DOI：10.19650/j.cnki.cjsi.J1904872

四旋翼飞行器非线性轨迹跟踪控制*

范云生，何智平，曹　健，王国峰
（大连海事大学船舶电气工程学院　大连　116026）

摘　要：针对四旋翼飞行器在复杂飞行条件下速度不可测的轨迹跟踪控制问题，考虑系统存在外界未知干扰和模型参数不确定的情况，提出了一种基于扩张观测器的轨迹跟踪控制方法。该方法设计了积分型反步法跟踪控制器，以降低系统的稳态误差，并引入了状态扩张观测器，来估计系统未知速度信息，同时对干扰和模型参数不确定因素进行实时估计并给予补偿；最后，选取李雅普诺夫函数证明了该控制系统的稳定性。以 Quanser 公司的 Qball2 四旋翼飞行器为研究对象和飞行实验平台，对所设计的控制器进行验证。实验结果表明，本文所设计的基于扩张观测器的轨迹跟踪控制器，能够有效地估计轨迹跟踪控制过程中的未知速度信息，解决外界未知干扰和模型参数不确定的问题，增强对环境的适应能力，有效提高了飞行器对未知干扰的鲁棒性和轨迹跟踪控制的精确性。

关键词：四旋翼飞行器；轨迹跟踪；扩张观测器；积分型反步法
中图分类号：TH868　TP273　　**文献标识码**：A　　**国家标准学科分类代码**：510.80

Nonlinear trajectory tracking control for a quadrotor

Fan Yunsheng，He Zhiping，Cao Jian，Wang Guofeng
（*College of Marine Electrical Engineering*，*Dalian Maritime University*，*Dalian 116026*，*China*）

Abstract：Under complex flight conditions，it is hard to realize the trajectory tracking control of the quadrotor with unmeasurable speed. Considering the existence of unknown external disturbance and uncertain model parameters，the trajectory tracking control method based on an extended state observer is proposed. Firstly，the integral backstepping tracking controller is designed to reduce the steady state error of the system，and the state extended observer is introduced to estimate the unknown speed of the system. Then，the disturbance and the uncertainty of model parameters are estimated in real time and compensated accordingly. Finally，the Lyapunov function is utilized to prove the stability of the control system. Experiments are implemented on the Qball2 platform of Quanser′s quadrotor. Results show that the trajectory tracking controller based on the extended state observer can estimate the unknown speed in the trajectory tracking control process effectively. It can also solve the problem of unknown external disturbance and model parameter uncertainty. The adaptability to the environment can be enhanced. The robustness of the quadrotor to unknown disturbances and the accuracy of trajectory tracking control are improved effectively.

Keywords：quadrotor；trajectory tracking；the extended observer；integral backstepping

0　引　　言

四旋翼飞行器具有飞行稳定、机动性强、垂直起降、自由悬停、狭窄空间飞行和便于携带等优点，因此在军事侦查、环境监测、信息测绘、航空摄影等军事、商用和民用领域都有广泛的应用，成为近年来的研究热点之一[1-2]。由于四旋翼飞行器是一种典型的非线性、强耦合、多变量的欠驱动系统[3]，为保证四旋翼飞行器在复杂条件下具有良好的飞行控制效果，除了飞行器本身硬件设备加强和改良外，还需要先进的控制算法来提高飞行器轨迹跟踪控制的稳定性和精确性。

收稿日期：2019-03-19　　Received Date：2019-03-19
＊基金项目：国家自然科学基金（51609033）、辽宁省自然科学基金（20180520005）、中央高校基本科研业务费专项基金资金（3132019005）项目资助、大连海事大学研究生教育教学改革（YJG2019403）项目资助

目前,国内外许多研究机构和学者都对四旋翼飞行器的轨迹跟踪控制进行了大量的研究,取得了一定的研究成果[4]。文献[5]中,利用平移和旋转级联特性,将飞行器整个系统分为位置和姿态子系统控制,实现无需线速度测量的飞行器轨迹跟踪控制。文献[6]将反步法和滑模控制方法相结合,克服四旋翼系统的非线性效应,提高轨迹跟踪的控制效果。但传统的反演滑模方法在应用于控制器设计时,系统容易出现"微分爆炸"问题,文献[7]引入动面技术设计控制器能够很好地消除"微分爆炸"问题。现实的飞行条件复杂,未建模动态、未知扰动和不确定性给轨迹跟踪控制器设计增加了难度,一些学者将智能算法引入控制器,逼近未知的干扰项,提高控制精度和稳定性。文献[8-9]在考虑系统存在未知干扰的情况下,对飞行器数学模型进行简化处理,在积分型反步法的基础上引入自适应律,能够在恒定风力干扰下获得较好的控制效果。文献[10]将自抗扰控制和 PID 控制相结合,设计了一种 PID 自抗扰控制器,可以保证观测误差的快速收敛,实现被观测量的精确估计。文献[11]针对模型不确定性和测量噪声干扰等问题,引入鲁棒补偿器以消除由神经网络逼近器产生的近似误差,有效地实现高精度的轨迹跟踪控制。文献[12-13]中,针对控制系统输入饱和因素,将正切函数和拉格朗日中值定理与反步法相结合,有效地解决了输入饱和问题。但是,受到传感器物理性能的限制,飞行的速度信息往往不能直接测得或测得成本较大,文献[14]先将非线性系统线性化处理后,然后引入扩张观测器来估计未知速度信息;而文献[15]采用模糊控制直接逼近模型参数不确定性和外部扰动,并引入扩张观测器来估测实时速度,提出了一种基于扩张观测器的自适应模糊控制策略,使得飞行器系统的鲁棒性显著提高。

受到文献[16]研究的启发,并结合本团队的研究基础[17-19],提出一种基于非线性状态扩张观测器的积分型反步法轨迹跟踪控制方法,并在飞行实验平台上验证了该方法的有效性。首先,针对建立的 QBall2 的非线性数学模型,设计一种基于积分型反步法非线性轨迹跟踪控制器;其次,考虑到飞行器系统存在外界环境干扰和系统参数摄动等不确定性因素的影响,在积分型反步法基础上引入扩张观测器来观测系统的未知速度,同时估计干扰信号,实现对复合未知干扰信号的实时估计并补偿;最后,以 Quanser 公司的 QBall2 飞行器为控制对象,通过飞行实验平台验证了所设计控制算法的正确性和有效性。

1 问题描述

1.1 数学模型的建立

四旋翼飞行器是一种多输入多输出的强耦合欠驱动的复杂非线性系统,为了方便研究建立飞行器机体坐标系 (x,y,z) 和地面坐标系 (X,Y,Z),本文基于图 1 所示的 QBall2 飞行器进行研究。

