

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J1905436

# 分段线性非对称系统在故障检测中的研究\*

贺利芳, 江川, 张刚, 张天骐

(重庆邮电大学通信与信息工程学院 重庆 400065)

**摘要:**随机共振具有能够提取轴承故障特征频率和将噪声能量转为信号能量的优点。针对对称分段线性模型性能不够理想的问题,提出了一种非对称分段线性随机共振系统模型,并采用遗传算法对模型参数进行优化选取。在假定模型具有两个稳态的情况下,对该模型进行解析关系分析与输出信噪比(SNR)的公式推导。同时在模型的公式分析与数值仿真两方面与对称双稳态分段线性随机共振系统进行对比分析,证明该系统的优越性。而后将该模型应用于轴承故障检测当中,采用自适应遗传算法对系统各参数进行协同寻优,对称系统内外圈故障信号检测中故障频率处的幅度值分别为 50.79 与 13.03,非对称系统为 391.8 与 189.3。结果显示该模型具有优良的检测效果,证明该模型在故障检测当中具有巨大潜力。

**关键词:** 随机共振; 遗传算法; 非对称线性模型; 故障检测

**中图分类号:** TN911.7 TH7 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.40

## Research on fault detection of the piecewise linear asymmetric system

He Lifang, Jiang Chuan, Zhang Gang, Zhang Tianqi

(School of Communication and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

**Abstract:** Stochastic resonance has the advantages of extracting bearing fault feature frequency and converting noise energy into signal energy. To solve the problem of unsatisfactory performance caused by inadequate selection of models and parameters, a model of asymmetric piecewise linear stochastic resonance system is proposed. The model is assumed to have two steady states. The analytical relationship and the output signal-to-noise ratio formula of the model are derived. Meanwhile, the model is compared with the symmetric piecewise linear stochastic resonance system in terms of formula analysis and numerical simulation. The advantages of the system are proved. Then, the model is applied to bearing fault detection, and the adaptive genetic algorithm is used to optimize the parameters of the system. In the inner and outer fault detection for the symmetric system, the amplitude frequency values are 50.79 and 13.03, respectively. In the inner and outer fault detection for the asymmetric system, the amplitude frequency values are 391.8 and 189.3, respectively. Results show that the model has excellent detection effect, which proves that the model has great potential in fault detection.

**Keywords:** stochastic resonance; genetic algorithm; asymmetric linear model; fault detection

## 0 引言

当非线性系统与待测信号和非待测信号(噪声)产生协同作用时会产生共振现象。这时噪声强度增强,噪声不会淹没信号,反而会增加信噪比(signal to noise ratio, SNR),噪声能量向信号转移。这表明随机共振是从强噪声中提取微弱信号的一个强有力的手段<sup>[1-2]</sup>。但大量研究表明,经典的随机共振理论只有在小参数情况

下,即绝热近似条件下,才具有明显的检测优势。在工程应用中,大多数目标信号都不是小参数信号,这极大地限制了在工程中的应用。近年来,对于大参数信号产生共振现象已经取得了一系列的成果,如使用二次采样、单边带调制、频域信息交换等方法,都能让大参数信号产生共振现象<sup>[3]</sup>。文献[4]提出分段线性双稳模型具有比经典双稳模型更好的性能,文献[5]表明非对称双稳模型通过调节非对称因子能获得比对称双稳模型更好的性能。由于对称分段线性模型是非对称模型的一种特殊情况,

收稿日期:2019-08-02 Received Date:2019-08-02

\* 基金项目:国家自然科学基金(61371164)、重庆市杰出青年基金(CSTC2011jjjq40002)、重庆市教育委员会科研项目(KJ130524)资助

因此讨论更广泛的分段线性模型存在着其必要性。张刚等<sup>[6]</sup>和贺利芳等<sup>[7]</sup>将随机共振系统应用在了轴承故障检测。张刚等<sup>[8]</sup>发现系统性能还受系统的各参数的影响,参数的选取直接将影响系统的优劣性。张超等<sup>[9]</sup>通过自适应遗传算法获得较好的系统参数,并将其应用于轴承故障的检测当中。

基于此,本文提出一种非对称线性分段双稳态模型。推导出了模型的解析式和 SNR,并与对称双稳态分段线性随机共振系统以及连续双稳态系统进行对比分析。同时为在轴承故障检测的应用中获得更好的性能,采用遗传算法来获取较好的系统参数。结果表明,该方法能够有效地提取故障特征频率且具有比对称模型更加优良的性能。

### 1 非对称分段线性模型理论分析

#### 1.1 非对称分段线性模型

势函数  $U(x)$  表达式如式(1)所示。

$$U(x) = \begin{cases} -\frac{c}{r(a-b)}(x+ra), & x < -rb \\ \frac{c}{rb}x, & -rb \leq x < 0 \\ -\frac{c}{b}x, & 0 \leq x < b \\ -\frac{c}{(a-b)}(x-a), & b \leq x \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $r$  是非对称因子;  $a, b, c$  都是系统参数且都大于 0。在静态条件下,系统具有两个势阱和一个势垒,两阱底分别位于  $x_+ = b$  和  $x_- = -rb$ , 势垒高度  $\Delta U = c$ 。

