DOI: 10. 19650/j.cnki.cjsi.J2006148

# 无人机磁惯导系统中陀螺仪的叉积标定算法\*

王勇军<sup>1,2</sup>,李 智<sup>1,2</sup>,李 翔<sup>1</sup>

(1. 桂林电子科技大学 广西自动检测技术与仪器重点实验室 桂林 541004;2. 桂林航天工业学院 无人遥测重点实验室 桂林 541004)

摘 要:针对无人机磁惯导系统(MINS)中的三轴 MEMS 陀螺仪的现场标定问题,提出了一种叉积标定算法。该方法基于载体 矢量变化率与角速度关系来标定陀螺仪的各项误差,即导航坐标系中任一常矢量在无人机载体坐标系中对时间的变化率,可表 示为该矢量与载体角速度的叉积。叉积标定法利用这一原理,可在无精密设备的条件下快速、便捷地对三轴陀螺仪进行标定。 数值仿真表明,叉积标定法在微分形式和积分形式下都能有效地辨识和补偿陀螺仪的各项误差系数,并且能在各种不同因素影 响下获得良好的标定效果。实物试验结果证明,基于地磁矢量辅助的叉积标定法对 MINS 模块中陀螺仪进行标定时,其精度达 到 0. 227 9°/s,能够接近于转台标定的水平。陀螺仪标定后的数据与旋翼无人机飞控中的二阶互补滤波算法相结合,使得定点 悬停状态下角度偏差控制在 0. 8°以内,有利于无人机现场标定和实际飞行中姿态数据的量测。

关键词:磁惯导系统; 三轴 MEMS 陀螺仪; 地磁矢量; 标定; 叉积

中图分类号: V241.5 TP212.9 TH824+.3 文献标识码: A 国家标准学科分类代码: 590.35

## Cross product calibration method for gyroscope in magneto-inertial navigation system of UAV

Wang Yongjun<sup>1,2</sup>, Li Zhi<sup>1,2</sup>, Li Xiang<sup>1</sup>

(1.Guangxi Key Laboratory of Automatic Detecting Technology and Instruments, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China; 2.Key Laboratory of Unmanned Aerial Vehicle Telemetry, Guilin University of Aerospace Technology, Guilin 541004, China)

**Abstract**: The tri-axial MEMS gyroscope in the magneto- inertial navigation system (MINS) of unmanned aerial vehicle (UAV) needs to be calibrated. To solve this problem, a cross calibration method is proposed, which is based on the relationship between the angular velocity and the time derivative of a vector to calibrate errors of gyroscope. The time derivative of a constant vector in the navigation coordination frame can be expressed by the cross product of the vector itself and the angular velocity of the aircraft-body coordinate frame. The cross calibration method is derived from the above principles, which can calibrate the tri-axial gyroscope efficiently without precision equipment. Numerical simulation results show that both the integral form and differential form of the cross product calibration method can effectively identify and compensate the error coefficients of gyroscope. And promising calibration results can be achieved under the influence of various factors. Experimental results on the gyroscope of the MINS module show that the accuracy of the proposed method can reach 0. 2279°/s, which is close to the conventional method based on the rate table. The calibrated gyroscope data are combined with the second-order complementary filtering algorithm in the flight control of a rotor UAV. The angle deviation is controlled within 0. 8° in the fixed-point hover state, which is conducive to the in-field calibration of UAV and the measurement of the attitude data in real flight. **Keywords**; magneto-inertial navigation system (MINS); tri-axial MEMS gyroscope; geomagnetic vector; calibration; cross product

收稿日期:2020-03-04 Received Date:2020-03-04

<sup>\*</sup>基金项目:国家自然科学基金(61361006)、广西自然科学基金(2015GXNSFBA139251)项目资助

#### 15

## 0 引 言

小型无人机主要通过机载磁惯导系统(magnetoinertial navigation system, MINS)中的三轴微机电系统 (micro-electro-mechanical system, MEMS)陀螺仪来获取 姿态和导航信息。这些信息的精确量测对于机体控制、 导航和载荷数据的修正都有着重要的意义。但 MEMS 陀 螺仪的零偏、灵敏度、随机漂移及非正交等误差对角速度 测量精度有着显著影响,这也直接影响到采用 MEMS 陀 螺仪的磁惯导系统中姿态角的输出精度。并且, MEMS 陀螺仪的误差会随时间推移和使用环境的不同而出现较 明显的变化,常需要在实际使用中对其加以重新标定。

无人机陀螺仪标定本质上属于组合导航问题,而针 对组合导航系统中惯性组件的标定技术已形成了具有规 范性的标定方法<sup>[1-3]</sup>,特别是对于惯导系统中陀螺仪的标 定,主要依赖于由速率转台产生的精确角速度作为标定 的基准<sup>[4-5]</sup>。使用转台进行标定时,为了避免重力加速度 和地球自转角速度对标定的影响,不仅需要在实施标定 前进行仔细的调平,还需要找到精确的北向基准,这在现 场标定时有着诸多不便。因此,研究一种对设备和操作 要求低、便于在使用现场实施的陀螺仪标定方法,对于保 证 MEMS 陀螺仪的使用精度具有重要意义。

本文针对无人机磁惯导系统中的三轴陀螺仪,提出 了一种叉积标定法。该方法利用磁惯导系统中的三轴磁 强计或加速度计作为辅助,即利用地磁矢量(或重力场矢 量)的变化率与角速度关系来标定陀螺仪,不需使用转台 即可实现陀螺仪的标定。

