DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J1905059

# 基于偏置正交测量臂逆解算法的构型位置精度预测研究\*

许 铀,高 群,于丽敏,徐 伟,郑振兴

(广东技术师范大学 广州 510665)

**摘** 要:结构参数误差使得测量臂在不同位置、不同构型下的精度呈现一定的规律。以六关节测量臂为研究对象,采用定积分 法分析末端执行器位置精度与结构参数误差之间的关系,构建测量臂位置精度预测模型;并提出一套偏置正交测量臂前四关节 的逆解算法,用于确定特定工作点下测量臂各种构型的位置精度分布情况,并给出构型灵活性、构型位置精度权重等评价指标。 验证试验包括:比较不同工作点下构型灵活度情况;统计工作点下构型位置精度分布状况;利用其分布特性,对不同工作点下 不同构型进行单点测量。实验结果表明:本方法能更直观、全面地描述特定工作点下构型的位置精度分布情况,进而指导实际 操作中对测量臂工作点以及测量构型的选择。

# Position accuracy forecast of different configuration based on the inverse kinematics algorithm of offset orthogonal AACMM

Xu You, Gao Qun\*, Yu Limin, Xu Wei, Zheng Zhenxing

(Guangdong Polytechnic Noronal University, Guangzhou 510665, China)

Abstract: The structure parameter errors result in the regularity of position accuracy of the offset orthogonal articulated arm coordinate measuring machine (AACMM) in different configurations. The paper studies the relationship between the structure parameter error and the position accuracy of 6-joint AACMM using the definite integration. The position accuracy prediction model is formulated. The inverse kinematics algorithm of offset orthogonal AACMM is proposed and the position accuracy distribution of AACMM in different configuration of specified operating point can be described. The configuration flexibility and weight of position accuracy in different configuration are explained. Evaluation experiments are summarized as follows. The comparison test of configuration flexibility is carried out; the position accuracy distribution of AACMM in different operation points is described; by using the distribution feature, single-point tests are implemented under different working points of different configuration. Experimental results show that the proposed method has the attribute of high configuration flexibility and is more suitable for the operation of AACMM. In further, it can be used to guide the selection of operation point and measurement configuration in operating the AACMM.

Keywords: offset orthogonal; articulated arm coordinate measuring machine; position accuracy; configuration

0 引 言

多关节测量臂是一种典型的工业机器人,被广泛应 用于工业领域<sup>[14]</sup>。由于生产过程中各结构参数存在一 定的误差,使得设备必须通过一定的方法进行标定、补偿 方可保证其精度<sup>[59]</sup>。各结构参数本身误差的不确定性 使得测量臂在不同工作点,不同构型下会呈现不同的精 度<sup>[10-11]</sup>。事实上,测量臂精度问题应该从以下 3 个层次 进行系统分析:

1)可达度,它是描述测量臂工作空间以及构型多样 性的一项指标。位置精度评价必须以工作空间下的可达

\*基金项目:广东省自然科学基金项目(2018A030313753)、广东省教育厅青年创新人才项目(2017KQNCX119)、广州市科技计划项目 (201803030041)、广东省科技计划项目(2017A070715012)资助

收稿日期:2019-04-27 Received Date:2019-04-27

构型为前提才有意义。通常,在工作空间边界或者难以 达到的构型下,系统精度将受到较大影响。

2)操作灵活度,它是描述测量臂在某一工作点下构 型多样性的一项指标,通常构型越多,其操作越灵活,测 量臂精度更容易进行评价及预测。

3)位置精度,它是描述测量臂在某一工作点下特定 构型的具体精度评价指标。当测量臂各个关节角度确定 了工作位置及构型,在各结构参数误差已知前提下,其位 置精度则可预测。

显然,在测量臂工作空间中必然存在某个区域的具体某些构型位置精度较高。在搜寻最优构型下,必然优 先解决以下两大问题:1)位置精度的评价方法;2)给定 特定工作点,其构型多样性的分析方法。针对位置精度 评价方法,笔者首先研究光栅编码器精度问题对测量臂 位置精度的影响,定义了基于光栅编码器精度的应置精 度评价指标<sup>[12]</sup>,并通过实验验证了该方式的有效性。为 进一步阐述各结构参数误差对测量臂位置精度的影响, 文献[13]采用定积分简化的方法描述由于各结构参数 误差下,在特定的工作构型下系统不确定位置的可达空 间,并通过实验证明该方式可作为位置精度的评价手段。