当  $r=1$  时为对称的分段线性模型,其他情况为非对称的线性系统。势函数如图 1 所示,可以看出势阱宽度随非对称因子变化情况。

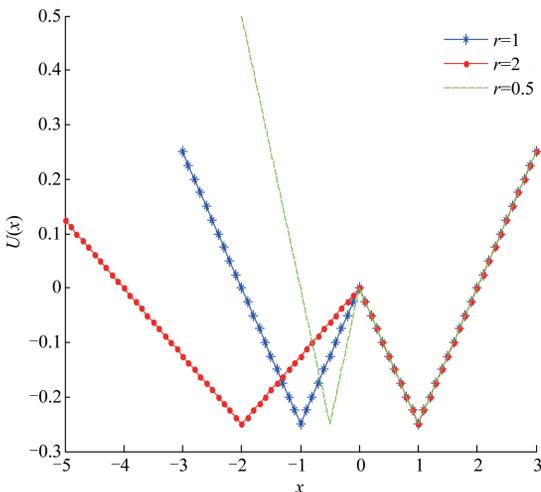


图 1 势函数

Fig.1 Potential function

#### 1.2 系统响应与 SNR

该系统的稳态为  $+x_m, -x_n$  且  $rx_m = x_n$ 。设  $p_{\pm}(t)$  为时刻  $t$  系统处于两稳态  $+x_m, -x_n$  的概率,定义  $W_{\pm}(t)$  为  $t$  时刻从稳态  $+x_m, -x_n$  跃迁的概率。由于两势阱非对称,两势阱的跃迁概率也不相同,即  $W_+(t) \neq W_-(t)$ ,当非对称因子  $r=1$  时等式成立。根据绝热近似理论<sup>[10]</sup>,非对称线性双稳系统的逃逸率如式(2)所示。

$$\begin{aligned} R_-^{-1} &= \frac{1}{D} \int_{-ra}^{-rb} e^{-\frac{c}{rb}(x+ra)} dx \int_{-rb}^0 e^{\frac{c}{rb}x} dx \\ R_+^{-1} &= \frac{1}{D} \int_{-a}^{-b} e^{-\frac{c}{(a-b)}(x+a)} dx \int_{-b}^0 e^{\frac{c}{(a-b)}x} dx \end{aligned} \quad (2)$$

式中:  $D$  表示噪声强度;  $a, b, c$  为系统参数;  $r$  是非对称因子。跃迁率  $W_{\pm}(t)$  通常被认为具有指数形式,在周期信号  $s(t) = A \cos(\omega_0 t)$  作用下,对其进行泰勒级数展开,如式(3)所示。

$$\begin{aligned} W_+ &= R_+ \left[ 1 + \frac{Ax_m}{D} \cos(\omega_0 t) + \frac{1}{2} \left( \frac{Ax_m}{D} \right)^2 \times \right. \\ &\quad \left. \cos^2(\omega_0 t) + \dots \right] \\ W_- &= R_- \left[ 1 - \frac{Ax_n}{D} \cos(\omega_0 t) + \frac{1}{2} \left( \frac{Ax_n}{D} \right)^2 \times \right. \\ &\quad \left. \cos^2(\omega_0 t) - \dots \right] \end{aligned} \quad (3)$$

在绝热近似假设下,可根据式(2)和(3)建立该模型概率方程。

$$\begin{aligned} \frac{dp_-(t)}{dt} &= -R_- P_-(t) + R_+ P_+(t) \\ \frac{dp_+(t)}{dt} &= -R_+ P_+(t) + R_- P_-(t) \end{aligned} \quad (4)$$

解式(4)的方程组可得:

$$\begin{aligned} P_-(t) &= \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{R_-} + e^{-(R_-+R_+)t} \right] \\ P_+(t) &= \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{R_+} - e^{-(R_-+R_+)t} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

由式(5)可得概率分布函数。

$$\begin{aligned} p_-(t) &= \dot{P}_-(t) = -\left( \frac{R_- + R_+}{2} \right) e^{-(R_-+R_+)t} \\ p_+(t) &= \dot{P}_+(t) = \left( \frac{R_- + R_+}{2} \right) e^{-(R_-+R_+)t} \end{aligned} \quad (6)$$

对式(6)进行 Fourier 变换可得频域概率分布函数。

$$|p(\omega)| = |p_-(\omega)| + |p_+(\omega)| = \frac{R_- + R_+}{\sqrt{(R_- + R_+)^2 + \omega^2}}$$

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{\omega}{R_- + R_+}\right) \quad (7)$$

由于  $A$  取值很小,则双稳系统的响应可表示为:

$$\langle x(t) \rangle = \bar{x}(D) \cos(\omega_0 t + \bar{\phi}(D)) \quad (8)$$

式中:  $\bar{x}(D) = \frac{(1+r^2)Ax_m^2}{D} \frac{R_- + R_+}{\sqrt{(R_- + R_+)^2 + \omega_0^2}}, \bar{\phi}(D) =$

$$\arctan\left(\frac{\omega_0}{R_- + R_+}\right)。$$

噪声的功率谱可写为下式:

$$S_N(\omega) = \left[ 1 - \left(\frac{Ax_m^2}{2D}\right) \frac{(R_- + R_+)^2}{(R_- + R_+)^2 + \omega_0^2} \right] \cdot$$

$$\frac{(R_- + R_+)^2(1+r^2)x_m^2}{(R_- + R_+)^2 + \omega_0^2} \quad (9)$$

输出功率谱由自相关函数 Fourier 变换得到,如下式:

$$S(\omega) = \frac{\pi}{2} x^{-2}(D) [\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)] +$$

$$S_N(\omega) \quad (10)$$

则 SNR 为:

$$SNR = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) - S_N(\omega) d\omega}{S_N(\omega_0)} =$$

$$\frac{(1+r^2)\pi A^2 x_m^2 (R_- + R_+)}{4D^2 \left[ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{Ax_m}{D}\right)^2 \frac{(R_- + R_+)^2}{(R_- + R_+)^2 + \omega_0^2} \right]} \quad (11)$$

对于该系统,可求得  $x_m = b$ ,且由式(2)可得:

$$R_- = \frac{c^2}{r^2(a-b)b} e^{-\frac{c}{b}} \quad (12)$$

$$R_+ = \frac{c^2}{(a-b)b} e^{-\frac{c}{b}}$$

代入式(11),在不考虑分母中高阶项的情况下可将 SNR 近似为:

$$SNR \approx \frac{\pi b (1+r^2)^2 c^2 A^2}{4D^2 (a-b)r^2} e^{-\frac{c}{b}} \quad (13)$$

