

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2006142

# 基于循环多核相关熵的故障检测方法及应用\*

李 辉<sup>1</sup>, 郝如江<sup>2</sup>

(1. 天津职业技术师范大学机械工程学院 天津 300222; 2. 石家庄铁道大学机械工程学院 石家庄 050043)

**摘要:**针对传统基于二阶统计量的循环平稳信号处理方法不能有效处理脉冲噪声干扰的问题,提出了一种基于循环多核相关熵的故障检测方法。首先,给出了多核相关熵的定义,推导了循环多核相关熵函数和循环多核相关熵谱密度函数计算公式,分析了循环多核相关熵的降噪机理;其次,用仿真信号验证了在低噪声比(SNR=-5)情况下循环多核相关熵的降噪性能,表明了循环多核相关熵不仅能有效抑制高斯噪声,而且能有效抑制非高斯噪声,循环多核相关熵为高斯、非高斯噪声的处理提供了一种鲁棒性处理方法;最后,将循环多核相关熵方法应用于齿轮箱齿轮齿面磨损故障诊断,实验结果表明:循环多核相关熵具有解调功能,能准确刻画齿轮齿面磨损故障的频谱特征,可有效提取淹没在强噪声环境中的微弱信号,提高了信噪比,证明了此方法为一种齿轮故障诊断的有效方法。

**关键词:**多核相关熵;循环多核相关熵函数;循环多核相关熵谱密度;循环平稳信号;故障诊断

**中图分类号:** TH165+.3 TN911.72 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.40

## Fault detection method based on cyclic multiple kernel correntropy and its application

Li Hui<sup>1</sup>, Hao Rujiang<sup>2</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Tianjin University of Technology and Education, Tianjin 300222, China;

2. School of Mechanical Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China)

**Abstract:** Aiming at the problem that traditional cyclostationary signal processing method based on second order statistics can not effectively deal with impulsive noise interference, a new fault detection method based on cyclic multiple kernel correntropy is proposed. Firstly, the definition of the multiple kernel correntropy is given, the calculation formulas of the cyclic multiple kernel correntropy function and the cyclic multiple kernel correntropy spectral density function are deduced. The de-noising mechanism of the cyclic multiple kernel correntropy is analyzed. Secondly, the de-noising performance of the cyclic multiple kernel correntropy under lower signal to noise ratio is verified with simulative signal, the result shows that the cyclic multiple kernel correntropy can not only effectively suppress the Gaussian noise, but also effectively suppress the non-Gaussian noise. The cyclic multiple kernel correntropy provides a robust processing method for Gaussian and non-Gaussian noise. Finally, the cyclic multiple kernel correntropy method was applied to the fault diagnosis of gearbox tooth wear. The experiment results show that the cyclic multiple kernel correntropy has demodulation function, can accurately characterize the spectral characteristics of gear tooth wear fault, and effectively extract the weak signal submerged in strong noise environment. The cyclic multiple kernel correntropy method is proved to be an effective method for gear fault diagnosis.

**Keywords:** multiple kernel correntropy; cyclic multiple kernel correntropy function; cyclic multiple kernel correntropy spectral density function; cyclostationary signal; fault diagnosis

## 0 引言

机械设备故障引起的振动信号不仅具有明显的非线性和非高斯等特点,而且还易于淹没在背景噪声和干扰之中,从而加大了故障特征信息提取和识别的难度,甚至无法识别<sup>[1-2]</sup>。常用的信号处理方法(如相关分析、功率谱分析等)在处理这类信号时,会造成性能衰退,甚至失效<sup>[3-5]</sup>。在机械设备故障诊断领域,最常用的非线性、非高斯信号处理方法是采用高阶统计量(higher order statistics, HOS),如基于信号循环高阶统计量的循环双谱、循环高阶统计量等,但高阶循环统计量谱不仅计算方法复杂、计算量大,而且需要更长的观测样本长度才能保证对噪声的抗干扰能力<sup>[6-7]</sup>。最近几年,在通信领域对非线性、非高斯噪声信号处理,主要采用分数低阶统计量<sup>[8-10]</sup>(fractional lower order statistics, FLOS)和相关熵<sup>[11-13]</sup>方法。FLOS虽然能够有效抑制非高斯噪声的影响,但却过度依赖于对噪声的先验知识。相关熵是一种定义在核空间的广义相关函数<sup>[11]</sup>,为一种局部相似性度量,是处理非线性、非高斯信号的有效方法,已在雷达和通信信号检测、信号滤波、波达方向估计和时延估计等方面得到了应用和验证,并取得了良好效果<sup>[14-17]</sup>。相关熵方法在通信领域的应用已经展开,但在机电设备故障诊断领域的应用才刚刚开始。

传统相关熵采用高斯核函数<sup>[11]</sup>,高斯核函数只有一个核长调整参数,因而自适应性较差。为提高相关熵的自适应性,改善相关熵的性能,本文借鉴机器学习领域的多核学习(multiple kernel learning, MKL)方法<sup>[18-21]</sup>,提出了多核相关熵的概念,并在此基础上,与循环平稳信号处理方法结合,提出了循环多核相关熵函数和循环多核相关熵谱密度函数的定义,并将该方法用于齿轮故障诊断,提出了基于循环多核相关熵的齿轮故障诊断方法,最后用仿真信号和齿轮齿面磨损故障实验信号验证了该方法的有效性和可靠性。

## 1 循环多核相关熵故障检测方法

### 1.1 相关熵

对于任意两个实随机变量  $x$  和  $y(x, y \in R)$ , 它们的互相关熵(广义相关函数)可定义为<sup>[11]</sup>:

$$V^\sigma(x, y) = E[\kappa_\sigma(x - y)] \quad (1)$$

式中:  $\kappa_\sigma(\cdot)$  表示满足 Mercer 条件的核函数;  $\sigma$  为核函数的核长。

实随机变量  $x$  和  $y$  时变相关熵(time varying corentropy, TVCE)可定义为:

$$V_{x,y}^\sigma(t, \tau) = E\{\kappa_\sigma[x(t) - y(t + \tau)]\} \quad (2)$$

$\kappa_\sigma(\cdot)$  通常采用高斯核函数,其表达式为:

$$\kappa_\sigma[x(t), y(t + \tau)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \exp\left\{-\frac{\|x(t) - y(t + \tau)\|^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (3)$$