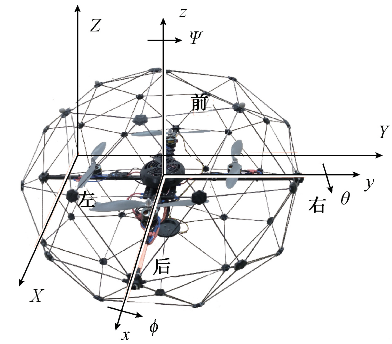


图 1 QBall2 坐标系和欧拉角定义

Fig.1 Coordinate and Eular angle of QBall2

图 1 中 ϕ 表示横滚角,沿着 x 轴右滚为正方向,θ 表示俯仰角,沿着 y 轴抬头为正方向,ψ 表示偏航角,沿着 z 轴向右旋转为正方向。

根据牛顿欧拉方程可得 QBall2 四旋翼飞行器的 6 自由度非线性动力学模型[20],如式(1)所示。

$$\begin{cases} \ddot{x} = [(\cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi)U_1]/m \\ \ddot{y} = [-(\cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi)U_1]/m \\ \ddot{z} = [(\cos\phi\cos\theta)U_1]/m - g \\ \ddot{\phi} = [lU_2 + \dot{\theta}\dot{\psi}(I_y - I_z)]/I_x \\ \ddot{\theta} = [lU_3 + \dot{\phi}\dot{\psi}(I_z - I_x)]/I_y \\ \ddot{\psi} = [U_4 + \dot{\phi}\dot{\theta}(I_x - I_y)]/I_z \end{cases} \tag{1}$$

式中: m 表示飞行器的质量;g 为重力加速度;l 表示飞行器旋翼中心到飞行器中心的距离;I_x、I_y、I_z 分别表示飞行器绕 x、y 和 z 三轴的转动惯量。

为了方便推导,定义四旋翼飞行器的虚拟控制输入量为 U_1、U_2、U_3、U_4,则它们与旋翼转子产生的升力和力矩关系如式(2)所示。

$$\begin{cases} U_1 = \sum_{i=1}^{4} T_i \\ U_2 = T_3 - T_4 \\ U_3 = T_2 - T_1 \\ U_4 = Q_1 + Q_2 - Q_3 - Q_4 \end{cases} \tag{2}$$

式中: U_1 表示旋翼产生的总升力;U_2、U_3、U_4 分别表示表示横滚力、俯仰力和偏航力矩。T_i 和 Q_i 表示第 i 个旋翼旋转时所产生的升力和反扭矩,以一阶惯性环节表示如式(3) 所示。

$$\begin{cases} T_i = K_t \dfrac{\omega}{s+\omega}u_i, \quad i = 1,2,3,4 \\ Q_i = K_y \dfrac{\omega}{s+\omega}u_i, \quad i = 1,2,3,4 \end{cases} \tag{3}$$

式中:升力系数 K_t 和反扭矩系数 K_y 均是正常数增益;ω 是电机的带宽,表示无刷电机的转速响应特性;u_i 表示第 i 个电机的 PWM 控制输入信号,取值范围 0~1,0 表示电机停转,1 表示电机满转。

1.2　飞行速度的不确定性

在实际工程中,虽然飞行器可以通过 GPS 和加速度计来测量飞行时的具体空间位置和加速度信息,但是飞行时的平动线速度往往无法用传感器直接实时测得,而且精度不高。同时飞行器在飞行时的姿态角度也可以由地磁指南针和双目视觉等技术得到,而角速度信息的获取途径相对而言比较单一。考虑到飞行器工作在室内,信号有可能被屏蔽或衰减,从而导致 GPS 传感器失效,以及受限于机体自身的工艺,很难得到精确的速度信息。为了降低传感器失准或者失效带来的飞行事故,消除所有的状态均可测量的假设,以及系统还存在未知的外界干扰和系统模型参数摄动等不确定性的影响[21-24]。本文设计一种基于状态扩张观测器,实现对控制系统轨迹跟踪速度实时估测和复合干扰估计补偿,提高系统的抗扰性和对复杂飞行条件的适应性,减少了系统建模误差对轨迹跟踪效果的影响。

2　非线性控制器的设计

2.1　QBall2 的空间状态模型

将飞行器 QBall2 的动力学模型式(1),写成状态空间方程的形式,即:

$$f(X,U)=\begin{pmatrix}\dot\phi\\ \ddot\phi\\ \dot\theta\\ \ddot\theta\\ \dot\psi\\ \ddot\psi\\ \dot Z\\ \ddot Z\\ \dot X\\ \ddot X\\ \dot Y\\ \ddot Y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\dot\phi\\ \dot\theta\dot\psi(I_y-I_z)/I_x+l/I_xU_2\\ \dot\theta\\ \dot\phi\dot\psi(I_z-I_x)/I_y+l/I_yU_3\\ \dot\psi\\ \dot\phi\dot\theta(I_x-I_y)/I_z+1/I_zU_4\\ \dot Z\\ (\cos\phi\cos\theta)U_1/m-g\\ \dot X\\ U_1u_X/m\\ \dot Y\\ U_1u_Y/m\end{pmatrix}\tag{4}$$

式中:$u_X=\cos\phi\sin\theta\cos\psi+\sin\phi\sin\psi$,$u_Y=-(\cos\phi\sin\theta\sin\psi-\sin\phi\cos\psi)$。

2.2　姿态控制器的设计

1)俯仰角控制器设计

将动力学模型中式(4)的姿态角部分分离开,如式(5)所示。

$$f_\alpha(X_\alpha,U_\alpha)=\dot X_\alpha=\begin{pmatrix}\dot\phi\\ \ddot\phi\\ \dot\theta\\ \ddot\theta\\ \dot\psi\\ \ddot\psi\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\dot\phi\\ \dot\theta\dot\psi(I_y-I_z)/I_x+l/I_xU_2\\ \dot\theta\\ \dot\phi\dot\psi(I_z-I_x)/I_y+l/I_yU_3\\ \dot\psi\\ \dot\phi\dot\theta(I_x-I_y)/I_z+1/I_zU_4\end{pmatrix}\tag{5}$$

以俯仰角 θ 为例,设计飞行器的俯仰角通道控制器。

(1)定义俯仰角的动态跟踪误差为:

$$e_1=\theta_d-\theta\tag{6}$$

式中:θ_d 为期望的俯仰角。

对误差进行求导,则俯仰角角速度误差为:

$$\dot e_1=\dot\theta_d-\dot\theta=\dot\theta_d-w_\theta\tag{7}$$

式中:$\dot\theta=w_\theta$ 为飞行器的实际俯仰角的角速度。

为了镇定姿态控制系统的俯仰角动态跟踪误差 e_1,选取关于 e_1 的李雅普诺夫函数,为:

$$V_1=\frac{1}{2}e_1^2\tag{8}$$

对 V_1 求导,可得:

$$\dot V_1=e_1\dot e_1=e_1(\dot\theta_d-\dot\theta)=e_1(\dot\theta_d-w_\theta)\tag{9}$$