## 1 机载陀螺仪现场标定

#### 1.1 三轴陀螺仪误差模型

三轴陀螺仪的误差通常包括零偏、灵敏度误差、非正 交误差、随机漂移等。考虑到 MEMS 陀螺仪是一类精度 较低的陀螺仪,为便于讨论,此处将三轴 MEMS 陀螺仪的 误差模型简化为式(1)所示。

$$\begin{pmatrix} \omega_1 \\ \tilde{\omega}_2 \\ \tilde{\omega}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$
(1)

式中:  $\boldsymbol{\omega} = (\boldsymbol{\omega}_1 \quad \boldsymbol{\omega}_2 \quad \boldsymbol{\omega}_3)^{\mathrm{T}}$ 为载体角速度的准确值;  $\boldsymbol{\omega} = (\boldsymbol{\omega}_1 \quad \boldsymbol{\omega}_2 \quad \boldsymbol{\omega}_3)^{\mathrm{T}}$ 为陀螺仪测得的角速度。三轴陀螺仪 的各种误差均包含于矩阵  $\boldsymbol{K} = (k_{ij})_{3\times 3}$ 与矢量  $\boldsymbol{b} = (b_1 \quad b_2 \quad b_3)^{\mathrm{T}}$ 中。

需要指出,式(1)中的 ω 是指利用陀螺仪的原始输

出数据及其灵敏度典型值换算得到的角速度测量值,而 非陀螺仪的原始输出。亦即, *ω*与*ω*均为角速度量纲, 而 矩阵 *K*的所有元素量纲均为1。

根据式(1),若记 $L = K^{-1}$ , $d = K^{-1}b = Lb$ ,则通过求解  $\omega = L\omega - d$ 即可实现陀螺仪的误差补偿。

#### 1.2 陀螺仪现场标定分析

传统的陀螺仪标定方法一般采用静态多位置标定和 速率标定相结合。其中,速率标定需依靠转台提供精确 的角速度作为激励。尽管有部分文献尝试对速率标定的 步骤进行简化<sup>[69]</sup>,但无法摆脱其对转台的依赖,故此类 方法不足以解决无人机陀螺仪的现场标定问题。

无人机借助 GPS 提供的位置和速度信息,可以实现 陀螺仪误差的在线标定。这一思路在由 GPS 与捷联惯 导系统(strap-down inertial navigation system, SINS)组成 的位置姿态参考系统(position and orientation system, POS)中已经得到应用<sup>[10-11]</sup>。但该方法依赖于载体机动 过程中采集的 GPS 数据,且标定效果在很大程度上取决 于载体的运动方式及轨迹。文献[12]采用"伪观测"代 替 GPS 实测数据进行陀螺仪在线标定,其原理是当 SINS 原地翻转时其位移、速度均近似为0,但此法精度较低。

基于椭球拟合的陀螺仪标定是一种利用地球自转角 速度而不需要外部设备辅助的标定方法<sup>[7]</sup>。其原理为在 同一地点,陀螺仪静置于任何姿态下,其感受到的角速度 大小均等于地球自转角速度,即式(1)中的  $|\omega| = \omega_{E} \approx$ 15°/h。这意味着角速度矢量  $\omega$ 的变化轨迹是一球面。 而在陀螺仪误差的影响下,角速度测量值  $\omega$ 的变化轨迹 则是一个椭球面,其数学表达式为:

 $\tilde{\boldsymbol{\omega}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}\tilde{\boldsymbol{\omega}} - 2\boldsymbol{d}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}\tilde{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{d}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{d} = \boldsymbol{\omega}_{E}^{2}$ (2)

通过拟合这一椭球面便可求解 L 与 d, 进而实现陀 螺仪的误差补偿。

实际上,椭球拟合法在三轴磁强计和加速度计的校 正中已经得到了广泛应用<sup>[12-15]</sup>。但由于地球自转角速度 的数值很小,而普通的小型无人机内部多是低精度的 MEMS 陀螺仪往往无法对其进行测量,因此椭球拟合法 仍不能有效解决 MEMS 陀螺仪的现场标定问题<sup>[16]</sup>。值 得一提的是,文献[12]中借助转台提供的固定角速度实 现了基于椭球拟合的 MEMS 陀螺仪标定,然而这一做法 并不能克服椭球拟合法的另一缺点,即标定后仅能保证 陀螺仪自身各轴的正交,而无法保证陀螺仪与 MINS 中 其他传感器的坐标系相重合。

文献[16-19]采用重力加速度矢量为参考,设计了另一种无需外部设备的陀螺仪现场标定方法。该方法可概括如下:在 SINS 的任一转动过程中,重力矢量的初值  $g_0$ 和终值  $g_a$ ,以及转动过程中的角速度测量值  $\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t)$ ,可分别由加速度计和陀螺仪测出;另一方面,利用 SINS 的姿

态更新算法(以算子 $\psi$ 表示),也可根据重力的初值 $g_0$ 以及角速度 $\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t)$ 推算出重力的终值。两种途径得到的重力矢量终值应当相等,即:

$$\boldsymbol{g}_{a} = \boldsymbol{\psi} \left[ \boldsymbol{g}_{0}, \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{L}, \boldsymbol{d} \right]$$
(3)

该方法的关键在于从式(3)中分离出 L 与 d, 然而文 献[16-19]中均未给出分离各误差系数的具体算法, 仅提 及采用四元数进行姿态更新并转换为方向余弦矩阵 (direction consine matrix, DCM)后用以计算重力矢量的 改变量。

文献[20]同样利用重力矢量实现陀螺仪标定,但具体采用的是重力g对时间的导数g,该导数满足式(4):

 $g \times g = \omega_{\perp} |g|^2$  (4) 式中:  $\omega_{\perp}$ 是角速度在垂直于重力g的平面内的投影。将 式(1) 描述的误差模型代入式(4),即可求解L = d。该 方法的主要缺点在于  $\omega_{\perp}$ 给计算带来一定的不便。