式中:  $\|\cdot\|$  表示范数算子。

对于一组长度为  $N$  的观测样本  $[x(i), y(i)]_{i=1}^N$ , 相关熵的渐进无偏估计为:

$$\hat{V}_{x,y}^\sigma(m) = \frac{1}{N - m + 1} \sum_{i=m}^N \kappa_\sigma[x(i) - y(i - m)] \quad (4)$$

式中:  $m$  为时延的采样点数;  $m = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ 。

### 1.2 多核相关熵

简单的多核相关熵可定义为多个相关熵的和,不失一般性,假设为两个相关熵的和,即:

$$V^{\lambda, \sigma}(x, y) = E[\lambda V^{\sigma_1}(x, y) + (1 - \lambda) V^{\sigma_2}(x, y)] \quad (5)$$

式中:  $\sigma_1$  和  $\sigma_2$  为分别为相关熵  $V^{\sigma_1}(x, y)$  和  $V^{\sigma_2}(x, y)$  的核长;  $\lambda(0 \leq \lambda \leq 1)$  为两个相关熵的混合系数。多核相关熵如图1所示。从图1可以看出,多核相关熵曲线位于两个相关熵曲线之间,调整混合系数  $\lambda$ , 即可调整多核相关熵曲线的形状,因而具有更好的自适应性;多核相关熵是对称、正定的有界函数,其最大值为  $\lambda \kappa_{\sigma_1}(0) + (1 - \lambda) \kappa_{\sigma_2}(0)$ 。

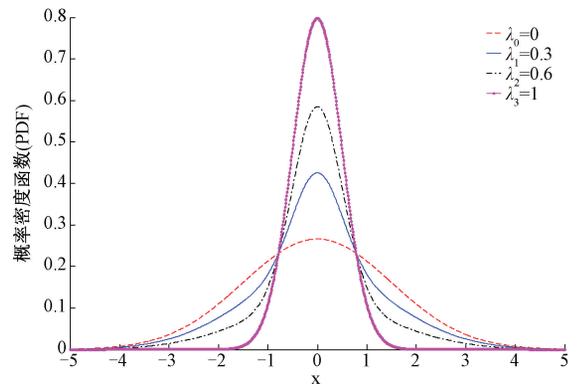


图1 多核相关熵( $\sigma_1=0.5, \sigma_2=1.5$ )

Fig.1 Multiple kernel corentropy ( $\sigma_1=0.5, \sigma_2=1.5$ )

将式(5)展开为泰勒级数形式,即

$$V^{\lambda, \sigma}(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}[\lambda\sigma_1 + (1 - \lambda)\sigma_2]} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n (\sigma_1\sigma_2)^{2n} n!} E[(x - y)^{2n}] \quad (6)$$

从式(6)可以得出:

1) 多核相关熵  $V^{\lambda, \sigma}(x, y)$  的泰勒级数展开式中包含了随机变量  $(x - y)$  的所有偶数阶矩,含有信号  $x$  和  $y$  的无限统计矩信息,既含有二阶矩,又含有高阶矩。

2) 核长  $\sigma_1$  和  $\sigma_2$  是衡量二阶矩和高阶矩影响的关键参数,当核长  $\sigma_1$  和  $\sigma_2$  足够大时,高阶矩迅速衰减,二阶矩成为多核相关熵的主要成分,则多核相关熵  $V^{\lambda,\sigma}(x,y)$  将接近传统的互相关函数;而当核长  $\sigma_1$  和  $\sigma_2$  较小时,高阶矩成为多核相关熵的主要成分,而高阶矩是处理非线性、非高斯信号的有效工具,可以抑制任何平稳(高斯和非高斯)噪声以及非平稳的高斯噪声干扰。因此,选择恰当的核长  $\sigma_1$  和  $\sigma_2$ ,就可以抑制非高斯噪声,有效处理非线性信号。

1.3 多核相关熵诱导的度量

给定两个随机变量  $x$  和  $y$ , 则可由式(5)表示的多核相关熵定义多核相关熵诱导的度量 (multiple kernel corentropy induced metric, MKCIM), 即:

$$MKCIM(x,y) = \sqrt{\lambda\kappa_{\sigma_1}(0) + (1-\lambda)\kappa_{\sigma_2}(0) - V^{\lambda,\sigma}(x,y)} \quad (7)$$

式(7)定义的  $MKCIM(x,y) \geq 0$ , 当且仅当  $x=y$  时等号成立,  $MKCIM(x,y)$  是对称函数, 当核函数为平移不变核函数(如高斯核函数)时,  $MKCIM(x,y)$  也是平移不变的。

为了清晰理解  $MKCIM(x,y)$  的含义, 图2所示为当  $\sigma_1 = 1, \sigma_2 = 1.5$  和  $\lambda = 0.4$  时  $MKCIM(x,0)$  的三维图, 其等高线图如图3所示。

多核相关熵诱导度量:  $\sigma_1=1, \sigma_2=1.5, \lambda=0.4$

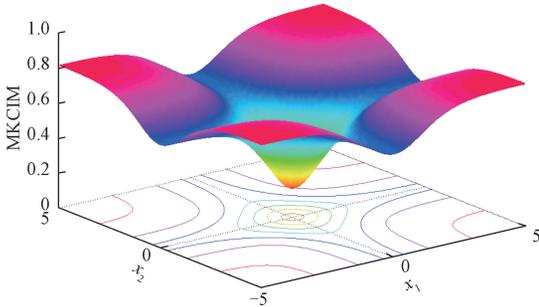


图2  $MKCIM(x,0)$  三维图  
Fig.2  $MKCIM(x,0)$  3D map

从图2和3可以看出:  $MKCIM(x,0)$  大致可分为3个区域: 1) 欧几里得区(图3中圆形区域部分): 当空间两个点的距离很近时,  $MKCIM$  相当于  $L_2$  范数; 2) 过渡区(图3中近似方形区域部分): 当空间两个点的距离比较近时,  $MKCIM$  相当于  $L_1$  范数; 3) 矫正区(图3中以4个角为中心的扇形区域部分): 当空间两个点的距离很远时,  $MKCIM$  相当于  $L_0$  范数。

