪采用多边异步测量法,引入一组 十字交叉分布的标定点,验证了自标定优化方法的有效 性。实验得到根据初次标定基站数据和优化标定后的基 站数据求出的两组测量距离。通过比较自标定优化前后 测量距离值与参考距离值的差值变化,可以得出结论:引 入优化标定点后的实验数据更贴近参考距离,在误差明 显处,优化后的测量距离与参考距离的差值均明显减小。 说明基于激光多边法的自标定优化方法能够在一定程度 上减小多边系统的测量误差。为验证测量结果的重复性 以及优化标定算法的优化效果,对X轴上50、650、 750 mm 处的 3 点进行 3 次重复测量。实验表明测量结 果重复性很好,近处点的畸变现象是由激光多边测量系 统的系统误差引起的。3次重复测量实验优化前后的结 果也再次验证了优化标定方法的有效性。

参考文献

 [1] 缪东晶,孙威,李建双,等.测站数量对多边法坐标测量系统测量精度的影响[J]. 仪器仪表学报,2020, 41(7):38-44.

MIAO D J, SUN W, LI J SH, et al. Influence of the number of measurement stations on the measurement accuracy of multilateral coordinate measurement system[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(7): 38-44.

- [2] 李明,于冀平. 几何量工业测量的现状与发展[J]. 仪器仪表学报,2017,38(12): 2959-2971.
 LI M, YU J P. Status and development of geometric measurement in Industry [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(12): 2959-2971.
- [3] 高飞,葛一粟,汪韬,等. 基于空间平面约束的视觉定 位模型研究[J]. 仪器仪表学报,2018,39(7):183-190.
 GAO F, GE Y S, WANG T, et al. Vision-based localization model based on spatial plane constraints[J].
 Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018, 39 (7): 183-190.
- [4] 于鲲,丛明煜,戴文聪.基于三维模型的空间目标视觉 位姿测量[J]. 仪器仪表学报,2019,40(4):179-188.
 YU K, CONG M Y, DAI W C. Spatial target vision pose measurement based on 3D model[J]. Chinese Journal of

Scientific Instrument, 2019, 40(4): 179-188.

- [5] 王晓嘉,高隽,王磊.激光三角法综述[J].仪器仪表 学报,2004,25(Z3):601-604.
 WANG X J, GAO J, WANG L. Survey on the laser triangulation [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2004, 25(Z3):601-604.
- [6] 罗哉,刘晖,田焜,等.关节臂式坐标测量机测量力误差分析及补偿[J]. 仪器仪表学报,2017,38(5): 1159-1167.
 LUO Z, LIU H, TIAN K, et al. Error analysis and compensation of the measuring force of the articulated arm coordinate measuring machine [J]. Chinese Journal of
- Scientific Instrument, 2017, 38(5):1159-1167.
 [7] WENDT K, FRANKE M, HAERTIG F. Measuring large 3D structures using four portable tracking laser interferometers [J]. Measurement, 2012(25): 2239-2345.
- [8] 孙溢膺,董明利,乔玉军.基于摄影测量的大型风机叶 片运行模态分析[J].电子测量与仪器学报,2019, 33(10):165-172.
 SUN Y Y, DONG M L, QIAO Y J. Operation modal

analysis of large wind turbine blades based on photogrammetry [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2019, 33(10):165-172.

[9] 吴斌,许友,杨峰亭,等.激光跟踪绝对测长多边法三
 维坐标测量系统[J].红外与激光工程,2018,47(8):
 140-145.

WU B, XU Y, YANG F T, et al. 3D coordinate measuring system based on laser tracking absolute length measurement multilateral method [J]. Infrared and Laser Engineering, 2018, 47(8):140-145.