为了方便研究,将实际速度 w_θ 作为虚拟控制输入量,并同时定义期望的俯仰角虚拟控制量为 $w_{\theta d}$。同时需要保证系统稳定,即 $\dot V_1\leqslant 0$,则期望的俯仰角虚拟控制量取:

$$w_{\theta d}=k_1e_1+\dot\theta_d\tag{10}$$

为提高控制系统的稳定性并消除模型未建模部分引起的稳态误差,可在俯仰角虚拟控制量中加入积分项 $\lambda_1\xi_1$。

$$w_{\theta d}=k_1e_1+\dot\theta_d+\lambda_1\xi_1\tag{11}$$

式中:$\xi_1=\int_0^t e_1(\tau)\mathrm{d}\tau$ 是俯仰角误差的积分项,$k_1>0$,$\lambda_1>0$ 的常数,用来保证俯仰角动态跟踪误差的收敛速度。

由于期望的俯仰角角速度虚拟控制量 $w_{\theta d}$ 和实际的俯仰角速度 w_θ 之间总存在着误差。

(2)定义俯仰角角速度的误差变量,为:

$$e_2=w_{\theta d}-w_\theta=w_{\theta d}-\dot\theta\tag{12}$$

将上式代入 V_1 的导数式(9)中,则有:

$$\dot V_1=e_1\dot e_1=e_1(-k_1e_1-\lambda_1\xi_1+e_2)=-k_1e_1^2-e_1\lambda_1\xi_1+e_1e_2\tag{13}$$

当 $e_2 \to 0, \chi_1 \to 0$,使得 $\dot{V}_1 \leqslant 0$,故系统俯仰通道设计新的李雅普诺夫函数 V_2 需要包含 e_2 和 ξ_1,并同时镇定俯仰角误差 e_1。

(3)设计李雅普诺夫函数 V_2 如下式所示:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}e_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_1\chi_1^2 \tag{14}$$

对式(11)进行求导,可得:

$$\dot{e}_2 = \dot{w}_{\theta d} - \dot{w}_\theta = k_1\dot{e}_1 + \ddot{\theta}_d + \lambda_1 e_1 - \ddot{\theta} \tag{15}$$

将式(5)中的俯仰角的角加速度 $\ddot{\theta}$ 动力学模型带入式(15),可得:

$$\dot{e}_2 = k_1\dot{e}_1 + \ddot{\phi}_d + \lambda_1 e_1 - \ddot{\phi} = k_1\dot{e}_1 + \ddot{\phi}_d + \lambda_1 e_1 - \dot{\theta}\dot{\psi}(I_y - I_z)/I_x - l/I_x U_2 \tag{16}$$

将式(14)中的 V_2 进行求导,可得:

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + e_2\dot{e}_2 + \lambda_1\xi_1\dot{\xi}_1 = - k_1e_1^2 - e_1\lambda_1\xi_1 + e_1e_2 + e_2\left(k_1\dot{e}_1 + \ddot{\theta}_d + \lambda_1 e_1 - \frac{\dot{\phi}\dot{\psi}(I_z - I_x)}{I_y} - l/I_y U_3\right) + \lambda_1\xi_1 e_1 \tag{17}$$

式(17)中,出现了俯仰角的控制变量 U_3,为了保证系统稳定,则李雅普诺夫函数 V_2 的导数满足 $\dot{V}_2 \leqslant 0$,故俯仰通道的控制变量取为:

$$U_3 = \frac{I_y}{l}(-\dot{\phi}\dot{\psi}(I_z - I_x)/I_y + k_1\dot{e}_1 + \ddot{\theta}_d + \lambda_1 e_1 + k_2 e_2 + e_1)k_2 > 0 \tag{18}$$

由综上所述,结合式(7)、(11)、(12)和(18)可得到俯仰角的控制律,即:

$$U_3 = \frac{I_y}{l}[(1 - k_1^2 + \lambda_1)e_1 + (k_1 + k_2)e_2 - k_1\lambda_1\xi_1 + \ddot{\theta}_d - \dot{\phi}\dot{\psi}(I_z - I_x)/I_y] \tag{19}$$

2)姿态稳定性分析

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}e_2^2 + \frac{1}{2}\lambda_1\xi_1^2 \geqslant 0 \tag{20}$$

对上式 V_2 进行求导,可得:

$$\dot{V}_2 = - k_1e_1^2 - e_1\lambda_1\xi_1 + e_1e_2 + e_2\left(k_1\dot{e}_1 + \ddot{\theta}_d + \lambda_1 e_1 - \frac{\dot{\phi}\dot{\psi}(I_z - I_x)}{I_y} - l/I_y U_3\right) + \lambda_1\xi_1 e_1 \tag{21}$$

将俯仰角控制律 U_3 代入上式,可得:

$$\dot{V}_2 = - k_1e_1^2 - k_2e_2^2 \leqslant 0 \tag{22}$$

故证明出控制系统所设计的俯仰角控制律能够使俯仰角通道渐进稳定。

同理,可得横滚角和偏航角的控制律如下所示:

$$\begin{cases} U_2 = \dfrac{I_x}{l}[(1 - k_3^2 + \lambda_2)e_3 + (k_3 + k_4)e_4 - k_3\lambda_2\xi_2 + \ddot{\phi}_d - \dot{\theta}\dot{\psi}(I_y - I_z)/I_x] \\ k_3, k_4 > 0 \\ e_3 = \phi_d - \phi \\ \xi_2 = \int_0^t e_3(\tau)\mathrm{d}\tau \\ e_4 = k_3e_3 + \dot{\phi}_d + \lambda_2\xi_2 - \dot{\phi} \end{cases} \tag{23}$$

$$\begin{cases} U_4 = I_z[(1 - k_5^2 + \lambda_3)e_5 + (k_5 + k_6)e_6 - k_5\lambda_3\xi_3 + \ddot{\psi}_d - \dot{\theta}\dot{\phi}(I_x - I_y)/I_z] \\ k_5, k_6 > 0 \\ e_5 = \psi_d - \psi \\ \xi_3 = \int_0^t e_5(\tau)\mathrm{d}\tau \\ e_6 = k_5e_3 + \dot{\psi}_d + \lambda_3\xi_3 - \dot{\psi} \end{cases} \tag{24}$$