因此, 当一个信号中混入较大的异常值时, 其  $MKCIM$  将位于矫正区, 而该区域是信号异常值的免疫区, 因而多核相关熵能有效去除信号中异常值, 对于脉冲噪声具有很强的鲁棒性。

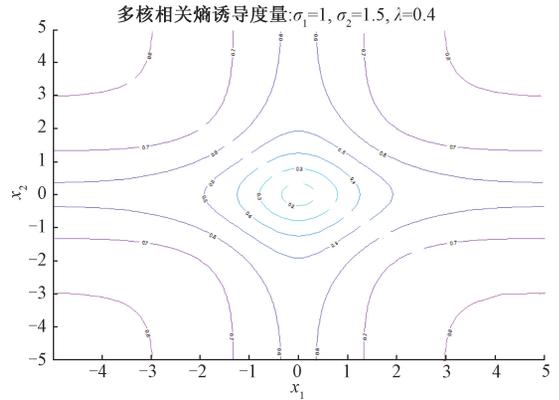


图3  $MKCIM(x,0)$  等高线图

Fig.3  $MKCIM(x,0)$  contour map

1.4 循环多核相关熵和循环多核相关熵谱密度

对于循环平稳信号  $x$  和  $y$ , 其循环多核相关熵函数  $R_{x,y}^{\lambda,\sigma}(\alpha,\tau)$  是多核相关熵  $V_{x,y}^{\lambda,\sigma}(t,\tau)$  对时间  $t$  作傅里叶变换得到的, 即:

$$R_{x,y}^{\lambda,\sigma}(\alpha,\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} V_{x,y}^{\lambda,\sigma}(t,\tau) e^{-j2\pi\alpha t} dt \quad (8)$$

对于循环平稳的随机信号来说, 其循环多核相关熵函数  $R_{x,y}^{\lambda,\sigma}(\alpha,\tau)$  与循环多核相关熵谱密度函数  $S_{x,y}^{\lambda,\sigma}(\alpha,f)$  是傅里叶变换对, 因此, 循环多核相关熵谱密度  $S_{x,y}^{\lambda,\sigma}(\alpha,f)$  为循环多核相关熵函数  $R_{x,y}^{\lambda,\sigma}(\alpha,\tau)$  对延时  $\tau$  作傅里叶变换得到的, 即

$$S_{x,y}^{\lambda,\sigma}(\alpha,f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{x,y}^{\lambda,\sigma}(\alpha,\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (9)$$

在式(9)中, 当  $\alpha=0$  时, 循环多核相关熵谱密度退化为传统的功率谱密度。

基于循环多核相关熵谱密度的循环平稳度可定义为:

$$DCS^{\lambda,\sigma} = \frac{\int |S_{x,y}^{\lambda,\sigma}(\alpha,f)| df}{\int |S_{x,y}^{\lambda,\sigma}(0,f)| df} \quad (10)$$

式中:  $S_{x,y}^{\lambda,\sigma}(0,f)$  为  $\alpha=0$  时的循环多核相关熵谱密度, 即传统的功率谱密度。

2 循环多核相关熵降噪性能仿真研究

下面用一个幅值调制仿真信号来系统阐释多核相关熵的降噪机理并验证其降噪性能, 仿真信号由以下信号成分组成:

$$x_1(t) = [1 + \cos(2\pi f_0 t)] \cos(2\pi f_c t) \quad (11)$$

$$x_2(t) = x_1(t) + n_1(t) \quad (12)$$

$$x_3(t) = x_1(t) + n_2(t) \quad (13)$$

$$x_4(t) = x_1(t) + n_1(t) + n_2(t) \quad (14)$$

式中:  $f_0$  为调制频率;  $f_c$  为载波频率。取  $f_0 = 200$  Hz、 $f_c = 1\ 000$  Hz,  $n_1(t)$  为零均值高斯噪声,  $n_2(t)$  为脉冲噪声。信号采样频率  $f_s = 6\ 000$  Hz, 信号采样点数  $n = 600$ , 通过该仿真信号, 利用循环多核相关熵谱密度验证多核相关熵的降噪性能。

### 2.1 高斯噪声降噪性能

在幅值调制信号中加入零均值高斯噪声  $n_1(t)$ , 利用 AGWN 函数产生信噪比(signal noise ratio, SNR)为  $-5$  的含噪信号。图 4(a) 所示为仿真信号  $x_2(t)$  的时域波形, 图 4(b) 所示为仿真信号  $x_2(t)$  的频域波形。从图 4(a) 可以看出, 调制信号已完全被高斯噪声淹没, 无法识别调制信号的时域波形。在图 4(b) 中可以看出载波频率和调制频率, 但噪声方差很大。