当  $r=1$  时可得文献[5]中的对称分段线性模型的 SNR 公式。由文献[10]得到连续双稳系统的 SNR 公式。

$$SNR = \frac{\sqrt{2}u^2 A^2}{4D^2} e^{-\frac{c}{b}} \quad (14)$$

式中:  $u$  为系统参数;势垒高度为  $\Delta U = u^2/4$ ;阱底位  $x = \pm\sqrt{u}$ ,令  $u = 2$ ,选取系统的参数  $a = 1, b = 1, c = 1$ 。使得势阱高度和势阱位置相同,然后再通过改变非对称因子来进行对比研究。在输入信号和噪声完全相同的情况下如图2所示为 SNR 随噪声强度  $D$  的变化情况。由图2可知,伴随分段线性系统和经典连续双稳系统的噪声强度  $D$  增强,SNR 也快速增长达到最大值,但噪声继续增

强反而会衰减。非对称分段线性系统也具有相同现象,但在噪声强度由小变大的过程中该系统始终大于其他两个系统。可见非对称分段线性系统在相同的系统参数情况下,可获得更高的 SNR。

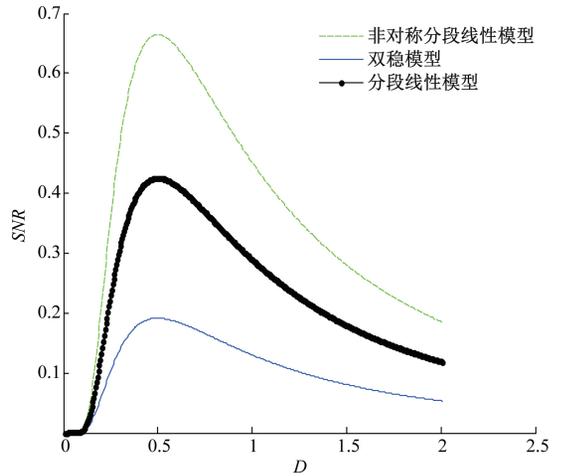


图2 3个系统 SNR 随噪声强度变化  
Fig.2 SNR of three systems with noise intensity

## 2 非对称线性模型数值仿真

为对上述结果进行验证,因文献[5]已经将对称分段线性模型与连续双稳系统进行了比较,并得出了分段线性模型的性能更优这一结果。因此,本文只对非对称与对称的分段线性模型进行对比分析。根据式(1)该系统模型可写为如下形式:

$$\dot{x}(t) = -\frac{dU(x)}{dx} + H(t) =$$

$$\begin{cases} -\frac{c}{r(a-b)} + H(t), & x < -rb \\ \frac{c}{rb} + H(t), & -rb \leq x < 0 \\ -\frac{c}{b} + H(t), & 0 \leq x < b \\ \frac{c}{(a-b)} + H(t), & 0 \leq x < b \end{cases} \quad (15)$$

式中:  $H(t) = A\cos(2\pi ft) + \varepsilon(t)$ ,  $\varepsilon(t)$  表示噪声,其均值为 0,自相关函数可表示为  $\langle \varepsilon(t)\varepsilon(t+\tau) \rangle = 2D\delta(t-\tau)$ 。  $D$  为噪声强度;  $\tau$  为延迟时间;  $f$  为输入信号频率;  $A$  为其幅值。对式(1)进行 4 阶 Runge-Kutta 进行仿真<sup>[11]</sup>,将  $r=1$  和  $r \neq 1$  进行对比并探究其共振行为。

输入信号频率  $f = 0.01$ , 采样频率和幅度噪声强度  $f_s = 5, A = 0.1, D = 4$ ,非对称因子  $r = 1$  也就是对称分段线性模型,系统参数  $a = 2, b = 1, c = 0.25$ 。输入输出图形如

图 3 所示。图 3(b)、(d) 所示分别为输入信号与输出信号的幅频特性,可以看出频谱能量向低频成分集中。在其他条件不变的情况下,令非对称因子  $r=2$ ,输入输出图