文献[16-21]的标定方法均采用重力矢量为参考。 在无人机磁惯导系统中,重力矢量可由加速度计给出。 此外,在该系统中还可利用磁强计测得的地磁场矢量作 为参考,本文介绍的叉积标定算法即以此为出发点。

## 2 叉积法标定陀螺仪

对于参考系中某个固定不变的矢量 u(例如重力矢量g 或地磁矢量 h),其在载体系中对时间的导数为:

 $\dot{\boldsymbol{u}} = \boldsymbol{u} \times \boldsymbol{\omega} \tag{5}$ 

将 $\omega = L\tilde{\omega} - d$ 代入式(5),并按载体系中的分量展 开可得:

式(6)是关于L与d各分量的线性表达式,且u与o 均可由无人机 MINS 中的传感器直接测量得到。根据 式(6),采用最小二乘拟合或其他算法,即可由实测数据 求解L与d,从而实现陀螺仪的标定。由于此法是以 式(5)为基础,而该式具有矢量叉积的形式,故称其为 "叉积标定算法"。 值得一提的是,若取重力矢量g作为式(5)中的矢量u,并将式(5)两边同时再与g作叉乘,再利用三重矢积的性质加以化简,便可导出前文中的式(4)。

$$\begin{split} \beta &- j \pi a_{1}, k = 0 \text{ for } a_{1}, k$$

$$\begin{bmatrix} -u_{3} & 0 & u_{1} \\ u_{2} & -u_{1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ d_{2} \\ d_{3} \end{bmatrix}$$
(8)

若将式(6)称为叉积标定法的微分形式,则式(8)即 是叉积标定法的积分形式。同时,式(8)亦可看作文 献[18-19]中所述标定方法的一种改进的具体实现,它不 仅省去了计算四元数并变换为 DCM 的步骤,更将陀螺仪 的各误差系数完全分离出来。式(6)中的导数及式(8) 中的积分均可根据原始采样数据及其采样间隔,通过数 值算法进行计算。

由上可见,叉积标定法从本质上统一了文献[16-21] 所述的标定方法,使其表达式更为简洁,并且极大地简化 了标定过程中的计算。同时,该方法只需要提供重力矢 量g或地磁矢量h(或参考系中其他任意常矢量u)在载 体系中的准确测量值即可实现标定,不需要使用转台或 其他精密设备。并且,标定中采用磁强计或加速度计的 测量值作为参考,可使陀螺仪与磁强计或加速度计的坐 标系非对准误差一并得以消除。

#### **3** 数值模拟

若采用地磁场矢量作为参考矢量,设北-东-地导航 坐标系中的地磁场矢量为 **h**=(40 0 30)<sup>T</sup> μT,时间步长 为 0.01 s,对应采样频率为 100 Hz。分别采用中心差分 公式<sup>[22]</sup>和梯形法<sup>[23]</sup>来计算式(6)中的磁场矢量变化率 和式(8)中的积分。

数据采集过程中需要制定一个合理的转动编排方案 才能方便进行陀螺仪误差的标定<sup>[12]</sup>。对于微分形式的 叉积标定法仅涉及每一采样时刻的参考矢量变化率,只 要保证陀螺仪旋转轴不与参考矢量平行,则其标定效果 与转动编排方式无关,而主要受陀螺仪噪声、参考矢量噪 声、陀螺仪本身误差大小的影响。而对于积分形式的叉 积标定法而言,采集数据时不仅受上述因素影响,还与每次旋转的初末状态之间的改变量有关,转动编排时应避免 360°旋转,以免采集到无效数据。

考虑到 d = Lb, 陀螺仪的误差可设定为:

$$\boldsymbol{L} = \begin{pmatrix} 1.1 & 0.015 & -0.025 \\ -0.01 & 1 & 0.035 \\ 0.02 & -0.03 & 0.95 \end{pmatrix}, \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 6.0 \\ -2.0 \\ -4.0 \end{pmatrix} (^{\circ}/s)$$

#### 3.1 叉积标定法微分形式数值模拟

一种方便现场标定的编排方式是依次让陀螺仪的 3 个轴分别指向天与地,进行绕轴转动,这样标定过程中 最多可采集到 36 组不同的数据。若参考系中任意常矢 量 *u* 为辅助矢量,考虑到这些旋转中有些转动会使角速 度矢量 ω 与参考矢量 *u* 平行或反向平行,同时还有一些 旋转是冗余转动,对于这些标定参数来说,至少有 12 次 有效的转动编排才可实现陀螺仪标定。

假定参考矢量包含零均值高斯白噪声,并记其标准 差为 $\sigma_h$ =0.1  $\mu$ T。设定好角速度变化规则,分别在不同 转动角度时采集 36 次旋转数据和 12 次旋转数据,对应 标定结果如表1所示。

## 表 1 微分形式下不同转动编排得到的补偿矩阵参数 (σ<sub>k</sub> = 0.1 μT)

Table 1 Parameter estimations of different calibration methods ( $\sigma_h = 0.1 \mu T$ )