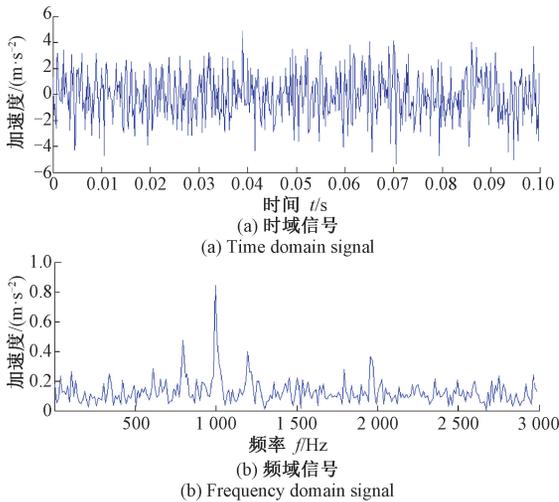


图 4 仿真信号  $x_2(t)$

Fig.4 Simulative signal  $x_2(t)$

图 5 所示为仿真信号  $x_2(t)$  的循环多核相关熵谱密度图, 图 6 所示为传统基于二阶统计量的谱相关<sup>[22-23]</sup> 密度图, 在循环频率  $\alpha$  和谱频率  $f$  构成的双频平面内, 图 5 和 6 都能正确显示染噪信号  $x_2(t)$  的频谱结构, 存在由  $f = \pm 0.5\alpha$  和  $f = \pm(0.5\alpha \pm f_c)$  及其平行线构成的大菱形, 大菱形对角线在水平方向上的长度是  $2f_c$ , 在垂直方向上的长度是  $f_c$ ; 而且在  $(\pm 2f_c, 0)$  和  $(0, \pm f_c)$  等位置存在以调制频率  $f_0$  的谱峰构成的小菱形, 小菱形对角线在水平方向上的长度是  $2f_0$ , 在垂直方向上的长度是  $f_0$ , 这种菱形频谱结构, 清晰表达了信号的调制频率  $f_0$  和载波频率  $f_c$ 。

图 5 和 6 的主要不同点是: 图 5 中信号的循环多核相关熵谱能量主要集中在  $f = -0.5\alpha$  和  $f = 0.5\alpha$  这两条频谱线上, 其他与这两条谱线平行的频谱线上的能量较小, 调制频率  $f_0$  谱峰较高, 而且频谱线很细, 这些特征都表明循环多核相关熵谱密度具有很强的能量聚集能力, 频谱

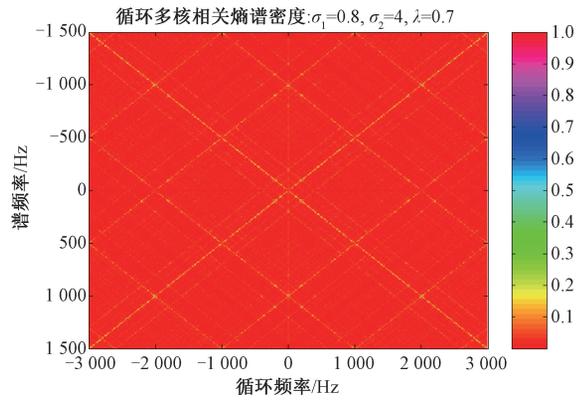


图 5 信号  $x_2(t)$  的循环多核相关熵谱密度

Fig.5 Cyclic multiple kernel corentropy spectral density of signal  $x_2(t)$

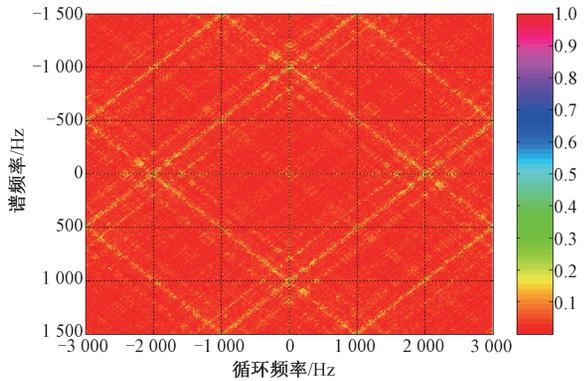


图 6 信号  $x_2(t)$  的谱相关密度

Fig.6 Spectral correlation density of signal  $x_2(t)$

分辨率较高, 表明受高斯噪声的影响较小; 图 6 中, 谱相关密度的能量主要分布在  $f = -0.5\alpha \pm f_c$  和  $f = 0.5\alpha \pm f_c$  这四条频谱线及其平行线上, 因高斯噪声的影响, 形成了连续的谱线, 表明谱相关密度的能量聚集能力较差, 频谱分辨率较低。

### 2.2 非高斯噪声降噪性能

在调幅信号  $x_1(t)$  随机加入几个幅值不同的脉冲信号, 以模拟非高斯噪声, 形成信号  $x_3(t)$ 。图 7(a) 所示为仿真信号  $x_3(t)$  的时域波形, 图 7(b) 所示为仿真信号  $x_3(t)$  的频域波形, 由于幅值调制信号完全被噪声淹没, 因此从图 7(a) 已完全看不出信号幅值的变化规律。

图 8 所示为循环多核相关熵谱密度图, 图 9 所示为传统谱相关密度图。对比图 8 和 9 可以看出, 图 8 清晰地表达了调幅信号的循环频谱结构特征, 以调制频率  $f_0$  的谱峰构成的菱形非常清晰, 几乎没有受到非高斯噪声的影响, 表明循环多核相关熵具有很强的非高斯噪声抑制能力。由于受非高斯噪声的影响, 信号的有用成分已