针对特定工作点构型多样性问题,传统的逆解算法 多为解决特定构型的方程求解<sup>[14-15]</sup>,其算法复杂、运算量 大。本文针对测量臂各关节存在偏置正交的特点,采用 几何法求解特定工作点的构型多样性问题,并分析工作 空间下各个位置构型灵活性及权重分布,同时利用位置 精度评价手段计算预测各构型位置精度情况,并通过单 点实验验证方法的有效性。

# 1 偏置正交测量臂构型分析

#### 1.1 构型灵活度

以六关节测量臂为例,通常末端关节(如图1所示) 的尺寸相比其他关节的要小且操作过程该关节位置较为 固定,该部分所引起的精度问题往往比其他关节要小,为 方便系统精度评价,可忽略该部分影响<sup>[12]</sup>。工作点可以 第5关节末端点代替,理论上可达该工作点的构型集合 轨迹将以关节2、关节4、工作点所成的三角形饶关节2 及工作点所成直线旋转一圈所成的双锥形,其中关节4 运动轨迹为圆形,定义为构型圆(图1)。

由于各关节最大旋转角度的限制,使得测量臂工作 空间上各工作点的构型集合未必都能达到整个构型圆的 范围。故此,对测量臂构型进行分类,如图2所示。1)理 论构型{*GI*}:测量臂理论上可到达工作点的构型集合; 2)非工作构型{*GN*}:由于物理结构限制,测量臂无法到 达工作点的理论构型集合;3)全工作构型{*GA*}:满足实 际角度及物理结构限制情况下,测量臂可到达工作点的





所有理论构型集合。由此给出构型灵活度 *ζ* 表达式 如下。

$$\zeta = \frac{GA}{GI} \times 100\% \tag{1}$$

式中:*ζ*一方面可描述在特定工作点下可用构型的数量, 另一方面也反映该工作点操作的灵活性问题,指标越趋 近于1,说明全工作构型集合越接近构型圆,其操作灵活 性越高。



#### Fig.2 Classification of configurations

# 1.2 基于几何法的偏置正交测量臂逆解算法

设偏置正交测量臂初始构型如图3所示。



Fig.3 Offset orthogonal AACMM

 $\theta_1$ 

Λ

若 $l_2 = l_3$ 、 $l_2 \perp d_1$ 、 $l_3 \perp d_5$ ,存在 $\theta_1 = \theta_3 + \varepsilon$ 关系时,工作 点位置不变的情况(其中 $\varepsilon$ 为一对应系数)。在这4类构 型下,构型圆为完整圆形,如图4所示。



图 4 偏置正交测量臂特殊构型 Fig.4 Special configurations of offset orthogonal AACMM

大多数情况,由于 l2、l3 的存在,使得构型圆多为近 椭圆形状,如图5所示。考虑机构设计及操作方便性,一 般对第 2、第 4 关节的旋转角度进行了限制, 即  $\theta_1 \epsilon [0,$  $2\pi$ ]  $\theta_2\epsilon$ [ $-\pi$ ,0]  $\theta_3\epsilon$ [ $0,2\pi$ ]  $\theta_4\epsilon$ [ $-\pi$ ,0]  $\theta_1$ 



图 5 偏置正交测量臂构型圆形状 Fig.5 Configurations circle of offset orthogonal AACMM

确定工作点位置(x5,y5,z5),设第2关节所在坐标为 (x,,y,z,)以第2关节为参考,其双锥形构型集合存在最 高、最低2种构型,如图5所示,采用几何法,最高构型前 4 个关节角度( $\theta_{1max}, \theta_{2max}, \theta_{3max}, \theta_{4max}$ )求解如下:

$$\theta_{1\max} = a \tan\left(\frac{y_5 - y_2}{x_5 - x_2}\right)$$
else (2)

else

 $if\left(\left(x_{5}-x_{2}\right) \geq 0\right)$ 

$$\theta_{1\max} = a \tan\left(\frac{y_5 - y_2}{x_5 - x_2}\right) + \pi$$

$$len = \sqrt{\left(d_3^2 + l_2^2\right)}$$

$$den = \sqrt{\left(\left(x_5 - x_2\right)^2 + \left(y_5 - y_2\right)^2 + \left(z_5 - z_2\right)^2\right)}$$