形如图 4 所示。由图 4(c) 可看出,比图 3(c) 的还原效果好,从频域可以看出在输入信号频率上面集中的能量也更高。

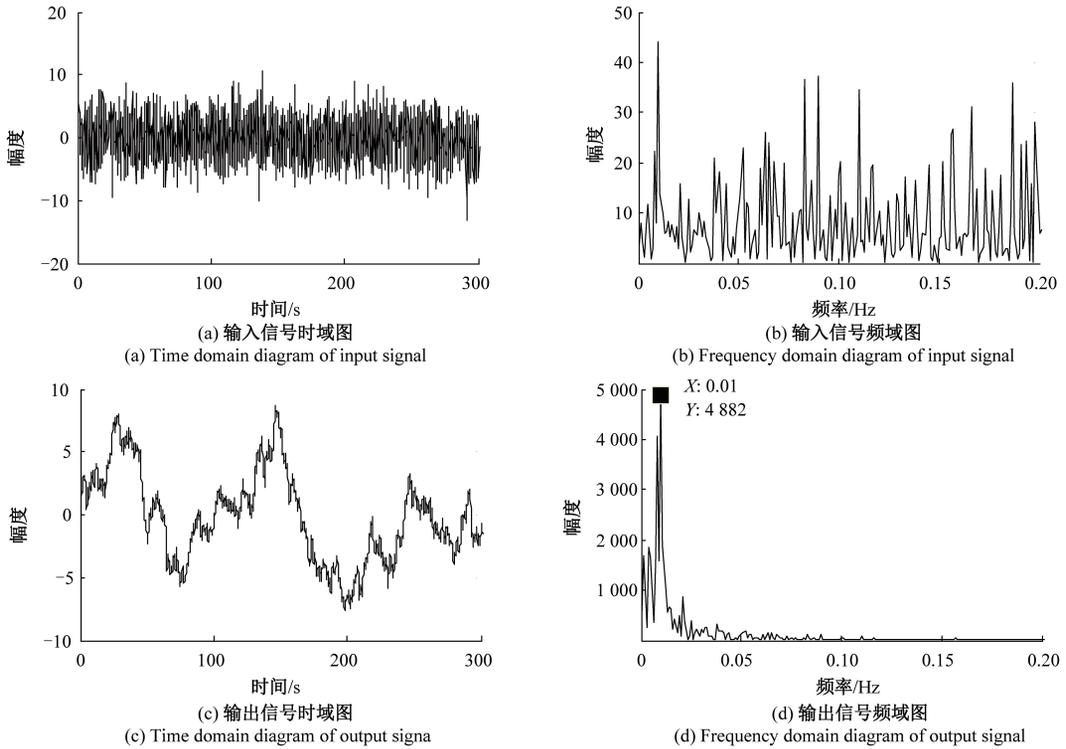


图 3 输入信号与输出信号的时域与频域图形 ( $r=1$ )

Fig.3 Time-domain and frequency-domain diagrams of input and output signals ( $r=1$ )

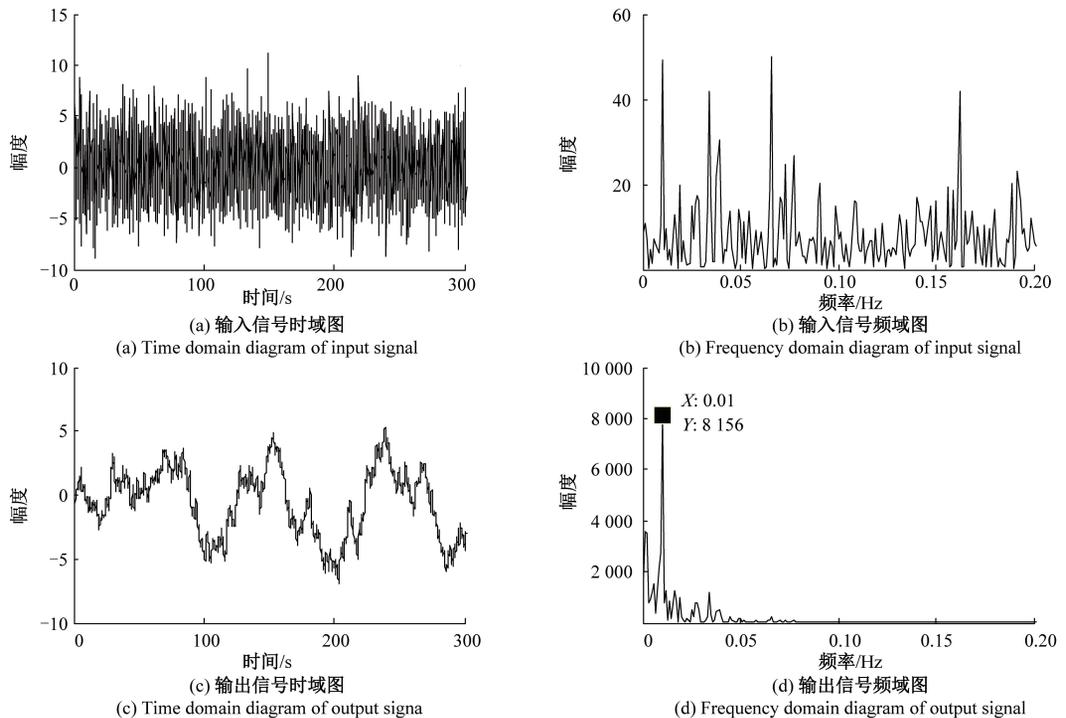


图 4 输入信号与输出信号的时域与频域图形 ( $r=2$ )

Fig.4 Time-domain and frequency-domain diagrams of input and output signals ( $r=2$ )

图5所示为在非对称因子 $r=2$ ,其他条件与图4相同的情况下,非对称分段线性模型与对称分段线性模型的平均信噪比增益(mean signal-to-noise ratio gain, MSNRI)<sup>[12]</sup>对比,这里的 $M=100$ 。从图5中可看出随着噪声强度的增加非对称模型 MSNRI 始终高于对称模型,与公式推导的结论一致。可以看出非对称系统的性能与对称模型相比性能的优越性并不突出,是因为非对称因子的选取并没有达到最优。在其他条件与图5相同的情况下噪声强度 $D$ 、非对称因子 $r$ 和 MSNRI 的三维图形,如图6所示。可看出 $r=2$ 时不是最优的情况。因此,系统的优越性与系统参数有着密切的关系,但是个参数之间如何进行协调需要一个自适应算法进行参数寻优。