式中:ϕ_d、ξ_2 分别是横滚通道期望的横滚角和跟踪误差的积分项;ψ_d、ξ_3 分别是偏航通道期望的偏航角和跟踪误差的积分项。

2.3 位置控制器的设计

1)高度控制器设计

将飞行器的动力学模型中的位置部分分离出来,如式(25)所示。

$$f_\beta(\boldsymbol{X_\beta}, \boldsymbol{U_\beta}) = \dot{\boldsymbol{X}}_{\boldsymbol{\beta}} = \begin{pmatrix} \dot{Z} \\ \ddot{Z} \\ \dot{X} \\ \ddot{X} \\ \dot{Y} \\ \ddot{Y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{Z} \\ (\cos\varphi\cos\theta)U_1/m - g \\ \dot{X} \\ U_1u_X/m \\ \dot{Y} \\ U_1u_Y/m \end{pmatrix} \tag{25}$$

设计飞行器的高度通道控制器,它的推导过程同俯仰通道相一致。

(1)定义高度通道期望的高度与实际的高度误差为:

$$e_7 = Z_d - Z \tag{26}$$

(2)定义高度即 Z 轴方向线速度误差变量为:

$$e_8 = k_7e_7 + \dot{Z}_d + \lambda_4\xi_4 - \dot{Z} \tag{27}$$

则根据俯仰通道的推导过程,可得高度方向的控制律为:

$$U_1 = \frac{m}{\cos\phi\cos\theta}[(1 - k_7^2 + \lambda_4)e_7 + \ddot{Z}_d + g + (k_7 + k_8)e_8 - k_7\lambda_4\xi_4] \quad k_7, k_8 > 0 \tag{28}$$

式中:$\xi_4 = \int_0^t e_7(\tau)\mathrm{d}\tau$ 是高度控制通道高度误差的积

分项。

2)位置控制稳定性分析

对系统数学模型位置控制中高度通道的控制律进行稳定性分析,设计如下式所示的李雅普诺夫函数,并使其满足:

$$V_8 = V_7 + \frac{1}{2}e_8^2 + \frac{1}{2}\lambda_4\xi_4^2 \geqslant 0 \tag{29}$$

对上式进行 V_8 求导数可得:

$$\dot{V}_8 = -k_7e_7^2 + e_7e_8 - e_7\lambda_4\xi_4 + e_8(k_7\dot{e}_7 + \ddot{Z}_d + \lambda_4e_7 - \ddot{Z}) + \lambda_4\xi_4e_7 \tag{30}$$

将式(28)高度方向的控制律 U_1,代入式(30)可得:

$$\dot{V}_8 = -k_1e_7^2 - k_2e_8^2 \leqslant 0 \tag{31}$$

故证明出控制系统所设计的高度控制律能够使高度通道渐进稳定。

将 u_X 和 u_Y 作为位置控制通道的控制量,根据高度方向的控制器设计过程,同理,可得水平位置 X 轴和 Y 轴的控制律如式(32)所示。

$$\begin{cases} u_X = \dfrac{m}{U_1}[(1-k_9^2+\lambda_5)e_9 + \ddot{X}_d + \\ \quad (k_9+k_{10})e_{10} - k_9\lambda_5\xi_5] \quad k_9,k_{10} > 0 \\ u_Y = \dfrac{m}{U_1}[(1-k_{11}^2+\lambda_6)e_{11} + \ddot{Y}_d + \\ \quad (k_{11}+k_{12})e_{12} - k_{11}\lambda_6\xi_6] \quad k_{11},k_{12} > 0 \end{cases} \tag{32}$$

满足:

$$\begin{cases} e_9 = X_d - X, \xi_5 = \int_0^t e_9(\tau)\mathrm{d}\tau \\ e_{10} = k_9e_9 + \dot{X}_d + \lambda_5\xi_5 - \dot{X} \\ e_{11} = Y_d - Y, \xi_6 = \int_0^t e_{11}(\tau)\mathrm{d}\tau \\ e_{12} = k_{11}e_{11} + \dot{Y}_d + \lambda_6\xi_6 - \dot{Y} \end{cases} \tag{33}$$

式中:ξ_5、ξ_6 分别其中分别是水平位置 x 轴跟踪误差和 y 轴跟踪误差的积分项。

3　扩张观测器设计

本文设计扩张观测器来获取飞行器的轨迹跟踪控制所需的速度信息,考虑到实际飞行环境存在干扰信号,在式(3)加上干扰信号 F_d 则有:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 = \boldsymbol{\eta}_2 \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_2 = \boldsymbol{CU} + \boldsymbol{N} + \boldsymbol{F}_d \end{cases} \tag{34}$$

式中:$\boldsymbol{\eta}_1 = [\phi,\theta,\psi,X,Y,Z]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{C} = \mathrm{diag}\left[\frac{l}{I_x},\frac{l}{I_y},\frac{1}{I_z},\frac{u_x}{m},\frac{u_y}{m},\frac{1}{m}\cos\phi\cos\theta\right]$, $\boldsymbol{U} = [U_2,U_3,U_4,U_1,U_1,U_1]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{F}_d = [d_\phi,d_\theta,d_\psi,d_X,d_Y,d_Z]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{N} = \left[\frac{I_y-I_z}{I_x}\dot{\theta}\dot{\psi},\ \frac{I_z-I_x}{I_y}\dot{\phi}\dot{\psi},\ \frac{I_x-I_y}{I_z}\dot{\phi}\dot{\theta},0,0,-g\right]^{\mathrm{T}}$。

定理 1　对于系统式(34)设计如式(35)的扩张观测器,选择合适的控制参数,可以保证观测器状态量的实时观测。

$$\begin{cases} \dot{\hat{\boldsymbol{\eta}}}_1 = \hat{\boldsymbol{\eta}}_2 + \delta_1(\boldsymbol{\eta}_1 - \hat{\boldsymbol{\eta}}_1) \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\eta}}}_2 = \hat{\boldsymbol{\eta}}_3 + \boldsymbol{CU} + \boldsymbol{N} + \delta_2(\boldsymbol{\eta}_1 - \hat{\boldsymbol{\eta}}_1) \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\eta}}}_3 = \delta_3(\boldsymbol{\eta}_1 - \hat{\boldsymbol{\eta}}_1) \end{cases} \tag{35}$$

式中:$\hat{\boldsymbol{\eta}}_1 = [\hat{\phi},\hat{\theta},\hat{\psi},\hat{X},\hat{Y},\hat{Z}]^{\mathrm{T}}$ 为 $\boldsymbol{\eta}_1$ 的观测值,$\hat{\boldsymbol{\eta}}_2 = [\hat{\dot{\phi}},\hat{\dot{\theta}},\hat{\dot{\psi}},\hat{\dot{X}},\hat{\dot{Y}},\hat{\dot{Z}}]^{\mathrm{T}}$ 为 $\boldsymbol{\eta}_2$ 的观测值,$\hat{\boldsymbol{\eta}}_3 = [d_\phi,d_\theta,d_\psi,d_X,d_Y,d_Z]^{\mathrm{T}}$ 为扰动 $\boldsymbol{F}_d$,δ_1、δ_2、δ_3 均为大于 0 的常数,下面对观测器的观测误差的收敛性进行证明。