$$QD = \sqrt{\left(l_3 - l_2\right)^2 + d_3^2}$$

$$the1 = \arccos\left(\frac{l_{2}^{2} + QD^{2} - \sqrt{l_{3}^{2} + d_{5}^{2}}}{2 \times |l_{2}| \times |QD|}\right)$$

$$the2 = \arccos\left(\frac{QD^{2} + den^{2} - d_{5}^{2}}{2 \times QD \times den}\right)$$

$$the3 = \operatorname{arctg}\left(\frac{(z_{5} - z_{2})}{\sqrt{(x_{5} - x_{2})^{2} + (y_{5} - y_{2})^{2}}}\right)$$

$$\theta_{2 \max} = the1 + the2 + the3 \tag{3}$$

$$\angle k = \arccos\left(\frac{QD^2 + l_3^2 - len^2}{2 \times QD \times l_3}\right)$$
$$\angle q = \arccos\left(\frac{QD^2 + d_5^2 - den^2}{2 \times QD \times d_5}\right)$$
$$\theta_{4_{\max}} = -\left(2\pi - \angle k - \angle q\right) \tag{5}$$

最低构型前4个关节角度( $\theta_{1 \min}, \theta_{2 \min}, \theta_{3 \min}, \theta_{4 \min}$ )求 解如下:

$$\theta_{1\min} = \theta_{1\max} \tag{6}$$

$$ken =$$

$$\sqrt{\left(l_3^2 + d_5^2\right) - \left(2 \times |l_3 \times d_5| \times \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta_{4_{\max}}\right)\right)}$$

$$gen =$$

$$\sqrt{len^2 + l_3^2 - 2 \times len \times |l_3| \times \cos\left(arctg \left|\frac{l_2}{d_3}\right| + \frac{\pi}{2}\right)}$$

$$if(den + |d_5| > gen)$$

$$thek1 = \arccos\left(\frac{len^2 + den^2 - ken^2}{2 \times len \times den}\right)$$

$$thek2 = \arccos\left(\frac{gen^2 + den^2 - d_5^2}{2 \times gen \times den}\right)$$

$$thek3 = \arccos\left(\frac{gen^2 + len^2 - l_3^2}{2 \times gen \times len}\right)$$

$$thek = thek1 + thek2 + thek3 \tag{7}$$

$$\theta_{3_{\min}} = \pi$$

$$(s)$$

$$\theta_{4 \min} = -\frac{3\pi}{2} + \arccos \frac{(gen^2 + l_3^2 - len^2)}{2 \times gen \times |l_3|} + \arg \frac{(gen^2 + d_5^2 - den^2)}{2 \times gen \times |l_3|}$$
(9)

$$\cos \frac{1}{2 \times gen \times d_5} \tag{9}$$

注:根据三角形性质,要求  $den + |d_s| \ge gen$ ,否则该构 型不存在。

其他构型的第2关节角度满足  $\theta_2 \epsilon(\theta_{2\min}, \theta_{2\max})$ ,在 这个范围下,定义任意  $\theta_2$ ,都存在两种对称构型(即( $\theta_1$ ,  $\theta_2, \theta_3, \theta_4$ )与( $-\theta_1, \theta_2, -\theta_3, \theta_4$ )),如图6所示。

为求解给定 $\theta_1$ 时另外的3个角度值( $\theta_1$ , $\theta_3$ , $\theta_4$ ),可 先求解  $\theta_4$ ,如图 7 所示。

设基座旋转轴(关节1)与杆件 d, 的交点坐标为 K  $(0,0,z_k)$ ,从该点断开并绕*K*点旋转至点*D*,有:



图 6 偏置正交测量臂对称构型





图 7 求解  $\theta_4$  的虚拟构型 Fig.7 Virtual configuration for solving  $\theta_4$ 

$$\angle K_{y} = \arctan\left(\frac{d_{3}}{l_{3}}\right) - \left(\frac{\pi}{2} - |\theta_{2}|\right)$$

$$z_{k} = \left|l_{2}/\cos\left(\frac{\pi}{2} - |\theta_{2}|\right)\right|$$

$$\angle uck = |\theta_{2}| + \arctan\left(\left|\frac{d_{3}}{l_{2}}\right|\right)$$

$$dk = \frac{\sin\left(\angle uck - \frac{\pi}{2}\right) \times |z_{k}|}{\sin(\arctan|l_{2}/d_{3}|)}$$
(10)
$$adk = \sqrt{dk^{2} + l_{2}^{2}}$$

$$q_{4k} = \sqrt{ak^2 + b_3^2}$$

$$eky = \sqrt{x_5^2 + y_5^2 + (z_5 - z_k)^2}$$

$$\theta_{41} = \arccos\left(\frac{l_3^2 + qdk^2 - dk^2}{2 \times l_3 \times qdk}\right)$$

$$\theta_{42} = \arccos\left(\frac{d_5^2 + qdk^2 - eky^2}{2 \times d_5 \times qdk}\right)$$

$$\theta_4 = -\left(\frac{3}{2}\pi - \theta_{41} - \theta_{42}\right)$$
(11)

注:若 $|(d_5^2+qdk^2-eky^2)/(2\times d_5\times qdk)|>1$ ,说明该结

构非三角形结构,该构型不成立。

根据式(10)及(11)可以进一步求解 $\theta_1$ ,其步骤如下:

$$Rm = \sqrt{l_{3}^{2} + d_{5}^{2} - 2 \times |l_{3} \times d_{5}| \times \cos(\theta_{41} + \theta_{42})}$$

$$Uk = len \times \cos(\pi - \angle uck)$$

$$Vk = -len \times \sin(\pi - \angle uck)$$

$$Ri = |Vk - z_{5}|$$

$$Qk = \sqrt{x_{5}^{2} + y_{5}^{2}}$$

$$Rq = \sqrt{Rm^{2} - Ri^{2}}$$

$$Dq = |Uk|$$
(12)  
其中 2 个对称构型下的  $\theta_{1}$  值为:  

$$\theta_{1} = -\arccos\left(\frac{Qk^{2} + Dq^{2} - Rq^{2}}{2 \times Qk \times Dq}\right)$$
or

$$\theta_1 = \arccos\left(\frac{Qk^2 + Dq^2 - Rq^2}{2 \times Qk \times Dq}\right)$$
(13)

注:必须满足 Qk+Dq-Rq>1,否则该构型不成立。

将 θ<sub>1</sub> 及 θ<sub>2</sub> 带入测量臂 DH 矩阵,结合及末端点情况,可推导杆件 d<sub>3</sub> 相对工作点的方向向量,设关节 3 从 初始位置经过旋转后指向工作点,通过比较可得 θ<sub>3</sub>。

# 1.3 基于定积分法的测量臂位置精度评估

设测量臂第 i 个关节结构参数偏差为( $\pm \Delta d_i, \pm \Delta l_i$ ,  $\pm \Delta \beta_i, \pm \Delta \alpha_i$ )情况,测量臂末段执行器可达位置范围为各 关节精度区间下引起末端执行器可达位置的空间集合体  $V_{ALL}$ ,该空间的体积可作为精度评价指标(精度空间体 积)。对于正交系统,该集合体的体积可以采用定积分的 方式近似:

$$V_{ALL} = \sum_{i=1}^{n} \int_{-\Delta d_{i}}^{\Delta d_{i}} \int_{-\Delta l_{i}}^{\Delta \beta_{i}} \int_{-\Delta \alpha_{i}}^{\Delta \alpha} \cdot f(d_{i}, l_{i}, \beta_{i}, \alpha_{i}) d(d_{i}) d(l_{i}) d(\beta_{i}) d(\alpha_{i})$$
(14)  
$$\exists \Psi_{i} f(d_{i}, l_{i}, \beta_{i}, \alpha_{i}) ) \beta \# i \uparrow \notin \forall \forall \mathsf{DH} \ \texttt{EP}_{\circ}$$

# 1.4 偏置正交测量臂构型位置精度预测流程

综上所述,可整理一套偏置正交测量臂构型位置精 度预测的方法,其流程如图8所示。其分为5个步骤:

 测量臂工作空间分析及工作点简化。考虑基座 置于水平面上,测量臂绕基座各向同性,可将测量臂工作 空间简化为 XZ 平面上的投影,并采用数字化手段将其 工作空间平面用有数个工作点进行代替;考虑末端关节 尺寸较短且操作过程与水平面层垂直状态,工作点可以 第5关节末端点作为参考。