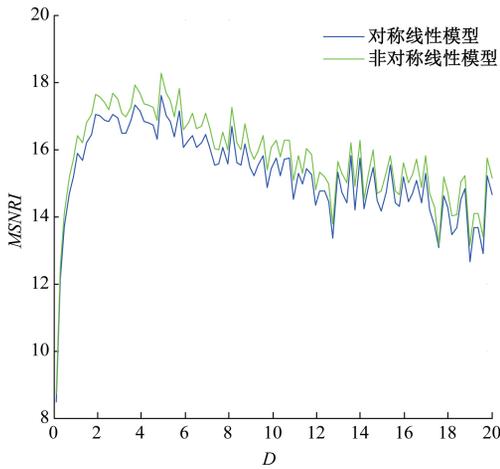


图5 MSNRI 对比曲线  
Fig.5 The comparison curve of MSNRI

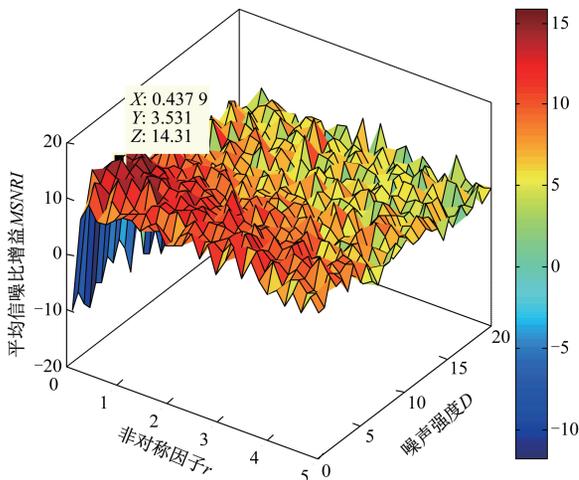


图6 MSNRI 随噪声强度与非对称因子变化的三维图  
Fig.6 Three-dimensional map of MSNRI variation with noise intensity and asymmetric factor

由于数值仿真是否能够实现,受时间复杂度影响,仿真的优越性受参数精度影响。而参数精度与时间复杂度,由算法的选取和参数个数所决定。系统中的参数个数达到了4个,参数个数较多,简易的自适应迭代算法将不再满足时间复杂度和参数精度的要求。但遗传算法存在寻优参数精度高,时间复杂度受参数个数影响小的优点。因此选取该算法作为寻优算法较为合适。

### 3 自适应遗传算法

本文提出的模型存在 $a, b, c, r$ 共4个参数,设定遗传算法的维度为4维<sup>[13-15]</sup>。将所求的解转化为遗传算法中需要的“染色体”是在算法的关键。有多种“染色体”的转换方法,按需求可分为实数编码(参数寻优问题)和整数编码(最短路径问题)。本文采用实数编码。具体流程如图7所示。

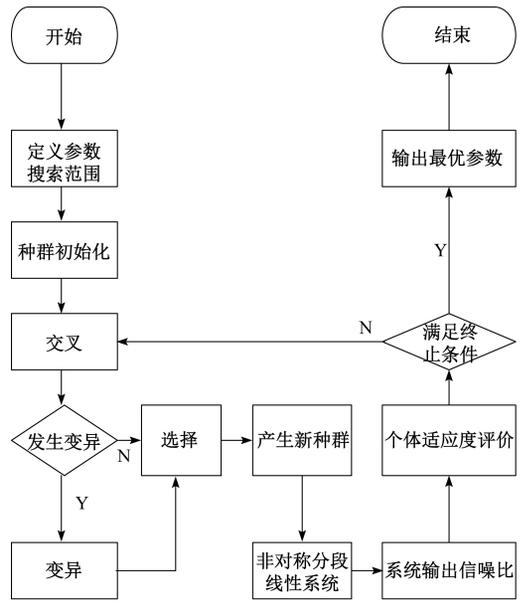


图7 遗传算法流程  
Fig.7 Flowchart of the genetic algorithm

本文算法具体步骤如下:

- 1) 构建合适的适应度函数,本文的适应度函数为输出信号的 SNR。
- 2) 初始化种群规模大小和迭代数。实数编码的种群初始化较为简单,种群的个体就是问题的解,不需要如二进制编码那样使用转换函数进行转换。随机选择个体构建一个初始种群。
- 3) 根据步骤1)所构建的适应度函数计算所有个体的适应度。找到评价过程中最适应环境的个体(最优解个体)。与自然选择不同的是,算法中不允许最适应环境

的个体(评价度最高个体)死亡,因此每次评价之后直接将适应度最大的个体放入到下一代中。

4) 种群内个体基因进行交叉,在交叉过程满足变异条件则执行步骤 5)。实数编码与二进制编码的交叉算子的构建存在很大的不同,本文采用如式(16)所示的交叉算子。

$$\begin{aligned} X'_1 &= \lambda_1 X_1 + (1 - \lambda_2) X_2 \\ X'_2 &= \lambda_1 X_2 + (1 - \lambda_2) X_1 \end{aligned} \quad (16)$$

5) 变异,即子代产生了亲代都不具有的基因。变异是一个随机的过程,为变异设置一个变异概率来决定变异发生的频繁程度。变异算子构建如式(17)所示。

$$X' = X + \Delta \quad (17)$$

6) 产生子代,并将子代中的随机任一个体替换为步骤 3) 的最优解个体。根据终止条件决定算法的分支流程。

## 4 轴承故障检测

### 4.1 系统数值仿真的稳定性与可行性分析

根据绝热近似理论和线性响应理论,输出信号出现峰值的位置与周期调制信号的幅值无关,但是在工程应用中却发现这个峰值所处位置与输入信号强度有关,用以上两个随机共振理论并不能够说明原因。因此当输入为大信号或者强噪声时,以上随机共振理论就不能满足在实际工程应用中的需求。解决这个问题主要是采用数值仿真分析方法进行研究。对系统模型做数值仿真,需要将连续模型离散化,才能够找到适合的数值求解方法。在这一过程中,对离散模型的稳定性分析是数值仿真的基础,只有具有稳定性的离散模型才能继续数值仿真研究。

已有研究表明,当输出在正负区间产生巨大的震荡幅度时<sup>[16]</sup>,此时的参数不适合用于数值仿真研究,如图 8 所示。图 8(a)、(b) 所示为故障信号的输入时域波形与幅频特性图。由图 8(c) 可知,系统输出幅度快速稳定到平衡点 1,并且只有小幅度的同号震荡。这表明可用数值仿真的方法来研究轴承故障信号<sup>[17-19]</sup>。