证明:定义观测误差 $z = [z_1,z_2,z_3]^{\mathrm{T}}$,其中,$z_1 = \boldsymbol{\eta}_1 - \hat{\boldsymbol{\eta}}_1$,$z_2 = \boldsymbol{\eta}_2 - \hat{\boldsymbol{\eta}}_2$,$z_3 = \boldsymbol{F}_d - \hat{\boldsymbol{\eta}}_3$, $\boldsymbol{F}_d = [d_\phi,d_\theta,d_\psi,d_X,d_Y,d_Z]^{\mathrm{T}}$, 结合式(35)可得:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = -\gamma_1z_1 + z_2 \\ \dot{z}_2 = -\gamma_2z_2 + z_3 \\ \dot{z}_3 = -\gamma_3z_3 + F_d \end{cases} \tag{36}$$

令 $\gamma_1 = \frac{a_1}{n}$,$\gamma_2 = \frac{a_2}{n^2}$,$\gamma_3 = \frac{a_3}{n^3}$,$n$ 为正常数,则观测误差方程可写成:

$$\dot{z} = \boldsymbol{A}z + \boldsymbol{B}\dot{\boldsymbol{F}}_d \tag{37}$$

式中:$\boldsymbol{A} = \left[-\frac{a_1}{n},1,0;\ -\frac{a_2}{n^2},0,1;\ -\frac{a_3}{n^3},0,0\right]$,$\boldsymbol{B} = [0,0,1]^{\mathrm{T}}$。

矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的特征方程为:

$$s_i^3 + a_1s_i^2 + a_2s_i + a_3 = \prod_{j=1}^{3}(\boldsymbol{s}_i + \boldsymbol{\tau}_i) = 0 \tag{38}$$

式中:$\boldsymbol{\tau}_i = [\tau_{1i},\tau_{2i},\tau_{3i}]^{\mathrm{T}}$ 为互不相等的正实数,$i = 1,2,3$。对于矩阵 $\boldsymbol{A}$,存在范德蒙矩阵 $\boldsymbol{Q}$,满足如下关系:

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{Q}\,\mathrm{diag}\left[-\frac{\tau_{1i}}{n},\ -\frac{\tau_{2i}}{n},\ -\frac{\tau_{3i}}{n}\right]\boldsymbol{Q}^{-1} \tag{39}$$

定义 $\boldsymbol{\tau}_{\min} = [\tau_{1i},\tau_{2i},\tau_{3i}]^{\mathrm{T}}$, $i = 1,2,3$。对微分方程 $\dot{z} = \boldsymbol{A}z + \boldsymbol{B}\dot{\boldsymbol{F}}_d$ 进行求解,可得:

$$e_i(t) = \exp(\boldsymbol{A}t)e_i(0) + \int_0^t \exp[\boldsymbol{A}(t-\boldsymbol{\kappa})]\dot{\boldsymbol{F}}_d\mathrm{d}\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{B} \tag{40}$$

假设飞行器的复合扰动项 F_d 光滑且有界,以及它的一阶导数 $\dot{F}_d$ 也是有界的,即 $|\dot{\boldsymbol{F}}_d| \leqslant \boldsymbol{\Gamma}$,$\boldsymbol{\Gamma} = [\Gamma_1,\Gamma_2,\Gamma_3]^{\mathrm{T}}$,$(0 < \Gamma_i < +\infty)$,故解方程(40)可得:

$$\|e_i(t)\| \leqslant \|\exp(\boldsymbol{A}t)\|\,\|e_i(0)\| + \boldsymbol{\Gamma}\left\|\int_0^t \exp[\boldsymbol{A}(t-\boldsymbol{\kappa})\mathrm{d}\boldsymbol{\kappa}]\right\|\,\|\boldsymbol{B}\| \leqslant$$

$$\left\| Q\mathrm{diag}\left[\exp\left(-\frac{\tau_{1i}}{n}t\right), \exp\left[-\frac{\tau_{2i}}{n}t\right], \exp\left(-\frac{\tau_{3i}}{n}t\right)\right] Q^{-1}\right\| \cdot$$

$$\| e_i(0) \| + \Gamma \left\| \int_0^t \exp[A(t-\kappa)] \right\| \| \mathrm{d}\kappa \| \| B \| \leqslant$$

$$\| Q \| \| Q^{-1} \| \exp\left(-\frac{\tau_{\min}}{n}t\right) \| e_i(0) \| +$$

$$\| Q \| \| Q^{-1} \| \Gamma \int_0^t \exp\left[-\frac{\tau_{\min}}{n}(t-\kappa)\right] \mathrm{d}\kappa \| B \| \leqslant$$

$$\| Q \| \| Q^{-1} \| \left\{ \exp\left(-\frac{\tau_{\min}}{n}t\right) \| e_i(0) \| + \right.$$

$$\left. \Gamma \frac{\varepsilon}{\tau_{\min}}\left[1-\exp\left(-\frac{\tau_{\min}}{n}t\right)\right] \| B \| \right\} \tag{41}$$

由 $\| B \| = 1$，并根据式(41)推导结果可知，当 $t \to \infty$，$n \to 0^+$ 时 $\| e_i(t) \|$ 趋近于0，亦知 $\| e_i(t) \|$ 趋近于0的收敛速度与参数 n 有关，n 的取值越小，$\| e_i \|$ 的收敛速度就越快，即 $\hat{\eta}_2 \to \eta_2$。

综上所述，扩张观测器的观测误差是收敛的，且最终收敛于零。故设计的扩张观测器能够观测复合干扰项和角速度信息，证毕。

4 实验验证与结果分析

4.1 实验验证平台描述

为验证本文所设计的基于状态扩张观测器的积分型反步法轨迹跟踪控制算法的正确性和有效性，采用 Quanser 公司的 QBall2 四旋翼无人飞行实验平台进行控制器验证实验。QBall2 四旋翼无人飞行实验平台主要是由 OptiTrack 室内摄像头定位系统，MATLAB/Simulink 环境的飞行控制平台和 QBall2 四旋翼飞行器 3 部分组成。QBall2 四旋翼无人飞行实验平台如图 2 所示。