2)构型灵活度区域划分。考虑测量臂第2、第4关 节最大旋转角度,将各个工作点的理论构型分为若干个 模块,每个模块选取一个构型作为代表,结合本文构型逆 解算法判断各构型是否属于全工作构型,并求解其构型 灵活度;最后根据构型灵活度的大小将其工作空间划分 为不同区域。



图 8 构型位置精度预测流程 Fig.8 Prediction process of configurations' position accuracy

)

3)工作点各构型位置精度预测。在本文构型逆解基础上,结合式(14)求解该构型下的位置精度。

4) 工作点构型权重分析。考虑操作方便性,分析各构型在工作点位置下的权重 *c<sub>i</sub>*,提出综合位置精度指标 *σ* 如下:

$$\sigma = \sum_{i=1}^{n} c_i V_{ALLi}$$

$$\theta_{3k} = \arctan\left(\frac{z_5 - z_2}{\sqrt{(x_5 - x_2)^2 + (y_5 - y_2)^2}}\right) + \frac{\pi}{2}$$

$$\eta = \sum_{i=1}^{n} \left(1 - \frac{||\theta_{3i}| - \theta_{3k}|}{\sum_{i=1}^{n} ||\theta_{3i}| - \theta_{3k}|}\right)$$

$$1 - \frac{||\theta_{3i}| - \theta_{3k}|}{\sum_{i=1}^{n} ||\theta_{3i}| - \theta_{3k}|}$$

$$c_i = \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} ||\theta_{3i}| - \theta_{3k}|}{\eta}$$
(15)

式中: $\theta_{3k}$ 为在工作点( $x_s, y_s, z_s$ )下最理想的操作构型第 3关节读数; $\theta_{3i}$ 为该工作点下的实际构型第3关节读数;  $V_{ALLi=1,...,n}$ 为实际构型所对应位置精度评价指标; $\eta$ 为各 种构型在实际操作中权重的总值。

5)结合步骤1)、2)、4),将整个工作空间各个位置的综合位置精度进行展现。

通过上述方法,可以在整个工作空间上了解各个区域 构型灵活度的分布情况;同时展现各个位置的综合精度分 布情况并且能直观地获得工作点下各种构型的位置精度 情况,有利于系统标定和实际操作对构型的精确选择。

# 2 位置精度分布及评价实验

#### 2.1 实验对象及目标

实验采用本单位自主研发的六关节测量臂 SINO6 (如图9所示)。实验目标如下:1) 对测量臂进行 10 次标定,获得各结构参数平均值以及标定误差;2)根据 2.4节,将测量臂工作空间内各工作点的构型灵活度、 构型位置精度及权重、工作点综合位置精度进行表达; 3)在工作空间内选取若干点进行单点测试,验证本文 方法的有效性。



图 9 SINO6 六关节测量臂 Fig.9 SINO6 measurement system

实验过程中,测量臂各结构参数标定值及标定误差 如表1所示。

#### 2.2 构型灵活度划分实验结果

考虑测量臂相对基座各项同性,本实验将工作空间 剖面平均划分为48×48个工作区域,每个区域以一个工 作点作为代表,如图10A所示;对每一工作点理论构型下 的构型圆进行分析,并将构型圆均分为12个区域如图 10B所示,并判断各区域是否符合实际情况,根据式(1) 确定构型灵活度,最后计算在整个工作空间构型灵活度 的分布,其结果如表2所示。 +