当系统输出幅度无震荡同时趋于某一稳定值,或者出现局部小幅度震荡都适应于随机共振数值仿真研究。

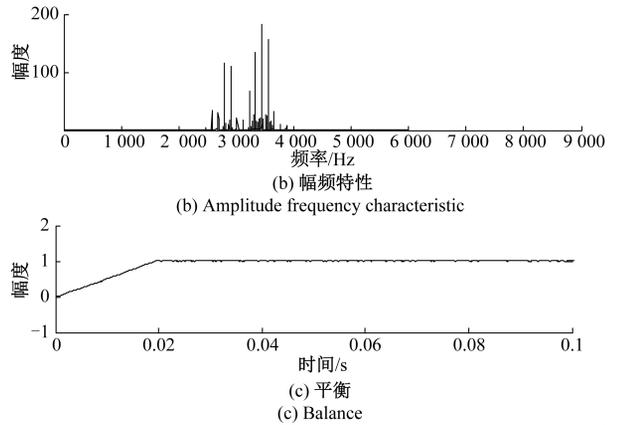
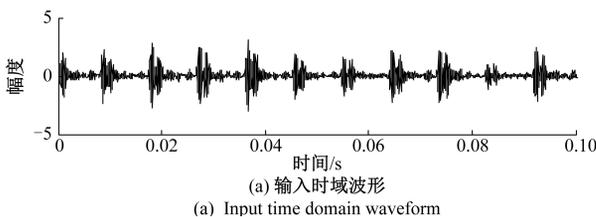


图 8 稳定性分析

Fig.8 Stability analysis

### 4.2 特征频率

滚动轴承故障信号表现出典型的微弱冲击特征,强烈的背景噪声会将其淹没,使其难以检测与提取,同时故障信号的频率远大于 0.01 Hz,属于大参数微弱信号。因此来源于美国凯斯西保留地大学(Case Western Reserve University)电气工程实验室的轴承故障数据被用于分段线性非对称系统在故障检测中的研究。下文分别对内圈和外圈故障进行了检查和分析,并根据稳定性分析获得参数范围,然后通过遗传算法获得最优参数增加系统故障检测性能。轴承型号为 6205-2RS JEM SKF 的深沟球轴承,其主要参数如表 1 所示。由于不符合小参数条件,使用二次采样的方法产生共振现象。

表 1 滚动轴承的主要参数

Table 1 Main parameters of the rolling bear

内圈直径/ cm	外圈直径/ cm	滚珠直径/ cm	厚度/ cm	节径/ cm	滚珠个数/ 个
2.500 1	5.199 9	0.794 0	1.500 1	3.904	9

采样频率  $f_s = 12\ 000$  Hz, 采样点数  $N = 10\ 000$ , 这里选取 5 Hz 作为第 2 次采样的频率。由于故障信号中具有周期性的脉冲,可对单一频率进行诊断,通过对比特征频率与检测频率的一致性,来说明故障是否发生和确定故障类型。特征频率计算公式如下:

$$\begin{aligned} f_{\text{BPFI}} &= \frac{n_r f_r}{2} \left( 1 + \frac{D_1}{D_2} \cos\alpha \right) \\ f_{\text{BPFO}} &= \frac{n_r f_r}{2} \left( 1 - \frac{D_1}{D_2} \cos\alpha \right) \end{aligned} \quad (18)$$

式中:滚动体数量为  $n_r$ ; 直径为  $D_1$ ; 轴承节径是  $D_2$ ; 旋转频率为  $f_r$ ; 接触角是  $\alpha$ ;  $f_{\text{BPFI}}$  和  $f_{\text{BPFO}}$  表示轴承的内、外圈的特征频率。将表 1 中数据代入式(19)可知外圈故障特征频率为 107.28 Hz,内圈特征频率为 162.11 Hz。

### 4.3 外圈故障检测

外圈轴承信号的原有信号如图9(a)和(b)所示。图9(c)和(d)所示分别为经过非对称分段线性系统后的时域波形和幅频特性图形。其中分段系统参数为  $a = 1.006\ 191\ 661\ 029\ 41$ ,  $b = 0.11$ ,  $r = 1.6$ ,  $c = 0.284\ 256\ 838\ 355\ 532$ , 由自适应遗传算法求得, 其中种群数为100, 交叉变异概率都是0.4, (这里的变异概率选取较大是为了尽量规避局部最优, 具体的变异与交叉概率应按实际情况选取)。从图9(c)可以明显看出故障信号已被检测出来, 由图9(d)可知特征频率已被检测出来(检测频率108 Hz, 误差0.671%)。图9(e)和(f)所示为对称模型的时域与频域图形, 系统模型4个参数分别为  $a=0.422\ 000\ 206\ 845\ 763$ ,  $b=0.01$ ,  $c=2.645\ 191\ 139\ 445\ 148$ ,  $r=1$ 。由于不便于观察, 将图9(f)进行了局部放大。对比看出非对称系统的性能优于对称系统性能。

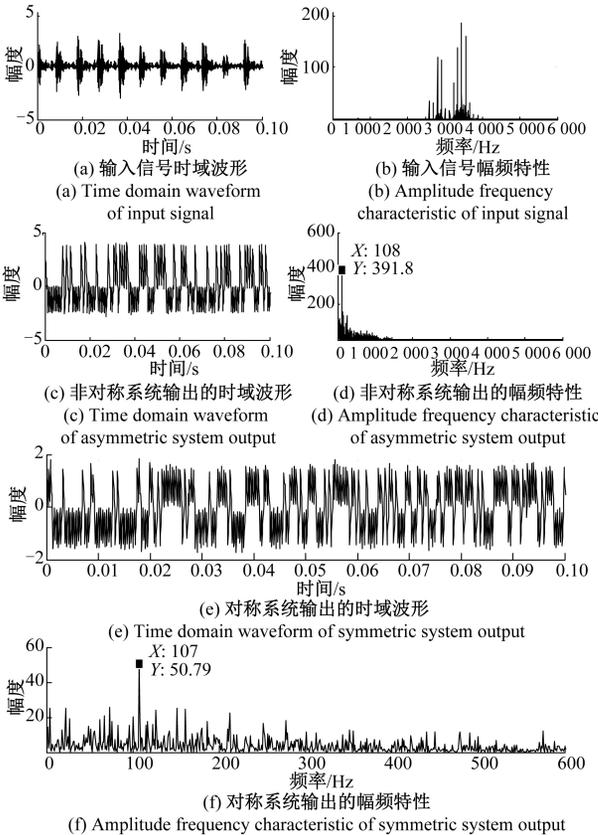


图9 外圈故障检测系统的输入与输出的时域与频域  
Fig.9 Time and frequency domain of input and output of outer circle fault detection system