转动方式		L		b	
36次转动	转角 90°	$\left(\begin{array}{c} 1.\ 099\ 890\\ -0.\ 009\ 999\\ 0.\ 019\ 998\end{array}\right)$	0. 014 998 0. 999 900 -0. 029 997	-0. 024 997 0. 034 997 0. 949 905	$ \begin{pmatrix} 5.9999999 \\ -2.000000 \\ -4.000000 \end{pmatrix} $
12 次转动	转角 90°	$\left(\begin{array}{c} 1.\ 099\ 890\\ -0.\ 009\ 999\\ 0.\ 019\ 998\end{array}\right)$	0. 014 998 0. 999 901 -0. 029 997	-0. 024 997 0. 034 996 0. 949 905	$ \begin{pmatrix} 6.000\ 000\\ -2.000\ 000\\ -4.000\ 000 \end{pmatrix} $
	转角 180°	$\left(\begin{array}{c} 1.\ 099\ 929\\ -0.\ 009\ 999\\ 0.\ 019\ 999\end{array}\right)$	0. 014 999 0. 999 936 -0. 029 998	-0. 024 998 0. 034 998 0. 949 939	$ \begin{pmatrix} 5.9999999 \\ -2.000000 \\ -4.000000 \end{pmatrix} $
	转角 270°	$\left(\begin{array}{c} 1.\ 099\ 939\\ -0.\ 009\ 999\\ 0.\ 019\ 999\end{array}\right)$	0. 014 999 0. 999 944 -0. 029 998	-0. 024 999 0. 034 998 0. 949 947	$ \begin{pmatrix} 6.000\ 000\\ -2.000\ 000\\ -4.000\ 000 \end{pmatrix} $
	转角 360°	$\left(\begin{array}{c} 1.\ 099\ 943\\ -0.\ 010\ 000\\ 0.\ 019\ 999\end{array}\right)$	0. 014 999 0. 999 948 -0. 029 998	-0. 024 999 0. 034 998 0. 949 951	$\begin{pmatrix} 6.\ 000\ 000\\ -1.\ 999\ 999\\ -4.\ 000\ 000 \end{pmatrix}$

随机产生 100 个 *L* 与 *b* 作为误差样本进行数值模 拟,以验证陀螺仪噪声和参考矢量噪声对标定效果的影 响。为验证该算法的有效性,引入文献[24-25]所述评价 因子来衡量标定效果,其中 *Ev*(*L*) 表示补偿矩阵 *L* 的计 算精度,Ev(b)表示陀螺仪零偏矩阵b的相对误差。设 陀螺仪噪声为零均值高斯噪声,其标准差 $\sigma_{\omega}$ 变化范围设 定为 0.2~2.0°/s,则从图 1 可看出该噪声影响下标定效 果的变化。设地磁场矢量包含零均值高斯噪声,噪声标 准差 $\sigma_h$ 变化范围 0.05~0.5  $\mu$ T,则相应标定效果如图 2 所示。



图 1 微分形式下陀螺仪噪声对标定的影响





Fig.2 Influence of geomagnetic vector noise on differential form calibration

假定陀螺仪噪声水平固定为 $\sigma_{\omega}$ =1.0°/s,当补偿矩 阵L的误差样本标准差 $\sigma_{D}$ 变化范围为0.02~0.1°/s,零 偏矩阵b的样本标准差 $\sigma_{b}$ 取2.5°/s~10°/s时,标定效 果如图3和4所示。



图 3 微分形式下陀螺仪误差大小对矩阵 L 标定结果的影响 Fig.3 Influence of gyro error on matrix L calibration in differential form





通过对微分形式的叉积标定法进行数值模拟,可得 到以下结论:

1)从表1可以看出,微分形式下叉积标定法的标定 效果受转动角度及转动编排方式的影响较小。

2) 从图 1 和 2 可以看出, 标定后的剩余误差会随着 陀螺仪噪声和参考矢量噪声水平的上升而增大。

3) 若以评价因子来衡量, 从图 3 和 4 可以看出, 陀螺 仪误差越大该算法的标定效果相对明显, 但是需要注意 的是, 补偿矩阵 L 与零偏矢量 b 相互之间并不影响标定 效果。

## 3.2 叉积标定法积分形式数值模拟

采用与微分形式叉积标定法数值模拟相同条件, 进行积分形式叉积标定法数值模拟,标定结果如表 2 所示。

#### 表 2 积分形式下不同转动编排得到的补偿矩阵参数

 $(\sigma_{\rm h} = 0.1 \ \mu T)$ 

Table 2 Parameter estimations of integral calibration methods ( $\sigma_{\rm h} = 0.1 \ \mu T$ )

转动方式		L		b	
36 次转动	转角 90°	$\left(\begin{array}{c} 1.\ 099\ 890\\ -0.\ 009\ 999\\ 0.\ 019\ 998\end{array}\right)$	0. 014 998 0. 999 900 -0. 029 997	-0. 024 997 0. 034 997 0. 949 905	(5.9999999) (-2.000000) (-4.000000)
12 次转动	转角 90°	$\left(\begin{array}{c} 1.\ 099\ 890\\ -0.\ 009\ 999\\ 0.\ 019\ 998\end{array}\right)$	0. 014 998 0. 999 901 -0. 029 997	-0. 024 997 0. 034 996 0. 949 905)	$ \begin{pmatrix} 6.000000 \\ -2.000000 \\ -4.000000 \end{pmatrix} $
	转角 180°	$\left(\begin{array}{c} 1.\ 099\ 990\\ -0.\ 010\ 000\\ 0.\ 020\ 000\end{array}\right)$	0. 015 000 0. 999 991 -0. 030 000	-0. 025 000 0. 035 000 0. 949 939	$\begin{pmatrix} 6.\ 000\ 005\\ -1.\ 999\ 994\\ -4.\ 000\ 005 \end{pmatrix}$
	转角 270°	$\left(\begin{array}{c} 1.\ 099\ 936\\ -0.\ 009\ 999\\ 0.\ 019\ 999\end{array}\right)$	0. 014 999 0. 999 942 -0. 029 998	-0. 024 999 0. 034 998 0. 949 945	$\begin{pmatrix} 6.\ 000\ 019\\ -2.\ 000\ 020\\ -4.\ 000\ 019 \end{pmatrix}$
	转角 360°	$\begin{pmatrix} -0.\ 267\ 293\\ 0.\ 070\ 916\\ -0.\ 018\ 286 \end{pmatrix}$	0. 039 990 -0. 175 385 0. 019 523	0. 006 784 -0. 022 332 -0. 139 301)	$\begin{pmatrix} 5.9999999\\ -2.000003\\ -4.000002 \end{pmatrix}$