- [10] 张刘港,熊芝,冯维,等. 基于视觉与激光准直的激光 跟踪姿态角测量方法[J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(8):30-36.
 ZHANG L G, XIONG ZH, FENG W, et al. Laser tracking attitude angle measurement method based on vision and laser collimation [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2020, 41(8): 30-36.
 [11] 林永兵,李杏华,张国雄. 基于多边法的三维坐标测量
 - 11] 林永兴,子日平,张国雄:金丁多边公时二班主称树重
 系统自标定最优方案[J]. 计量学报,2003,24(3):
 166-173.
 LIN Y B,LI X H, ZHANG G X. Self-calibration and its

optimal method for 3D coordinate measuring system based on multi-lateral principle [J]. Acta Metrologica Sinica, 2003,24(3):166-173.

[12] 林永兵,张国雄,李真,等.四路激光跟踪干涉三维坐标测量系统自标定与仿真[J].仪器仪表学报,2003,24(2):205-210.
 LIN Y B,ZHANG G X,LI ZH, et al. Self-calibration and

simulation of four-way laser tracking interferometric threedimensional coordinate measuring system [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2003, 24(2): 205-210.

 [13] 林永兵,张国雄,李真,等.四路激光跟踪测量系统 最佳测量区域和系统自标定[J].中国激光,2002, 29(11):1006-1010.

LING Y B, ZHANG G X, LI ZH, et al. Optimal measuring zone and system self-calibration of four-beam laser tracking system for coordinate measurement [J]. Chinese Journal of Lasers, 2002, 29(11):1006-1010.

 [14] 谢政委,林嘉睿,邾继贵,等.基于空间长度约束的 坐标控制场精度增强方法[J].中国激光,2015, 42(1):253-259.

> XIE ZH W, LING J R, ZHU J G, et al. Accuracy enhancement method for coordinate control field based on space length constraint [J]. Chinese Journal of Lasers, 2015, 42(1):253-259.

[15] 郑继辉,缪东晶,李建双,等.采用标准长度的激光多
 边法坐标测量系统自标定算法[J].计量学报,2019,
 40(1):64-70.

ZHEN J H, MIAO D J, LI J SH, et al. Self-calibration algorithm for laser multilateral coordinate measurement system using standard length method [J]. Acta Metrologica Sinica, 2019, 40(1):64-70.

- [16] TAKATSUJI T, YOSHIHIKO K, GOTO M, et al. Restriction on the arrangement of laser trackers in laser trilateration [J]. Measurement Science and Technology, 1998, 48(8): 1357-1359.
- [17] TAKATSUJI T, GOTO M, KUROSAWA T, et al. The first measurement of a three-dimensional coordinate by use of a laser tracking interferometer system based on trilateration [J]. Measurement Science and Technology,

1998, 9(1): 38-41.

- TAKATSUJI T, GOTO M, KIRITA A, et al. The relationship between the measurement error and the arrangement of laser trackers in laser trilateration [J]. Measurement Science and Technology, 2000, 11 (5): 477-483.
- [19] ZHANG D, ROLT S, MAROPOULOS P G. Modelling and optimization of novel laser multilateration schemes for high-precision applications [J]. Measurement Ence & Technology, 2005, 16(12):2541.

作者简介



李笑宇,2018年于天津大学获得学士学 位,现为天津大学硕士研究生,主要研究方 向为激光跟踪多边测量技术。 E-mail:1257238319@ qq. com

Li Xiaoyu received her B. Sc. degree in

2018 from Tianjin University. Now, she is a master student in Tianjin University. Her main research interest includes laser tracking multilateral measurement technique.



林虎(通信作者),2007年于河海大学 获得学士学位,2010年于北京工业大学获得 硕士学位,2013年于北京工业大学获得博士 学位,现为中国计量科学研究院副研究员, 主要研究方向为齿轮计量、空间坐标测量。 E-mail:linhu@nim.ac.cn

Lin Hu (Corresponding author) received his B. Sc. degree in 2007 from Hohai University, received his M. Sc. degree in 2010 and Ph. D. degree in 2013 both from Beijing University of Technology. Now, he is an associate research fellow at National Instinute of Metrology, China. His main research interest includes gear metrology, space coordinate measurement.