### 4.4 内圈故障检测

外圈轴承信号的原有信号如图10(a)和(b)所示。图10(c)和(d)所示分别是经过非对称分段线性系统后的时域波形和幅频特性。其中分段模型的参数为扩号所示4个数值  $a = 0.938\ 548\ 936\ 195\ 951$ ,  $b = 0.11$ ,  $c =$

2.110 486 128 629 40,  $r = 1.6$ , 由自适应遗传算法求得, 其中种群数为100, 交叉变异都概率为0.4, (这里的变异概率选取较大是为了尽量规避局部最优, 具体的变异与交叉概率应按实际情况选取)。从图10(c)可以明显看出故障信号已被检测出来, 同时由图10(d)可知已检测出特征频率(检测频率162 Hz, 误差0.068%)。图10(e)、(f)所示为经过对称分段线性系统后的时域波形和幅频特性, 其中有  $a = 1.263\ 827\ 550\ 905\ 825$ ,  $b = 1.226\ 069$ ,  $r = 1$ ,  $c = 0.253\ 128\ 458\ 753\ 468$ 。由于幅频特性的检测频率并不明显, 因此将其放大观察。可以从图10(f)看出对称系统幅度值或者检测误差都差于非对称系统。这在实际工程领域证明了非对称线性系统具有很好的优效性, 与前面的分析相符合。

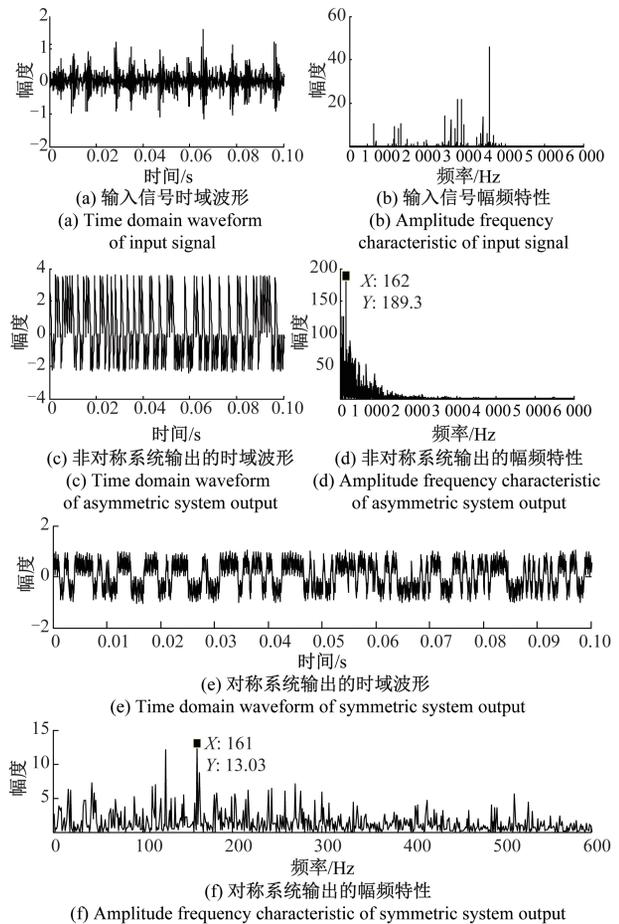


图10 内圈故障检测系统的输入与输出的时域与频域曲线  
Fig.10 Time-domain and frequency-domain diagrams of input and output of inner-loop fault detection system

## 5 结论

非对称分段线性系统具有良好的优效性, 本文从公

式推导数值仿真和工程应用3个方面对系统的性能进行了探究。对称系统内外圈故障信号检测中故障频率处的幅度值分别为50.79与13.03,非对称系统的幅度值为391.8与189.3。结果表明在理论和实际工程当中都表现出了其良好的性能,与公式推导结果相符。当然一个系统性能的优劣与其参数也息息相关,而参数间的协调性找出来比较困难,因此本文提出遗传算法来寻找较为优良的参数。

本文所提及的非对称都是势阱宽度非对称且稳态假定为两个稳态,未在势阱深度非对称和多稳态上面进行探究。同时存在着一定的局限性,如遗传算法参数搜索范围不够大,有可能漏掉更优参数。本文方法只能定性判断故障有无,无法定量描述故障程度,因此将在后续的工作当中进一步研究。