从表2可以注意到,当转动角度为360°时,积分形式 的叉积标定法无法正确计算矩阵 L。这是因为,旋转 360°等于回到起始位置,积分过程的初、末状态之间的改 变量为0,对应的标定效果必然显著恶化。由此可注意 到,在采用积分形式的叉积标定法时,数据采集过程中的 转动编排方式尤为重要。

同样,采用前述评价方法可获得积分形式下评价因子 *Ev*(*L*)与 *Ev*(*b*),并得出相应噪声及误差对标定效果的影响,如图 5~8 所示。



图 5 积分形式下陀螺仪噪声对标定效果的影响 Fig.5 Influence of gyro noise on integral form calibration





Fig.6 Influence of geomagnetic vector noise on integral form calibration



图 7 积分形式下陀螺仪误差大小对矩阵 L 标定结果的影响 Fig.7 Influence of gyro error on matrix L calibration in integral form





#### 3.3 仿真分析

综上所述,无论是微分形式或积分形式的叉积标定 法都能有效地辨识和补偿陀螺仪的各项误差系数,并且 在各种不同因素影响下均能获得良好的标定效果。根据 理论分析以及数值模拟结果,需要注意是数据采集过程 中的转动编排方式:

1) 陀螺仪三轴分别指向天与地,共6种位置姿态,转 动时应尽量避免传感器的旋转轴与导航坐标系参考矢量 平行时无法采集到有效数据的情况。

2) 若采用积分形式的叉积标定法,采集数据时应避 免作 360°旋转,否则因采集到的参考矢量传感器数据改 变量为零,无法进行补偿矩阵计算。

从同等条件下的仿真效果来看,叉积标定法的微分 形式对陀螺仪噪声比较敏感,叉积标定法的积分形式对 参考矢量噪声更为敏感,总体来说,两者对零偏的标定效 果相差不大,但是对于补偿矩阵 L 的标定精度前者要远 远高于后者,且微分形式的叉积标定法对数据采集过程 中的转动编排受限较小,若忽略 MEMS 陀螺仪的噪声问 题,采用微分形式的叉积标定法对于实际操作来说将更 加方便。

#### 4 实物验证

#### 4.1 转台实验

采用基于三轴磁强计(HMC5883 L)、三轴加速度计 (ADXL345)和三轴 MEMS 陀螺仪(L3GD20H)的 MINS 模块对本文介绍的叉积标定法进行实物验证。

为定量检验叉积标定法的效果,同时采用单轴速率转台(DTOP300E)对该 MINS 中的陀螺仪进行标定,并将 采用转台进行标定的结果与叉积标定法的结果进行对 比。其中,单轴速率转台的转轴沿竖直方向,角速度范围 为±300°/s,角速度分辨率为0.000 1°/s。

## 4.2 采用转台的标定

标定操作流程如下:

1) 根据文献 [14-15, 26] 方法校正加速度计和磁 强计。

2)将 MINS 模块分别置于不同姿态下,并依次设定 转台速率为 10、30、60 和 90°/s,读取并记录各传感器读 数,每一种组合下均至少采集 1 圈以上的读数。其中, 10、30 及 90°/s 转速下的读数用于标定,60°/s 转速下的 读数用于验证标定效果。

3)在每一姿态下,将磁强计在旋转一圈过程中的磁 场变化率读数取平均,所得矢量的方向便是转台转轴在 磁强计坐标系中的方向,进而可得到磁强计坐标系中的 角速度准确值。

4)根据步骤2)所得陀螺仪读数以及步骤3)中所得 角速度准确值,采用最小二乘拟合对陀螺仪进行标定。

以上标定方法中,利用磁强计读数确定转台所提供的角速度矢量在磁强计坐标系中的指向,既避免了操作中 MINS 模块在转台上的调平及调北误差对标定结果的影响,又可确保标定后陀螺仪与磁强计各坐标轴之间对应重合。

### 4.3 叉积法标定

为在同等条件下进行对比,叉积标定法采用上述转 台标定中采集的原始数据,并且在标定陀螺仪前同样先 对磁强计与加速度计进行校正。

应当注意的是,由于转台提供的角速度沿竖直方向, 这使得重力矢量的测量值在旋转中几乎不变。因此,对 于叉积标定法而言,上述步骤1)中采集的重力数据属于 无用数据,故采用磁场数据代入式(6)和(8)进行计算。

另一方面,对于叉积标定法的积分形式,一个重要问题是如何在原始数据中划定每一积分区间的起止。从 式(8)来看,设法增大矢量 u 在积分过程中的改变量 Δu 有利于减小计算误差。若使 u(t<sub>1</sub>)与 u(t<sub>2</sub>)接近于正交, 便可实现这一点。为此,采用如下方法决定每次积分的 起止时刻:1)取定积分的起始时刻,并记下磁场矢量的起 始值;2)在积分过程中,不断将磁场采样值与起始值作点 积,该点积反映了磁场矢量的变化角度;3)当上述点积的 变化趋势由减小转为增大时,即结束本次积分,并累积最 小二乘数据。