SINO( DII 会粉

第40卷

表 1 SHOU DH 多数								
Table 1   DH parameters of SINO6								
关节	杆件长度 $l_i/{ m mm}$	杆件长度偏差 $\Delta l_i/mm$	关节偏距 $d_i$ /mm	关节偏距偏差 $\Delta d_i / \mathrm{mm}$	杆件扭角 a <sub>i</sub> /rad	杆件扭角偏差 $\Delta a_i/ ext{rad}$	关节转角 $ heta_i$ /rad	关节转角偏差 $\Delta  heta_i$ /rad
Joint 1	-0.319 89	0.008 52	0.000 00	0.000 00	-1.571 84	2.708 05×10 <sup>-5</sup>	0.000 00	0.000 00
Joint 2	-60.730 90	0.027 26	-0.235 20	0.005 52	1.572 45	3. 47396×10 <sup>-5</sup>	0.001 23	2.905 74×10 <sup>-5</sup>
Joint 3	53. 108 97	0.003 15	-700.953 92	0.027 07	-1.572 11	2.370 07×10 <sup>-5</sup>	-0.012 26	0.000 18
Joint 4	-0.719 31	0.015 56	0.638 53	0.016 01	1.576 21	0.000 133	0.001 06	8.740 44×10 <sup>-6</sup>
Joint 5	0.036 57	0.000 94	-500.221 10	0.004 49	1.57149	1.936 87×10 <sup>-5</sup>	-0.003 34	2.129 20×10 <sup>-5</sup>
Joint 6	144. 491 93	0.017 13	58.872 29	0.002 47	0.000 00	0.000 00	0.002 43	3.494 47×10 <sup>-5</sup>



## 图 10 构型灵活度分析步骤

Fig.10 Analysis steps of configuration flexibility

# 表 2 不同构型灵活度的工作区域及工作点数量

#### Table 2 The working regions of different configurations flexibility and the number of working points in the regions

					0		•			••		•
	区域 12	区域11	区域 10	区域9	区域 8	区域7	区域6	区域5	区域 4	区域3	区域2	区域1
构型灵活度/%	8.33	16.67	25.00	33.33	41.67	50.00	58.33	66.67	75.00	83.33	91.67	100.00
构型圆内工作 构型分布					•				$\bigcirc$	$\mathbf{\hat{n}}$	•	ullet
工作点数量	420	0	73	0	73	0	76	1	77	4	166	1 414
分布区域				1 000 800 400 200 -200 -400 -600 -800 -1 000		不同构型灵活度	的工作区域分布		1 0.9 -0.8 -0.7 -0.6 期期 -0.5 期間 -0.4 -0.3 0.2 0.1			

由图可知,在整个工作空间内,不同构型灵活度的分 布呈连续性分布,其中构型灵活度为100%所占的面积最 大,在该区域内进行操作,测量臂具有最灵活的操作 空间。

#### 2.3 系统位置精度分布实验及分析

采用本文式(15)方法展现不同构型灵活度下的综 合位置精度分布,并在各区域下选取部分代表点,展现各 工作点下不同构型的位置精度情况,如表3所示,可得如 下结论:

 不管哪种构型灵活度,越偏离测量臂坐标原点, 其综合位置精度越低;

2)不同工作点不同构型下的位置精度呈现不同,并 随着工作点位置不同呈现有规律的变化,意味着在不同 的工作点下,其最优的工作构型所在位置有所不同;

3) 构型灵活度越少的区域,其位置精度分布越单一。

上述实验表明,测量臂在各种工作点下不同构型所 呈现的位置精度不同,根据本文所提方法对测量臂进行 位置精度的预测,可以指导测量臂对工作点、构型的有效 选择,以提高测量精度;同时,工作点下不同构型的位置 精度预测结果,也可用于对测量臂标定过程中构型的选 择提供一定的参考,实现从理论上解释位置精度与工作 点、构型之间的关系。

# 表 3 不同构型灵活度下各工作点的综合位置精度分布及代表点位置精度分布情况

 Table 3 The comprehensive position accuracy distribution in different configurations flexibility regions and the position accuracy distribution in the specified operating points



注:根据表2可知,区域11、9、7、5、3等由于工作点数量少于5个,本文不将这类区域放入统计内;同时,区域12由于构型数量少,也不进行 不同构型的位置精度分布统计。

#### 2.4 基于位置精度分布的单点测量精度实验及分析

为验证本文所提方法的有效性,通过单点测量的方 式对本文方法进行验证。其步骤如下:

 1)不失一般性,多关节测量系统基座放置于测量平台上,为方便精准地获得实验结果,根据图 11,在其构型 灵活度为 100%的工作空间随意上取 6 个工作点 (如图 11 所示),并分别在其上方放置一单点测量锥座。



 测量过程保持末端关节垂直于锥座,分别对每个 锥座进行不同构型的单点坐标采集,其构型的摆放方法 如图 12 所示。每个锥座采集 50 个数据,并计算每个检 测点坐标的样本标准偏差 σ:



$$\delta_i = (x_i - x)^2 + (y_i - y)^2 + (z_i - z)^2$$
(17)