## 参考文献

- [1] LU S L, He Q B, WANG J. A review of stochastic resonance in rotating machine fault detection [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 116: 230-260.
- [2] 广凯,全厚德,康艳梅,等.一种随机共振增强正弦信号的二次多项式接收方法[J]. *物理学报*, 2019, 68(21):32-42.  
GUANG K, QUAN H D, KANG Y M, et al. A method of quadratic polynomial reception of SR enhanced sinusoidal signal [J]. *Acta physica Sinica*, 2019, 68 (21): 32-42.
- [3] 冷永刚.基于Kramers逃逸速率的调参随机共振机理[J]. *物理学报*, 2009, 58(8):5196-5200.  
LENG Y G. Parametric-tuned stochastic resonance mechanism based on Kramers escape rate[J]. *Journal of Physics*, 2009, 58 (8): 5196-5200.
- [4] 唐立力,陈国彬.阱宽非对称性诱导随机共振的轴承故障诊断方法[J]. *科学技术与工程*, 2018, 18(14): 197-202.  
TANG L L, CHEN G B. Stochastic resonance method driven by well-width asymmetry for fault diagnosis of bearings[J]. *Science and Technology and Engineering*, 2018, 18 (14): 197-202.
- [5] 王林泽,赵文礼,陈旋.基于随机共振原理的分段线性模型的理论分析与实验研究[J]. *物理学报* 2012, 61(16):50-56.  
WANG L Z, ZHAO W L, CHEN X. Theoretical analysis and experimental study of piecewise linear model based on stochastic resonance principle[J]. *Journal of Physics*, 2012, 61 (16): 50-56.
- [6] 张刚,周林,张天骐.改进势函数随机共振在轴承故障检测中的应用[J]. *电子测量与仪器学报*, 2018, 32(12):134-141.  
ZHANG G, ZHOU L, ZHANG T Q. Application of improved potential function stochastic resonance in bearing fault detection [J]. *Journal of Electronic Measurement and Instruments*, 2018, 32(12): 134-141.
- [7] 贺利芳,杨玉蕾,张天骐.时延反馈EVG系统随机共振特性研究及轴承故障诊断[J]. *仪器仪表学报*, 2019, 40(8):47-57.  
HE L F, YANG Y L, ZHANG T Q. Research on stochastic resonance characteristics and bearing fault diagnosis of time delay feedback EVG system[J]. *Journal of instrumentation*, 2019, 40 (8): 47-57.
- [8] 张刚,宋莹,张天骐. Levy噪声驱动下指数型单稳系统的随机共振特性分析[J]. *电子与信息学报*, 2017, 39(4): 893-900.  
ZHANG G, SONG Y, ZHANG T Q. Stochastic resonance analysis of exponential monostatic systems driven by Levy noise[J]. *Journal of Electronics and Information Science*, 2017, 39(4): 893-900.
- [9] 张超,何园园.基于遗传算法的自适应随机共振与VMD分解的轴承故障诊断方法[J]. *机械传动*, 2018, 42(4): 156-163.  
ZHANG CH, HE Y Y. Bearing fault diagnosis method based on adaptive stochastic resonance and VMD decomposition of genetic algorithm [J]. *Mechanical Transmission*, 2018, 42 (4): 156-163.
- [10] 胡岗.随机力与非线性系统[M].上海:上海科学教育出版社,1994.  
HU G. Stochastic forces and nonlinear systems [M]. Shanghai: Shanghai Science and Technology Education Press, 1994.
- [11] 冯建强,孙诗一.四阶龙格—库塔法的原理及其应用[J]. *数学学习与研究*, 2017(17):3-5.  
FENG J G, SUN SH Y. Fourth-order Runge-Kutta method and its application [J]. *Mathematics learning and research*, 2017 (17): 3-5.
- [12] ZHANG Z, YANG Y L, ZHANG T Q. The characteristic analysis of stochastic resonance and bearing fault diagnosis based on NWSG model driven by trichotomous noise[J]. *Chinese Journal of Physics*, 2019, 56(2): 538-560.
- [13] 亢艳芹,刘进.遗传算法的多参数自适应随机共振低浓度气体检测[J]. *传感技术学报*, 2019, 32(3):332-338.  
KANG Y Q, LIU J. Multi-parameter adaptive stochastic resonance detection of low concentration gas based on genetic algorithm [J]. *Journal of Sensing Technology*,

- 2019,32(3): 332-338.
- [14] LI J M, ZHANG J F, LI M, et al. A novel adaptive stochastic resonance method based on coupled bistable systems and its application in rolling bearing fault diagnosis[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019(114):128-145.
- [15] 何园园,张超,陈帅.自适应随机共振与 ELMD 在轴承故障诊断中的应用[J].机械科学与技术,2018,37(4):607-613.  
HE Y Y, ZHANG CH, CHEN SH. Application of adaptive stochastic resonance and ELMD in bearing fault diagnosis[J]. Mechanical science and technology, 2018, 37(4):607-613.
- [16] 杨定新.微弱特征信号检测的随机共振方法与应用研究[D].长沙:国防科学技术大学,2004.  
YANG D X. Stochastic resonance method and application for weak characteristic signal detection[D]. Changsha: University of National Defense Science and Technology, 2004.
- [17] LI G Y, LI J M, WANG SH B, et al. Quantitative evaluation on the performance and feature enhancement of stochastic resonance for bearing fault diagnosis [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2016, 81: 108-125.
- [18] LE Y G, QIAO Z J, XU X F, et al. An underdamped stochastic resonance method with stable-state matching for incipient fault diagnosis of rolling element bearings[J].

Mechanical Systems and Signal Processing, 2017, 94: 148-164.

- [19] HE L F, ZHOU X CH, ZHANG T Q, et al. Stochastic resonance characteristic analysis of new potential function under Levy noise and bearing fault detection[J]. Chinese Journal of Physics, 2018,56(2): 538-560.

### 作者简介



贺利芳,2001年和2004年于西南交通大学分别获得学士学位和硕士学位,现为重庆邮电大学副教授,主要研究方向为微弱信号检测及处理。

E-mail: zhanggang\_cqupt@163.com

**He Lifang** received her B. Sc. and M. Sc. degrees both from Southwest Jiaotong University in 2001 and 2004, respectively. She is currently an associate professor at Chongqing University of Posts and Telecommunications. Her main research interests include weak signal detection and processing.



江川(通信作者),2018年于重庆邮电大学获得学士学位,现为重庆邮电大学硕士研究生,主要研究方向为微弱信号检测。

E-mail: 1513943272@qq.com

**Jiang Chuan** (Corresponding author) received his B.Sc. degree from Chongqing University of Posts and Telecommunications in 2018. He is currently a M. Sc. candidate at Chongqing University of Posts and Telecommunications. His main research interests include weak signal detection.