## 4.4 MINS 模块实验结果与讨论

以上实验中采用了3种方法对 MEMS 陀螺仪进行了 标定,依次为转台标定法、叉积标定法微分形式和叉积标 定法积分形式。3种方法的标定结果如表3所示。

从直观上看,表3中3种方法的标定结果彼此吻合。 为定量检验3种方法的标定效果,将表3所列标定结果 分别代入前述的陀螺仪误差模型,进行误差补偿并验证 其效果。针对60°/s转速下12种不同姿态的采样数据, 分别计算未进行标定时的角速度误差以及按3种标定方

表 3 标定结果对比 Table 3 Comparison of calibration results

参数	转台标定法	叉积标定法微分形式	叉积标定法积分形式	
L	$ \begin{pmatrix} 1.\ 043\ 3 & 0.\ 025\ 1 & -0.\ 008\ 5 \\ -0.\ 028\ 9 & 1.\ 012\ 7 & -0.\ 000\ 9 \\ 0.\ 006\ 8 & 0.\ 003\ 6 & 0.\ 979\ 0 \end{pmatrix} $	$ \begin{pmatrix} 1.042 & 1 & 0.024 & 8 & -0.008 & 5 \\ -0.029 & 1 & 1.012 & 4 & -0.000 & 4 \\ 0.006 & 7 & 0.003 & 0 & 0.978 & 7 \end{pmatrix} $	$ \begin{pmatrix} 1.\ 042\ 7 & 0.\ 025\ 2 & -0.\ 008\ 5 \\ -0.\ 028\ 7 & 1.\ 013\ 1 & -0.\ 001\ 0 \\ 0.\ 006\ 8 & 0.\ 003\ 4 & 0.\ 979\ 5 \end{pmatrix} $	
<b>b</b> /(°/s)	(-3.6279 1.9912 -0.1910) <sup>T</sup>	(-3.6261 1.9777 -0.1187) <sup>T</sup>	(-3.620 2 1.981 8 -0.128 3) <sup>T</sup>	

法进行标定后的剩余误差,如表4所示。应当指出,三轴 陀螺仪的角速度测量值及其误差均应视为三维矢量, 表4所列数据是指角速度误差幅值的平均值。

表 4 标定前后角速度误差

Table 4 Errors of angular velocity before and after calibration

标定方法	角速度误差(均方值)/(°/s)
未标定	3.107 8
转台标定法	0. 222 7
叉积标定法微分形式	0. 229 1
叉积标定法积分形式	0. 227 9

表 4 所列结果表明, 叉积标定法无论在微分形式或 积分形式下, 均能达到与转台标定非常接近的精度。另 一方面, 对比表 3 和 4 中的数据可见, 对于低成本三轴 MEMS 陀螺仪, 零偏是其误差的首要来源。

值得强调的是,叉积标定法在标定过程中并不需要 转台提供精确的角速度,但需要利用磁强计或加速度计 的读数,作为式(6)或(8)中的矢量 *u*。因此,在上述实 验中,需先对 MINS 中的磁强计和加速度计进行校正,具 体方法与步骤可参见文献[14-15,26]。

#### 4.5 无人机实验验证

无人机在首次进行外场飞行时首先对磁强计和加速 度计进行校正,然后再标定陀螺仪。以无人机遥测实验 室自制的六旋翼无人机为平台进行现场标定及飞行实 验,标定时先按下相应标定开关,将旋翼无人机的机头分 别朝向前、后、左、右、上、下 6 种位置进行转动,实现对 MINS 中的陀螺仪的标定,操作示例如图 9 所示。在标定 模式下,每次转动保持一圈以上,为保证标定效果,转动 过程中尽可能保持动作平稳。因标定过程中涉及多次转 动,为防止姿态数据采集不完整,整个过程中指示信号灯 会闪烁,采集数据满足解算要求后,指示灯熄灭,标定 完成。

为保障叉积标定法的微分形式和积分形式都能有效,每圈转动时以90°为节拍进行数据采集,如图10所示,这样既能保证积分形式下参考矢量在每次旋转的初、 末状态之间有较大的改变量,也利于操作人员现场标定。



图 9 3 种不同位置下转动操作示例





图 10 六旋翼无人机标定过程中转动节拍

Fig.10 Rotation time of the hex-rotor UAV during calibration

标定过程中,按照前述步骤,手动旋转无人机,并采 集原始数据存入机载 SD 卡中,可得到三轴陀螺仪数据曲 线,如图 11 所示。



Fig.11 Original data of gyroscope during calibration

使无人机处于上电静止状态(不解锁遥控器),进行静 基座试验。图 12 所示为由三轴陀螺仪数据直接解算出来 的俯仰角在 1 min 内随时间漂移曲线。因陀螺仪存在噪 声、零偏等误差,在进行角度解算时的积分会导致误差累 积,标定前后都存在不同程度的漂移。其中黑色线为未进 行标定所测数据,灰色线为积分形式叉积法标定后所测数 据,浅灰色为微分形式叉积法标定后测得的输出曲线。





在数值仿真情况下,虽然叉积标定法的微分形式标 定效果要优于积分形式,但从图 12 可以看出,在现场标 定时两者效果大体相当,主要是由于微分形式的叉积标 定法受噪声影响较大,实际应用中对于矩阵 L 的标定效 果难免与前述的数值模拟情况有所出入。同时从图 12 还可以看出,由于无人机陀螺仪标定后仍然会存在一定 误差,解算后的姿态角度会累积漂移,校正后的采样值可 与递推滤波算法(如卡尔曼滤波算法<sup>[27]</sup>、带反馈的互补 滤波算法<sup>[28]</sup>)相结合来抑制累积误差。该六旋翼无人机 在实际飞行过程中,陀螺仪数据会与飞控中的二阶互补滤波 算法结合,从而有效保障飞行过程中的姿态数据的稳定。