式中: $\delta_i$  为每次测量实际计算值( $x_i, y_i, z_i$ )和平均值( $x, y_i, z_i$ )之间的距离的平方;n 为测量的总次数。



 3)根据本文方法预测检测点位置精度分布情况,并 比较每个检测点真实误差分布。

4)采用总体标准偏差的方法(式(18)、式(19))比 较检测点高精度区域与其他区域的精度对比情况。

$$\psi = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{g} \mu_i}{g}}$$
(18)

 $\mu_{i} = (x_{i} - \bar{x})^{2} + (y_{i} - \bar{y})^{2} + (z_{i} - \bar{z})^{2}$ (19)  $\exists \Psi: g \, \forall F \neq g \, \forall F \in g \, \forall F \,$ 

式中:g为样本点数量;µi为检测点相对总体中均坐标的 距离;ψ为所采集样本的总体标准偏差。

经过测量,各检测点的位置精度预测情况及实际测量情况如表3所示。

	表 3 甲点测量结果
Table 3	Result of single point measurement

(mm)

序号	预测位置精度分布/mm	实测位置精度分布/mm	相关内容	相关参数	
1	4型版下各构型位置相皮分考 0.8 6.8	Angentary and a second	工作点坐标	(33.6323,-671.8702,182.9355)	
	6.6 0.4 0.2		单点测量精度/mm	0.028 6	
			绿色部分测量精度/mm	0.012 8	
	-0.8 -1.0 -0.5 0 0.5 1.0 sin(03)		其他部分测量精度/mm	0.033 6	
	1.0. 0.8. <b>构型面下各构型位置触度分布</b> -10 <sup>+</sup> 6.8	1.0 0.8 0.07	工作点坐标	(10. 134 1, -730. 772 8, 389. 976 1)	
2	0.6 0.4 0.2 0.2		单点测量精度/mm	0.0307	
	0,0 -0,4 -0,6		绿色部分测量精度/mm	0.013 8	
			其他部分测量精度/mm	0.035 2	

序号	预测位置精度分布/mm	实测位置精度分布/mm	相关内容	相关参数	
	构型面下各构型位置模度分布 ×10 <sup>+</sup> 0.8 − − − − − − − − − − − − − − − − − − −	La de	工作点坐标	(-230.0463,-866.3197,183.1664)	
3	0.6 0.4 0.2		单点测量精度/mm	0.034 4	
			绿色部分测量精度/mm	0.018 7	
	-0.6 -0.8 -1.0 -0.5 0 0.5 1.0 sin(03)		其他部分测量精度/mm	0.041 3	
4	株型面下各株型位置構度分布 ×10 <sup>-4</sup> 0.8		工作点坐标	(37.0566,-1039.2153,183.183)	
			单点测量精度/mm	0. 039 0	
	0 -0.2 -0.4		绿色部分测量精度/mm	0. 024 8	
	-0.6 -0.5 -1.0 -0.5 0 0.5 1.0 -1.0 -0.5 0 0.5 1.0		其他部分测量精度/mm	0. 046 7	
5	1.0 0.8 	6,000 6,	工作点坐标	(75.7654,-655.0313,665.6672)	
			单点测量精度/mm	0. 030 8	
	0.2 0.2 0.4 0.6 5.8		绿色部分测量精度/mm	0.018 3	
	-0.8. -1.0 -0.5 0 0.5 1.0 sim(03)		其他部分测量精度/mm	0.038 5	
6	1.0 0.5 6.5	2.0 0.8 0.18	工作点坐标	(-17. 490 9, -736. 622 5, 731. 453 9)	
	6.6 0.4 0.2	000 000 000 000 000 000 000 000 000 00	单点测量精度/mm	0.078 3	
			绿色部分测量精度/mm	0.051 6	
	-0.81.00.5 0 0.5 1.0 -5.6 -1.00.5 0 0.5 1.0		其他部分测量精度/mm	0.091 4	

表3(续)

根据测量结果可知:1)本文所提的方法适用于偏置 正交机构的工作点构型与性能的分布表达;2)本文所采 用的工作点构型位置精度分布预测方法与实际测量结果 相符合;3)在测试过程中,存在部分与预测结果不同的 数据,说明除去结构参数误差的影响还存在其他因素(如 力学、温度等)影响预测结果;4)在实际操作中,可以通 过本文所提方法寻找测量臂位置精度较高的区域以及构 型,进而提高被测物体的数据采集精度。