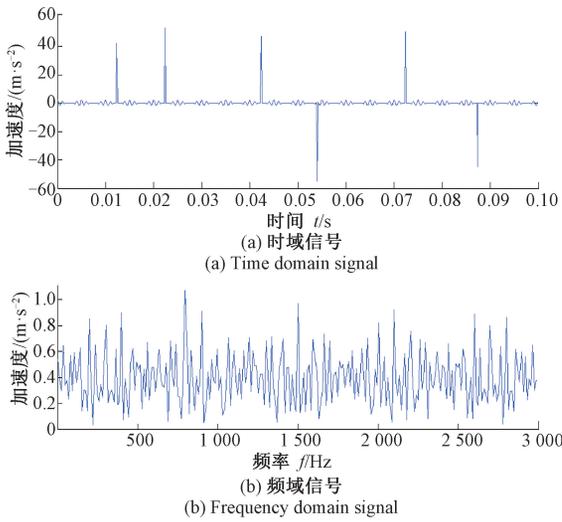


图7 仿真信号  $x_3(t)$

Fig.7 Simulative signal  $x_3(t)$

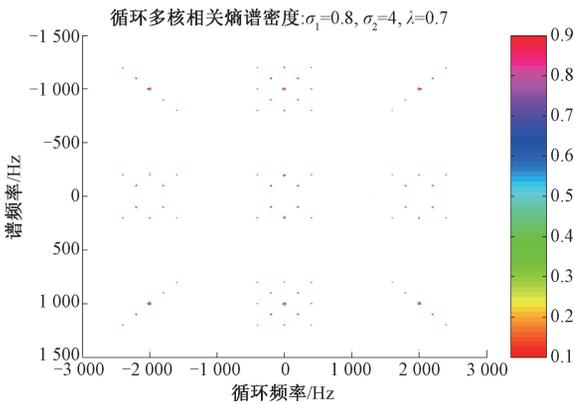


图8 信号  $x_3(t)$  的循环多核相关熵谱密度

Fig.8 Cyclic multiple kernel correntropy spectral density of signal  $x_3(t)$

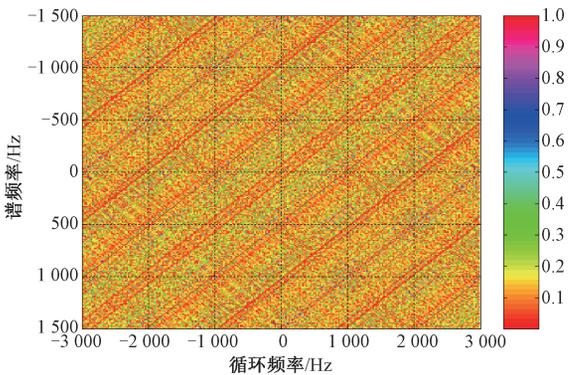


图9 信号  $x_3(t)$  的谱相关密度

Fig.9 Spectral correlation density of signal  $x_3(t)$

分辨调幅信号的频谱结构,表明基于传统二阶统计量的谱相关分析,对非高斯噪声的抑制能力较弱。

### 2.3 综合降噪性能

在幅值调制信号中先加入零均值高斯噪声  $n_1(t)$ , 信噪比为  $-5$ , 再随机加入几个幅值不同的脉冲信号, 图 10(a) 为仿真信号  $x_4(t)$  的时域波形, 图 10(b) 为其频域波形, 由于幅值调制信号完全被高斯、非高斯噪声淹没, 因此从图 10 已完全看不出信号幅值的变化规律。图 11 所示为仿真信号  $x_4(t)$  的循环多核相关熵谱密度图, 图 12 为其传统谱相关密度图, 在高斯、非高斯噪声的综合影响下, 图 11 依然能够比较清晰地显示出调幅信号的频谱结构特征, 能正确识别调制频率  $f_0$  和载波频率  $f_c$ , 表明循环多核相关熵谱具有很强的非高斯、非高斯噪声抑制能力。由于受高斯和非高斯噪声的影响, 在图 12 的谱相关密度图中已完全不能分辨调幅信号的频谱结构。

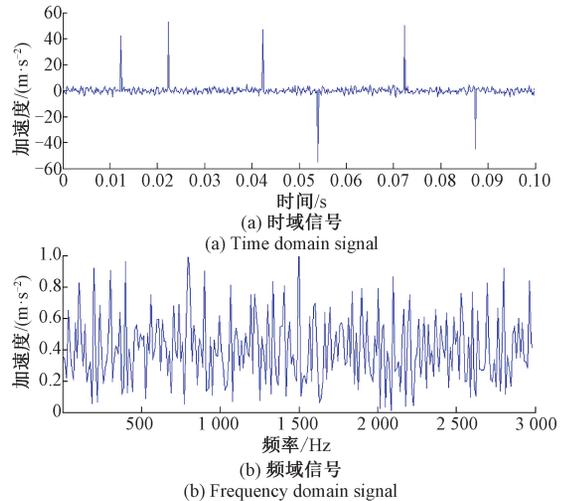


图10 仿真信号  $x_4(t)$

Fig.10 Simulative signal  $x_4(t)$

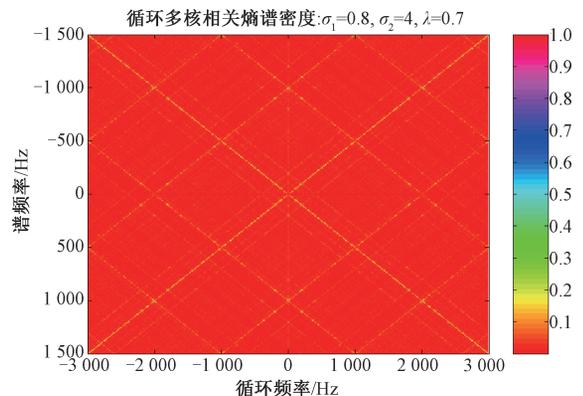


图11 信号  $x_4(t)$  的循环多核相关熵谱密度

Fig.11 Cyclic multiple kernel correntropy spectral density of signal  $x_4(t)$

完全被脉冲噪声淹没,在图9的谱相关密度图中已无法

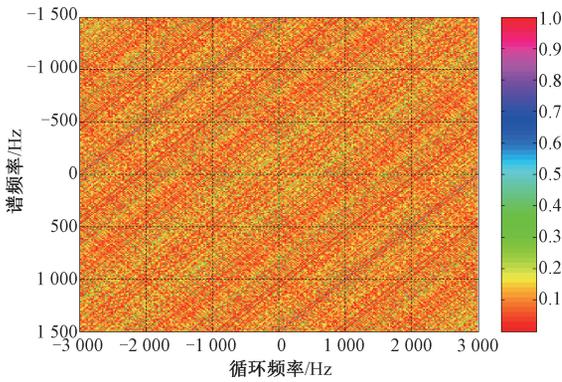


图 12 信号  $x_4(t)$  的谱相关密度

Fig.12 Spectral correlation density of signal  $x_4(t)$

为更清晰显示循环多核相关熵谱密度的频谱成分, 调幅信号  $x_4(t)$  的广义循环平稳度如图 13 所示, 在低频段 ( $\pm f_0$ ) 及高频段 ( $\pm 2f_c$ ) 位置存在明显的谱峰。图 14 所示为根据传统谱相关密度计算的循环平稳度, 但无法正确显示调幅信号的频谱成分。对比图 13 和 14, 图 13 中噪声信号的方差很小, 而图 14 中噪声的方差很大, 调制频率和载波频率成分已完全被高斯和非高斯噪声淹没。