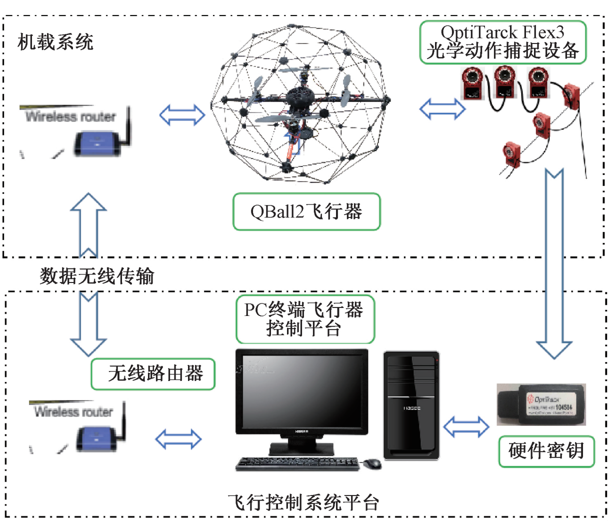


图 2 实验平台示意图

Fig.2 Diagram of experimental platform

实验平台通过 OptiTrack 摄像头获取飞行器在室内飞行过程中的位置信息，并将信息实时传输到飞行控制平台，平台的实时控制系统插件实时编译程序下载到 QBall2 的控制器，同时读取摄像头检测到的位置数据，将控制指令通过无线信号传输给飞行器，实现在实验平台计算机端的飞行数据实时传送和 QBall2 飞行器的实时控制。

4.2 实验结果分析

以 Quanser 公司的 QBall2 四旋翼飞行器为控制对象，飞行器参数如表 1 所示。

表 1 QBall2 四旋翼飞行器参数

Table 1 Parameters of the QBall2 quadrotor

参数	设定值	参数	设定值
m	1.80 kg	I_z	0.04 kg·m^2
l	0.20 m	K_t	8.80 N
w	15 rad/sec	K_y	0.40 N·m
I_x	0.03 kg·m^2	g	9.81 m·s^2
I_y	0.03 kg·m^2		

设计的实验验证过程为：QBall2 飞行器在第 5 s 时启动飞行器，飞行器进入待飞状态，在第 8.5 s 时飞行平台给定期望的飞行轨迹，并执行起飞命令，当飞行器到达 0.5 m 高度时沿着生成的期望的轨迹{(0.5,0.5),(0.5,−0.5),(−0.5,−0.5),(−0.5,0.5),(0,0)}飞行，完成预设的轨迹跟踪后，飞行器在第 40 s 响应降落指令并开始降落，5 s 后结束飞行。

四旋翼飞行器非线性轨迹跟踪控制中，所设计扩张观测器的参数选取如表 2 所示。

表 2 扩张观测器的参数

Table 2 Parameters of ESO

参数	ϕ,θ,ψ	X,Y,Z
Y_1	55	100
Y_2	550	1 000
Y_3	5 500	10 000

基于扩张观测器的四旋翼飞行器非线性轨迹跟踪控制的飞行实验结果如图 3 所示。

由图 3 空间轨迹跟踪和图 4 平面轨迹跟踪中可知，在基于扩张观测器的积分型反步法控制下四旋翼飞行器的轨迹跟踪曲线能够快速的跟上期望的轨迹，并在全程中保持良好的跟踪飞行状态。

图 5 和 6 所示分别是四旋翼飞行器在第 5 s 时启动飞行器以及第 8.5 s 后生成期望轨迹的实时位置 X、Y、Z 和姿态角 ϕ、θ、ψ 的跟踪曲线，由这两图可知所设计的系统能够很好地跟踪位置和姿态角的实时信息。

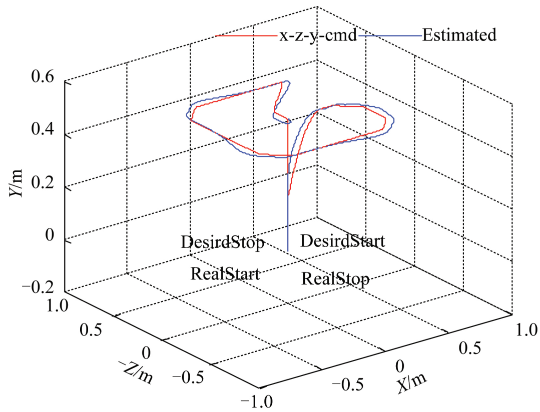


图 3　积分型反步法空间轨迹跟踪曲线

Fig.3　3D trajectory of integral backstepping

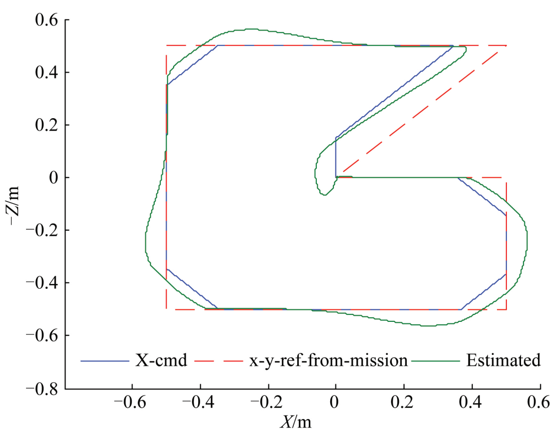
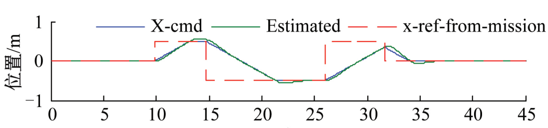


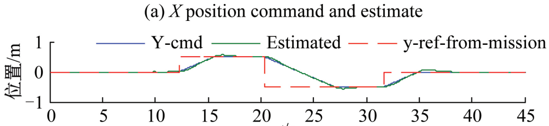
图 4　积分型反步法平面轨迹跟踪曲线

Fig.4　Horizontal trajectory of integral backstepping



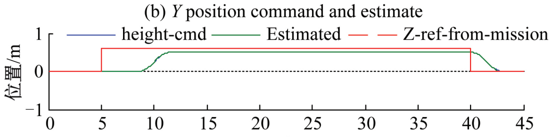
(a) X位置跟踪和估计

(a) X position command and estimate



(b) Y位置跟踪和估计

(b) Y position command and estimate

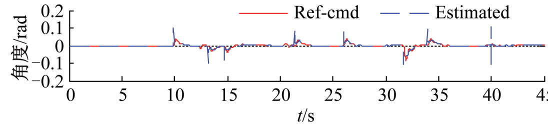


(c) Z高度跟踪和估计

(c) Height Above Ground (Z) Tracking and estimate

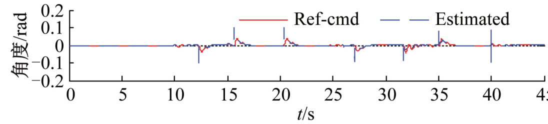
图 5　飞行器的位置跟踪曲线

Fig.5　Position tracking curve of the UAV



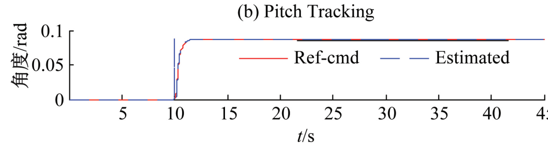
(a) 横滚角跟踪

(a) Roll Tracking



(b) 俯仰角跟踪

(b) Pitch Tracking



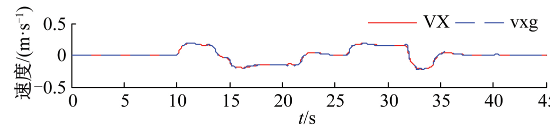
(c) 偏航角跟踪

(c) Yaw Tracking

图 6　飞行器姿态角跟踪曲线

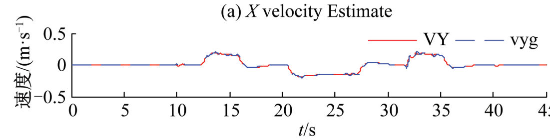
Fig.6　Attitude angle tracking curve of the UAV