在东北风3级条件下进行无人机悬停实验,首先解锁遥控器,让旋翼无人机升空后,保持遥控器各控制舵回中(各姿态角控制状态不变),让无人机进入定点悬停状态,利用机载SD卡存储的数据可以得到无人机采用积分形式和微分形式叉积标定后的俯仰角数据曲线,如图13所示。从图13中可以看出,无人机解锁后,采用两种形式标定的陀螺仪数据结合递推数据滤波算法后俯仰角都不存在累计漂移误差,在空中定点悬停状态下角度偏差都可控制在0.8°以内,能有效满足无人机飞行控制和任务载荷需求。而采用微分形式叉积标定的姿态数据受噪声干扰更为明显,因此采用积分形式的叉积标定法在现场标定陀螺仪后更有利于取得较好的飞行效果。





## 5 结 论

本文提出了用于标定无人机磁惯导系统中三轴 MEMS 陀螺仪的叉积算法。该算法能从本质上统一那 些基于重力矢量标定陀螺仪的相关方法,使其表达式 更为简洁,过程计算更方便,而且无需速率转台或其他 精密设备,适合于在使用环境下对三轴 MEMS 陀螺仪 进行现场标定。数值模拟显示,在数据采集过程中的 转动编排、陀螺仪噪声、参考矢量噪声、陀螺仪误差大 小等因素情况下该方法仍具有较好的标定效果,能精 确计算陀螺仪的各误差系数。MINS 模块实验表明,同 等条件下该方法的标定精度与采用转台的标定方法相 当,对 MINS 中的三轴 MEMS 陀螺仪进行现场标定是可 行并且有效的。通过六旋翼无人飞行器现场标定和飞 行实验表明,将叉积标定法和递推数据滤波算法结合 可获得稳定的姿态角数据,有利于无人机的飞行控制 和载荷任务执行。

## 参考文献

- IEEE. IEEE Standard for IEEE Test Procedure for Single-Degree-of-Freedom Spring - Restrained Rate Gyros: ANSI/IEEE Std 293-1969 [S/OL].2014:1-14[2014-12-05]. https://ieeexplore.ieee.org/servlet/opac? punumber=6971045
- [2] IEEE. IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Interferometric Fiber Optic Gyros: IEEE Std 952-1997 [S/OL]. 2017:1-14 [2017-02-27]. https://ieeexplore.ieee.org/servlet/opac? punumber=7862716
- [3] IEEE. IEEE Draft Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Single-Axis Interferometric Fiber Optic Gyros: IEEE P952/D06 [S/OL]. 2020: 1-89
   [2020-02-19]. https://ieeexplore. ieee. org/servlet/ opac? punumber=9005415
- [4] TITTERTON D H, WESTON J L. Strapdown inertial navigation technology [J]. Aerospace and Electronic Systems Magazine, 2005, 20(7): 33-34.
- [5] DORVEAUX E, BOUDOT T, HILLION M, et al. Combining inertial measurements and distributed magnetometry for motion estimation [C]. American Control Conference, IEEE, 2011: 4249-4256.
- [6] SYED Z F, AGGARWAL P, GOODALL C, et al. A new multi-position calibration method for MEMS inertial navigation systems [J]. Measurement Science and Technology, 2007, 18(7): 1897-1907.
- [7] 孙宏伟,房建成,盛蔚.一种基于 MEMS 的微惯性测量 单元标定补偿方法[J].北京航空航天大学学报,2008,

34(4)**:**439-442.

SUN H W, FANG J CH, SHENG W. Calibration compensation method for micro inertial measurement unit based on MEMS [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2008, 34(4): 439-442.

- [8] CHEUK P C M, LAU T K, LIN K W, et al. Automatic calibration for inertial measurement unit [C]. International Conference on Control Automation Robotics & Vision, IEEE, 2012: 1341-1346.
- [9] QURESHI U, GOLNARAGHI F. An algorithm for the infield calibration of a MEMS IMU [J]. IEEE Sensors Journal, 2017, 17(22): 7479-7486
- [10] 陈霖,周廷,房建成,等.航空遥感运动补偿用 POS 高 阶误差模型的建立与分析[J].仪器仪表学报,2012, 33(11):2436-2445.

CHEN L, ZHOU T, FANG J CH, et al. Establishing and analysis of POS high-order error model for motion compensation in aerial remote sensing [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2012, 33 (11): 2436-2445.

- [11] NIEMINEN T, KANGAS J, SUURINIEMI S, et al. An enhanced multi-position calibration method for consumer-grade inertial measurement units applied and tested [J]. Measurement Science and Technology, 2010, 21(10): 105204.
- [12] LI Y, NIU X J, ZHANG Q, et al. An in-situ hand calibration method using a pseudo-observation scheme for low-end inertial measurement units [J]. Measurement Science and Technology, 2012, 23(10): 105104.
- [13] FONG W T, ONG S K, NEE A Y C. Methods for in-field user calibration of an inertial measurement unit without external equipment [J]. Measurement Science and Technology, 2008, 19(8): Art. no. 085202.
- [14] 范玉宝,李杰,张晓明,等.基于椭球拟合的微惯性测量
   组合现场快速标定方法[J].传感技术学报,2011,
   24(11):1547-1550.

FAN Y B, LI J, ZHANG X M, et al. A rapid field calibrating method for micro inertial measurement unitbased on ellipsoid fitting [J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2011, 24(11): 1547-1550.