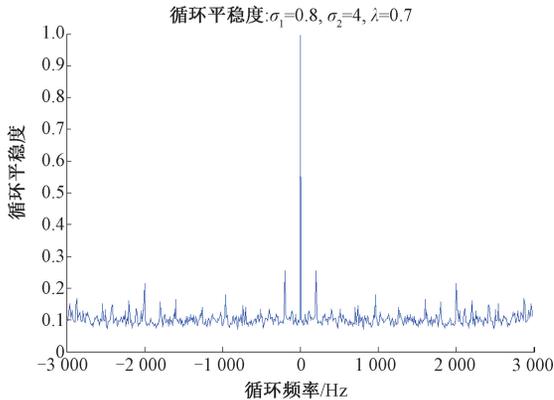


图 13 广义循环平稳度

Fig.13 Generalized degree of cyclostationary

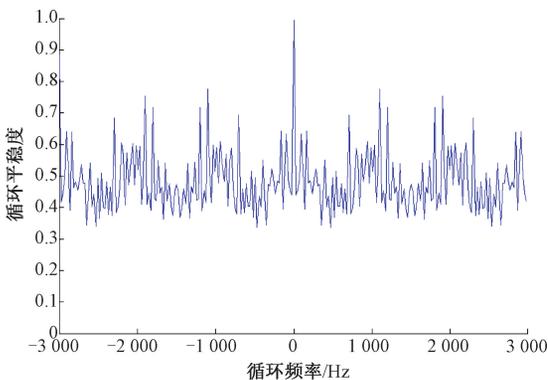


图 14 循环平稳度

Fig.14 Degree of cyclostationary

通过以上仿真实例分析可知:循环多核相关熵谱具有很强的从强高斯噪声和非高斯噪声中提取信号频谱特征的能力。

### 3 基于循环多核相关熵的齿轮故障诊断

采用某型号单级传动齿轮箱输出轴齿轮进行实验<sup>[24]</sup>, 采样频率为 8 192 Hz, 采样点数为 2 048, 电动机转速为 1 473 r/min, 齿轮箱输入轴齿轮齿数  $z_1 = 28$ , 输出轴齿轮齿数为  $z_2 = 36$ , 因此输入轴回转频率  $f_{r1} = 24.55$  Hz, 输出轴回转频率为  $f_{r2} = 19.11$  Hz, 其啮合频率为  $f_m = 688$  Hz。

图 15(a) 所示为齿轮箱输出轴齿轮单个齿面磨损时齿轮箱箱体振动信号的时域波形, 图 15(b) 所示为其频域信号, 从图 15(b) 中找到啮合频率及其二倍频, 但没有边频带信息, 因此, 难以判断故障发生的部位。

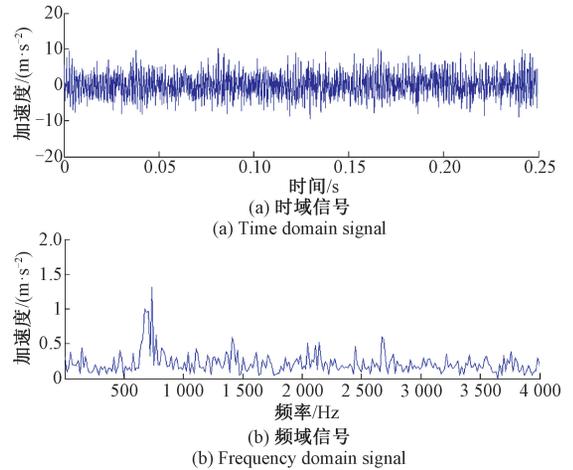


图 15 齿轮磨损故障振动信号

Fig.15 Gear wear fault vibration signal

为了验证循环多核相关熵在齿轮故障诊断中的有效性, 齿轮齿面磨损故障振动信号的循环多核相关熵谱密度图 ( $\sigma_1 = 0.4, \sigma_2 = 2$  和  $\lambda = 0.3$ ) 如图 16 所示, 三维图如图 17 所示。从图 16 和 17 可以清楚地看出: 在由循环频率  $\alpha$  和谱频率  $f$  构成的双频平面内, 构成了齿轮齿面磨损故障频谱特征。齿轮齿面磨损故障产生的振动能量, 主要沿直线  $\alpha = 0, f = \pm 0.5\alpha$  和  $f = \pm (0.5\alpha \pm f_m)$  及其平行线分布, 逐渐由频谱中心向外扩展张成整个双频平面。由频谱线  $f = \pm 0.5\alpha$  和  $f = \pm (0.5\alpha \pm f_m)$  构成菱形, 菱形对角线在水平方向的长度为  $2f_m$ , 在垂直方向的长度为  $f_m$ , 为齿轮箱一阶啮合频率特征。以  $(0, f_m)$ 、 $(0, -f_m)$  和  $(2f_m, 0)$ 、 $(-2f_m, 0)$  等 4 个频谱点为中心构成齿轮箱一阶啮合频率边频带簇, 图 18 所示为图 16 在  $(0, f_m)$  点附近的局部放大图, 从图 18 可以看出: 由边频带谱峰构成

小菱形,小菱形对角线在水平方向的长度为 $2f_r$ ,在垂直方向的长度为 $f_r$ ,这些频谱特征为齿轮磨损故障的典型频谱特征。

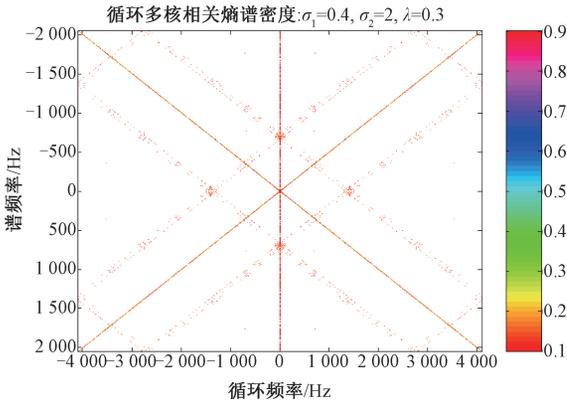


图 16 齿轮磨损故障循环多核相关熵谱密度(等高线图)  
Fig.16 Cyclic multiple kernel correntropy spectral density of gear wear fault vibration signal (contour map)