图 7 所示为所设计的飞行器扩张观测器观测位置线速度 V_x、V_y、V_z 的估计曲线,图 8 所示为飞行器扩张观测器观测到姿态角角速度 V_ϕ、V_θ、V_ψ 的估计曲线,从这两个图的实验结果可以看出扩张观测器能够快速地估计飞行速度和角速度信息,进而保证飞行器良好的轨迹跟踪效果。



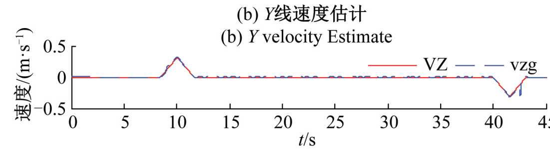
(a) X线速度估计

(a) X velocity Estimate



(b) Y线速度估计

(b) Y velocity Estimate

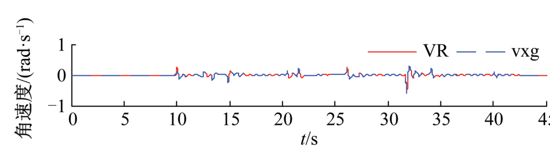


(c) Z线速度估计

(c) Z velocity Estimate

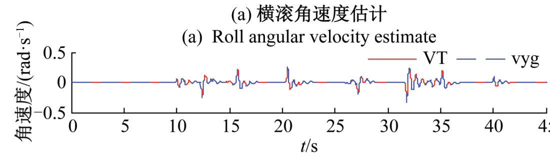
图 7　观测器估测位置速度曲线

Fig.7　ESO position velocity estimation curve



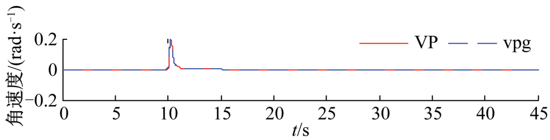
(a) 横滚角速度估计

(a) Roll angular velocity estimate



(b) 俯仰角速度估计

(b) Ritch angular velocity estimate

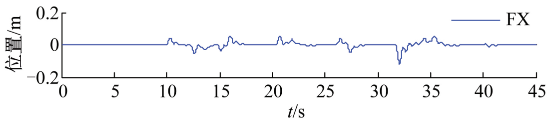


(c) 偏航角速度估计
(c) Yaw angular velocity estimate

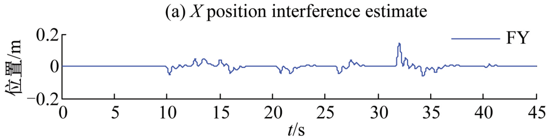
图 8 观测器估测角度速度曲线

Fig.8 ESO attitude angular velocity estimation curve

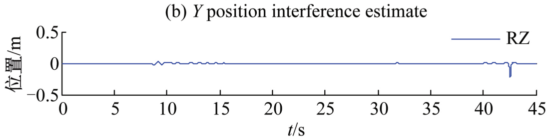
图 9 和 10 分别估计的是位置和姿态角的未知干扰，然后将其反馈给控制器，从而有效地提高四旋翼飞行器的轨迹跟踪鲁棒性和控制精度。



(a) X位置干扰估计
(a) X position interference estimate



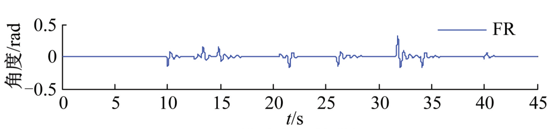
(b) Y位置干扰估计
(b) Y position interference estimate



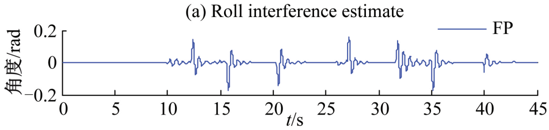
(c) Z位置干扰估计
(c) Z position interference estimate

图 9 观测器估计未知位置干扰跟踪曲线

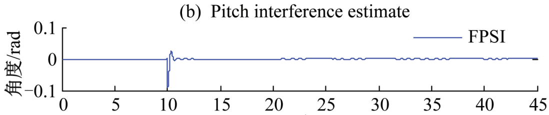
Fig.9 ESO unknown position interference estimation curve



(a) 横滚角干扰估计
(a) Roll interference estimate



(b) 俯仰角干扰估计
(b) Pitch interference estimate



(c) 偏航角干扰估计
(c) Yaw interference estimate

图 10 观测器估计未知角度干扰角度曲线

Fig.10 ESO unknown angle interference estimation curve

5 结 论

本文以欠驱动四旋翼飞行器为控制目标，设计了基于状态扩张观测器的非线性轨迹跟踪控制器，该控制器结合积分型反步法消弱系统的稳态误差，同时设计扩张观测器来估计四旋翼飞行器不可测量的线速度和角速度信息，并补偿未知的外界干扰，然后基于李雅普诺夫函数证明所设及的控制系统一致最终有界性。最后，以 Quanser 公司的 QBall2 飞行器为控制对象，通过飞行实验平台对所设计控制算法进行验证。实验结果表明，该控制器能够很好地估计速度信息和观测到未知干扰，表明了该控制算法的可行性和鲁棒性，提高了四旋翼飞行器轨迹跟踪控制精度。

参考文献

[1] XU J, CAI CH X, LI Y Q, et al. Dual-loop path tracking and control for quad-rotor miniature unmanned aerial vehicles [J]. Control Theory and Applications, 2015, 32 (10): 1335-1342.

[2] 王诗章，鲜斌，杨森.无人机吊挂飞行系统的减摆控制设计[J].自动化学报，2018，44(10)：1771-1780.
WANG SH ZH, XIAN B, YANG S. Anti-swing controller design for an unmanned aerial vehicle with a slung-load[J]. Acta Automatica Sinica, 2018, 44(10): 1771-1780.