- [15] 龙礼,张合.三轴地磁传感器误差的自适应校正方法. 仪器仪表学报,2013,34(1):161-165.
  LONG L, ZHANG H. Automatic and adaptive calibration method of tri-axial magnetometer[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2013, 34(1): 161-165.
- [16] 龙达峰,刘俊,张晓明,等.基于椭球拟合的三轴陀螺仪 快速标定方法[J]. 仪器仪表学报,2013,34(6): 1299-1305.

LONG D F, LIU J, ZHANG X M, et al. Triaxial gyroscope fast calibration method based on ellipsoid fitting[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2013, 34(6): 1299-1305.

- [17] 李杰,田晓春,范玉宝,等.基于椭球拟合的弹载 MIMU 现场快速标定技术[J].弹箭与制导学报,2013,33(1):10-12,16.
  LI J, TIAN X CH, FAN Y B, et al. Field fast calibration techniques for missile-borne MIMU based on ellipsoid fitting[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2013, 33(1): 10-12, 16.
- [18] CHOW J, HOL J, LUINGE H. Tightly-coupled joint user self-calibration of accelerometers, gyroscopes, and magnetometers[J]. Drones, 2018,6(2):1-20.
- [19] 高伟,叶攀,许伟通. 捷联惯导系统现场标定方法[J]. 计算机测量与控制, 2016, 24(7): 17-22.
  GAOW, YE P, XU W T. Field calibration method for strapdown inertial navigation system [J]. Computer Measurement & Control, 2016, 24(7): 17-22..
- [20] LI X, LI ZH. Vector-aided in-field calibration method for low-end MEMS gyros in attitude and heading reference systems [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2014, 63(11): 2675-2681.
- [21] ZHANG P, ZHAN X, ZHANG X, et al. Error characteristics analysis and calibration testing for MEMS IMU gyroscope [J]. Aerospace Systems, 2019, (2): 97-104.
- [22] 王小旭,潘泉,程咏梅,等.中心差分卡尔曼平滑器[J].控制理论与应用,2012,29(3):361-367.
  WANG X X, PAN Q, CHENG Y M, et al. Central difference Kalman smoother [J]. Control Theory & Applications, 2012,29(3):361-367.
- [23] 张志竟, 王汉忠, 贺培蓉. 傅里叶算法和微分方程算 法的改进[J]. 电力系统自动化,1983(5):22-32.
  ZHANG ZH J, WANG H ZH, HE P R. Analysis and improvement of current Fourier algorithm and differential equation algorithm [J]. Automation of Electric Power Systems, 1983(5):22-32.
- [24] SARKKA O, NIEMINEN T, SUURINIEMI S, et al. A multi-position calibration method for consumer-grade accelerometers, gyroscopes, and magnetometers to field conditions[J]. IEEE Sensors Journal, 2017, 17(11): 3470-3481.
- [25] 李翔. 基于 MARG 传感器的 AHRS 关键技术研究[D]. 西安:西安电子科技大学, 2013.
  LI X. Research on the key technologies of MARG- sensor-based AHRS[D]. Xi'an:Xidian University, 2013.
- [26] 王勇军,李智,李翔.无人机磁惯导系统中航向校正

的双内积算法[J]. 仪器仪表学报, 2019, 40(9): 87-94.

WANG Y J, LI ZH, LI X. Dual inner product algorithm for heading calibration in Magneto-inertial navigation system of UAV [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2019,40(9):87-94.

 [27] 韩萍,干浩亮,何炜琨,等.基于迭代中心差分卡尔曼滤波的飞机姿态估计[J].仪器仪表学报,2015, 36(1):187-193.

HAN P, GAN H L, HE W K, et al. Iterated central difference Kalman filter based aircraft attitude estimation [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2015, 36(1): 187-193.

[28] 刘洪剑, 王耀南, 谭建豪, 等.基于加速度变噪声 EKF 的无人机姿态融合算法[J].电子测量与仪器学报, 2016,30(3):333-341.

LIU H J, WANG Y N, TAN J H, et al. Attitude fusion algorithm of UAV based on acceleration varying-noise EKF [J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2016, 30(3):333-341.

#### 作者简介



**王勇军**,2007年和2010年于桂林电子 科技大学分别获得学士与硕士学位,现为桂 林电子科技大学博士研究生、桂林航天工业 学院副教授,主要研究方向为精密测量与智 能控制、无人机组合导航技术。

E-mail: dongwang@guat.edu.cn

**Wang Yongjun** received his B. Sc. degree and M. Sc. degree both from Guilin University of Electronic Technology in 2007 and 2010, respectively. He is currently a Ph. D. candidate at Guilin University of Electronic Technology and an associate professor at Guilin University of Aerospace Technology. His main researchinterests include precision measurement and intelligent control, and UAV integrated navigation technology.



**李智**(通信作者),2003 年于电子科技 大学获博士学位,现为桂林航天工业学院教 授,主要研究方向为智能仪器系统,现代测 试理论与技术。

E-mail: cclizhi@guet.edu.cn

Li Zhi (Corresponding author) received his Ph. D. degree from University of Electronic Science and Technology of China in 2003. He is currently a professor at Guilin University of Aerospace Technology. His main research interests include intelligent instrument system and modern testing theory and technology.



**李翔**,2007年于北京航空航天大学获 理学学士学位,2010年于桂林电子科技大学 获工学硕士学位,2013年于西安电子科技大 学获博士学位,现为桂林电子科技大学讲 师,主要研究方向为姿态测量与智能传 感器。

E-mail: xli1984@ hotmail.com

Li Xiang received his B. Sc. degree from Beijing University of Aeronautics and Astronautics in 2007, received his M. Sc. degree from Guilin University of Electronic Technology in 2010, and received his Ph. D. degree from Xidian University in 2013. He is currently a lecturer at Guilin University of Electronic Technology. His main research interests include attitude measurement and intelligent sensors.