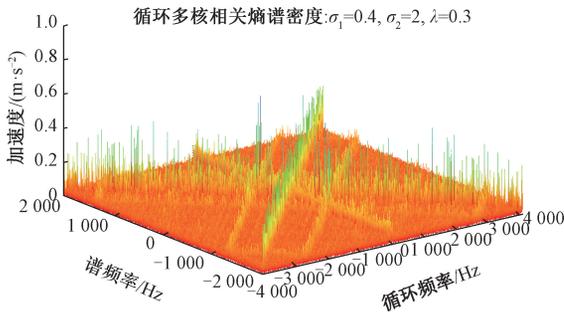


图 17 齿轮磨损故障振动信号循环相关熵谱密度(三维图)  
Fig.17 Cyclic multiple kernel correntropy spectral density of gear wear fault vibration signal (3D map)

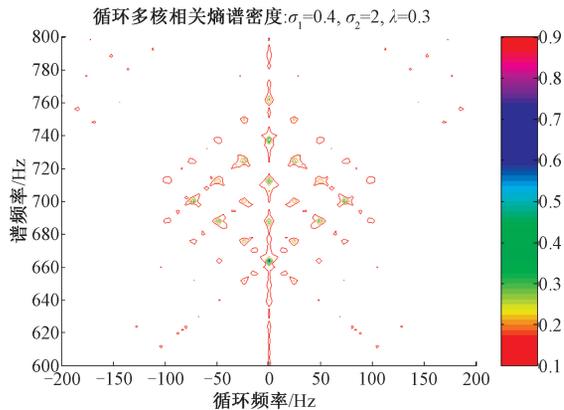


图 18 齿轮磨损故障振动信号循环相关熵谱密度(放大图)  
Fig.18 Cyclic multiple kernel correntropy spectral density of gear wear fault vibration signal (zoomed map)

图 19 所示为齿轮齿面磨损故障振动信号的传统谱相关密度图,图 20 为传统谱相关密度三维图,可以看出谱相关密度图能刻画齿轮箱的一阶啮合频率特征,由频谱线 $f = \pm (0.5\alpha \pm f_m)$  构成菱形,但因噪声的影响,不能精细刻画齿轮磨损故障的边频带簇,因而不能准确识别齿轮故障。对比图 16、17 和图 19、20,可以看出循环多核相关熵谱密度图的谱线很细,具有较高的频谱能量聚集能力,而谱相关密度的频谱线较宽,能量比较分散,因此,循环多核相关熵谱密度频谱分辨率高于传统谱相关密度分辨率。

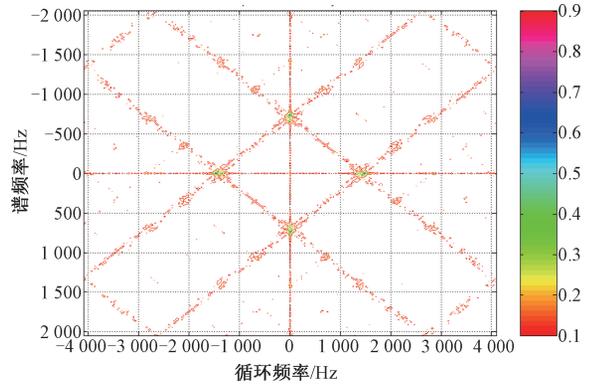


图 19 齿轮磨损故障振动信号谱相关密度(等高线图)  
Fig.19 Spectral correlation density of gear wear fault vibration signal (contour map)

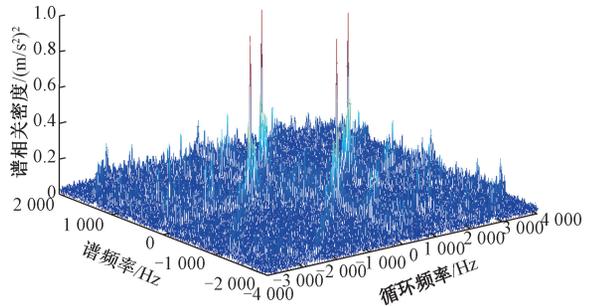


图 20 齿轮磨损故障振动信号谱相关密度(三维图)  
Fig.20 Spectral correlation density of gear wear fault vibration signal (3D map)

通过上述分析可以看出:循环多核相关熵谱能从噪声环境中有效提取齿轮齿面磨损故障特征,提高了齿轮故障诊断的可靠性和准确性,是一种从噪声环境中提取齿轮故障特征的有效方法。

### 4 结 论

借鉴多核学习和相关熵理论,本文提出了一种基于循环多核相关熵谱的齿轮故障诊断方法。给出了多核相

关熵、循环多核相关熵和循环多核相关熵谱的定义和计算公式;并利用多核相关熵的泰勒级数展开式和多核相关熵诱导的度量分析了多核相关熵的降噪机理,并用仿真信号进行了验证,表明循环多核相关熵能够有效处理高斯和非高斯噪声,具有从强高斯噪声和非高斯噪声环境中提取信号特征的能力;最后将循环多核相关熵应用于齿轮箱齿面磨损故障诊断。实验结果表明:循环多核相关熵能有效提取齿轮齿面磨损故障的频谱特征,其性能优于传统基于二阶统计量的谱相关密度方法。