[3] KATIGBAK C N R, GARCIA J R B, GUTANG J E D, et al. Autonomous trajectory tracking of a quadrotor UAV using PID controller[C]. 8th International Conference on Humanoid, Nanotechnology, InformationTechnology, Communication and Control, Environment and Management, 2015, 8(12): 1-5.

[4] DING X L, WANG X Q, YU Y S, et al. Dynamics modeling and trajectory tracking control of a quadrotor unmanned aerial vehicle [J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Transactions of the ASME, 2017, 139(2): 1-11.

[5] ABDESSAMEUD A, TAYEBI A. Global trajectory tracking control of VTOL-UAVs without linear velocity measurements [J]. Automatica, 2010, 46 (6): 1053-1059.

[6] REINOSO M, MINCHALA L I, ORTIZJ P, et al. Trajectory tracking of a quadrotor using sliding mode control[J]. IEEE Latin America Transactions, 2016, 14(5): 2157-2166.

[7] 王宁,王永,余明裕. 四旋翼飞行器自适应动态面轨迹跟踪控制[J]. 控制理论与应用, 2017, 34(9): 1185-1194.
WANG N, WANG Y, YU M Y. Adaptive dynamic surface trajectory tracking control of a quadrotor unmanned aerial vehicle[J]. Control Theory & Applications, 2017, 34(9): 1185-1194.

[8] FAN Y SH, CAO Y B, LI T SH. Adaptive integral backstepping control for trajectory tracking of a quadrotor[C]. International Conference on Information, Cybernetics, and Computational Social Systems, 2017: 619-624

[9] FAN Y SH, CAO Y B, ZHAO Y SH. Design of the nonlinear controller for a quadrotor trajectory tracking[C]. Proceedings of the 29th Chinese Control and Decision Conference, 2017:2162-2167.

[10] 刘一莎,杨晟萱,王伟. 四旋翼飞行器的自抗扰飞行控制方法[J]. 控制理论与应用, 2015, 32(10): 1351-1360.
LIU Y SH, YANG SH, WANG W. An active disturbance-rejection flight control method for quad-rotor unmanned aerial vehicles[J]. Control Theory & Applications, 2015, 32(10): 1351-1360.

[11] LI SH H, WANG Y N, TAN J H, et al. Adaptive RBFNNs/integral sliding mode control for a quadrotor aircraft[J]. Neurocomputing, 2016, 216(12): 126-134.

[12] 魏青铜, 陈谋, 吴庆宪. 输入饱和与姿态受限的四旋翼无人机反步姿态控制[J]. 控制理论与应用, 2015, 32(10): 1361-1369.
WEI Q T, CHEN M, WU Q X. Backstepping-based attitude control for a quadrotor UAV with input saturation and attitude constraints[J]. Control Theory & Applications, 2015, 32(10): 1361-1369.

[13] 沈智鹏,曹晓明. 输入受限四旋翼飞行器的模糊自适应动态面轨迹跟踪控制[J]. 控制与决策, 2018, 33(7): 1401-14088.
SHEN ZH P, CAO X M. Fuzzy adaptive dynamic surface trajectory tracking control for quadrotor UAV with input constraints[J]. Control and Decision, 2018, 33(7): 1401-1408.

[14] SHAO X L, WANG H L. Trajectory linearization control based output tracking method for nonlinear uncertain system using linear extended state observer[J]. Asian Journal of Control, 2016, 18(1): 316-327.

[15] FOUAD Y, NASSIM R, LAID D, et al. Extended state observer-based adaptive fuzzy tracking control for a quadrotor UAV[J]. 5th International Conference on Control, Decision and Information Technologies, 2018 (4): 1023-1028.

[16] CHEN W H, YANG J, GUO L, et al. Disturbance-observer-based control and related methods-An overview[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015, 63(2): 1083-1095.

[17] 范云生, 曹亚博, 赵永生. 四旋翼飞行器轨迹跟踪控制器的设计与验证[J]. 仪器仪表学报, 2017, 38(3): 741-749.
FAN Y SH, CAO Y B, ZHAO Y SH. Design and validation of trajectory tracking controller for quadrotor[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(3):741-749.

[18] FAN Y SH, CAO Y B, GUO Ch, et al. Fuzzy self-adaptive proportional integration differential control for attitude stabilization of quadrotor UAV[J]. Journal of Donghua University (English Edition), 2016, 33(5): 768-773.

[19] FAN Y SH, CAO Y B, ZHAO Y SH. Sliding mode control for nonlinear trajectory tracking of a quadrotor[C]. Proceedings of the 36th Chinese Control Conference, 2017(9):6676-6680.

[20] BOUABDALLAH S, SIEGWART R. Towards intelligent miniature flying robots[J]. Springer Tracts in Advanced Robotics, 2006, 25(5):429-440.

[21] 张居乾,师玉茹,任朝晖. 基于扩张观测器的四旋翼无人机轨迹鲁棒滑模控制[J]. 中国惯性技术学报, 2018, 26(2): 247-254.
ZHANG J Q, SHI Y R, REN CH H. Robust sliding mode control for quadrotor UAV trajectory based on extended state observer[J]. Journal of Chinese Intertial

Technology, 2018,26(2): 247-254.

[22] 陈松林,赵海香. 三阶扩张状态观测器的优化参数配置方法[J]. 控制与决策,2014,29(10): 1851-1855.
CHEN S L,ZHAO X H. Parameter optimization of third-order extended state observer[J]. Control and Decision, 2014,29(10): 1851-1855.

[23] 沈智鹏,曹晓明, 基于扩张观测器的输入受限四旋翼飞行器轨迹跟踪动态面输出反馈控制[J]. 系统工程与电子技术, 2018,40(12): 2766-2774.
SHEN ZH P,CAO X M. Extended state observer based dynamic surface output feedback control for quadrotor UAV Trajectory tracking with input constraints [J]. Systems Engineering and Electronics, 2018, 40 (12): 2766-2774.

[24] 王新华, 陈增强,袁著祉. 基于扩张观测器的非线性不确定系统输出跟踪[J]. 控制与决策, 2004, 19(10): 1113-1116.
WANG X H, CHEN ZH Q, YUAN ZH ZH. Output tracking based on extended observer for nonlinear uncertain systems [J]. Control and Decision, 2004, 19(10): 1113-1116.

作者简介

范云生(通信作者),2012 年于大连海事大学获得博士学位,现为大连海事大学副教授、硕士生导师,主要研究方向为船舶智能控制理论与应用等。
E-mail: yunsheng@ dlmu.edu.cn

Fan Yunsheng (Corresponding author) received his Ph. D. degree from Dalian Maritime University in 2012. He is currently an associate professor and master supervisor at Dalian Maritime University. His main research interests include ships intelligent control theory and application.