## 参考文献

- [1] 郭远晶,魏燕定,金晓航,等.基于S变换谱核密度估计的齿轮故障诊断[J].仪器仪表学报,2017,38(6):1432-1439.  
GUO Y J, WEI Y D, JIN X H, et al. Gear fault diagnosis based on kernel density estimation of S transform spectrum [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(6):1432-1439.
- [2] 陈超,沈飞,严如强.改进LSSVM迁移学习方法的轴承故障诊断[J].仪器仪表学报,2017,38(1):33-40.  
CHEN CH, SHEN F, YAN R Q. Enhanced least squares support vector machine-based transfer learning strategy for bearing fault diagnosis [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(1):33-40.
- [3] GARDNER W A, ANTONIO N, LUIGI P. Cyclostationarity: Half a century of research [J]. Signal Processing, 2006, 86(4):639-697.
- [4] NAPOLITANO A. Cyclostationarity: Limits and generalizations [J]. Signal Processing, 2016, 120(3):323-347.
- [5] NAPOLITANO A. Cyclostationarity: New trends and applications [J]. Signal Processing, 2016, 120(3):385-408.
- [6] BOUILLAUT L, SIDAHMED M. Cyclostationary approach and bilinear approach: comparison, applications to early diagnosis for helicopter gearbox and classification method based on HOCS [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2001, 15(5):923-943.
- [7] ANTONIADIS I, GLOSSIOTIS G. Cyclostationary analysis of rolling-element bearing vibration signals [J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 248(5):829-845.
- [8] 郭莹,邱天爽.基于分数低阶统计量的盲多用户检测算法[J].电子学报,2007,35(9):1670-1674.  
GUO Y, QIU T SH. Blind multiuser detector based on FLOS in impulse noise environment [J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(9):1670-1674.
- [9] MA X Y, NIKIAS C L. Joint estimation of time delay and frequency delay in impulsive noise using fractional lower order statistics [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1996, 44(11):2669-2687.
- [10] 李辉.基于分数低阶统计量的频谱分析方法[J].天津职业技术师范大学学报,2019,29(1):1-6.  
LI H. Spectral analysis based on fractional lower order statistics [J]. Journal of Tianjin University of Technology and Education, 2019, 29(1):1-6.
- [11] SANTAMARIA I, POKHAREL P P, PRINCIPE J C. Generalized correlation function: Definition, properties, and application to blind equalization [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(6):2187-2197.
- [12] LIU W F, POKHAREL P P, PRINCIPE J C. Correntropy: A localized similarity measure [C]. IEEE International Joint Conference on Neural Network Proceedings, 2006:4919-4924.
- [13] LIU W, POKHAREL P P, PRINCIPE J C. Correntropy: Properties and applications in non-gaussian signal processing [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(11):5286-5298.
- [14] GUNDUZ A, PRINCIPE J C. Correntropy as a novel measure for nonlinearity tests [J]. Signal Processing, 2009, 89(1):14-23.
- [15] 宋爱民,邱天爽,佟祉谦.对称稳定分布的相关熵及其在时间延迟估计上的应用[J].电子与信息学报,2011,33(2):494-498.  
SONG AI M, QIU T SH, TONG ZH J. Correntropy of the symmetric stable distribution and its application to the time delay estimation [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2011, 33(2):494-498.
- [16] 王鹏,邱天爽,任福全,等.对称稳定分布噪声下基于广义相关熵的DOA估计新方法[J].电子与信息学报,2016,38(8):2007-2013.  
WANG P, QIU T SH, REN F Q, et al. A novel generalized correntropy based method for direction of arrival estimation in symmetric alpha stable noise environments [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2016, 38(8):2007-2013.
- [17] YU L, QIU T SH, LUAN SH Y. Fractional time delay estimation algorithm based on the maximum correntropy

- criterion and the Lagrange FDF [J]. *Signal Processing*, 2015, 111(6): 222-229.
- [18] SHIJU S S, ASIF S, SUMITRA S. Multiple kernel learning using composite kernel functions [J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2017 (64): 391-400.
- [19] JORDAN M I, MITCHELL T M. Machine learning: Trends, perspectives, and prospects [J]. *Science*, 2015, 349(6245): 255-260.
- [20] KIRAR J S, AGRAWAL R K. Composite kernel support vector machine based performance enhancement of brain computer interface in conjunction with spatial filter [J]. *Biomedical Signal Processing and Control*, 2017, 33(3): 151-160.
- [21] CHEN B D, WANG X, LU N, et al. Mixture Correntropy for robust learning [J]. *Pattern Recognition*, 2018, 79(1): 318-327.
- [22] ANTONI J. Cyclic spectral analysis in practice [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2007, 21(2): 597-630.
- [23] ANTONI J, XIN G, HAMZAoui N. Fast computation of the spectral correlation [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017, 92(8): 248-277.
- [24] LI H, ZHANG Y P, ZHENG H Q. Application of Hermitian wavelet to crack fault detection in gearbox [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2011, 25(4): 1353-1363.

## 作者简介



备故障诊断。

E-mail: Huili68@163.com

**Li Hui** (Corresponding author) received his B. Sc. degree from North China University of Science and Technology in 1991, M. Sc. degree from Harbin University of Science and Technology in 1994, and Ph. D. degree from Tianjin University in 2003. Now, he is a professor in Tianjin University of Technology and Education. His main research interests include non-stationary signal processing and electromechanical equipment fault diagnosis.



E-mail: haorj@stdu.edu.cn

**Hao Rujiang** received his B. Sc. degree from Shijiazhuang Tiedao University in 1995, M. Sc. degree from Zhengzhou University in 2002 and Ph. D. degree from Tsinghua University in 2008. Now he is a professor in Shijiazhuang Tiedao University. His main research interest includes rotating machinery fault diagnosis.

**李辉**(通信作者),1991年于华北理工大学获得学士学位,1994年于哈尔滨理工大学获得硕士学位,2003年于天津大学获得博士学位,现为天津职业技术师范大学教授,主要研究方向为非平稳信号处理及机电设备故障诊断。

**郝如江**,1995年于石家庄铁道大学获得学士学位,2002年于郑州大学获得硕士学位,2008年于清华大学获得博士学位,现为石家庄铁道大学教授,主要研究方向为旋转机械故障诊断。