# 3 结 论

本文根据偏置型正交多关节测量臂各结构参数误差的情况,给出基于偏置型正交测量臂逆解算法的特定构型位置精度评价方法,进而研究多关节测量臂在整个工作空间的构型灵活度、综合位置精度等分布特性。具体

内容有如下几点:

 1)根据测量臂统一工作点多构型特性,采用几何法 建立偏置正交测量臂特定构型与各关节角度之间的关系 式;并对构型灵活度进行定义,讨论不同构型灵活度在整 个工作空间下的分布情况,为测量臂不同区域的操作灵 活性选择提供一套方法;

2)在基于定积分的位置精度评价方法基础上,针对不同高度的工作点对构型选择的影响,提出基于构型权重的综合位置精度评价方法,进而描述不同灵活度区域下综合位置精度分布情况。

3)结合基于偏置正交测量臂的逆解算法和特定构型的位置精度评价指标,提出一套基于第3关节角度的工作点下不同构型位置精度分布表现方法,用于预测工作点下不同构型位置精度情况;同时通过实验验证本文方法的有效性。这种方法可为多关节测量系统标定及工

作区域、工作构型选择带来一定的借鉴。

事实上,基于结构参数误差仅仅是多关节测量系统 位置精度影响因素之一,其他因素的影响,包括运动过程 的惯性,不同构型下由于重力所造成的的形变,环境温度 等因素,也将影响测量臂系统位置精度。这些方面将是 本文接下来研究的重点。

# 参考文献

- [1] 姚雪峰,孙慈,杨晋,等.高精度角位移平台的研制及误差补偿[J].仪器仪表学报,2016,37(5):961-967.
  YAO X F, SUN C, YANG J, et al. Development and error compensation of the high precision turntable[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016, 37(5): 961-967.
- [2] 张召瑞,张旭,郑泽龙,等.融合旋转平移信息的机器人
   手眼标定方法[J].仪器仪表学报,2015,36(11):
   2443-2450.

ZHANG ZH R, ZHANG X, ZHENG Z L, et al. Handeye calibration method fusing rotational and translational constraint information [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2015, 36(11):2443-2450.

- [3] WANG H, WANG X, ZHANG P, et al. Research on the kinemics and workspace of articulated arm coordinate measuring machine [C]. 8th International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics, 2016:212-215.
- [4] LUO Z, LIU H, LI D, et al. Analysis and compensation of equivalent diameter error of articulated arm coordinate measuring machine [J]. Measurement and Control, 2018, 51(1-2):16-26.
- [5] 温卓漫,王延杰,邸男,等.基于合作靶标的在轨手眼标 定[J].仪器仪表学报,2014,35(5):1005-1012.
  WEN ZH M, WANG Y J, DI N, et al. On-orbit hand-eye calibration using cooperative target[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2014, 35(5):1005-1012.
- [6] 邹添,倪风雷,李斐然,等.一种新型大中心孔绝对式磁编码器[J].仪器仪表学报,2016,37(7):1532-1538.
  ZOU T, NI F L, LI F R, et al. A new absolute magnetic encoder with big hallow[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2016, 37(7):1532-1538.
- [7] OSTROWSKA K, GASKA A, KUPIEC R, et al.

Comparison of accuracy of virtual articulated arm coordinate measuring machine based on different metrological models [ J ]. Measurement, 2019, 133: 262-270.

[8] 高群,许铀,于丽敏,等.基于测量构型周期性特性的多
 关节测量系统残差修正方法[J].仪器仪表学报,
 2018,39(5):24-32.

GAO Q, XU Y, YU L M, et al. Residual correction method for articulated arm coordinate measuring machine based on configuration periodicity [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018, 39(5):24-32.

- [9] ACERO R, BRAU A, SANTOLARIA J, et al. Evaluation of a metrology platform for an articulated arm coordinate measuring machine verification under the ASMEB89. 4. 22-2004 and VDI2617 \_ 9- 2009 standards [J]. Journal of Manufacturing Systems, 2017, 42:57-68.
- [10] 黄康,何春生,甄圣超,等.基于区间分析的机器人绝对 定位精度分析方法[J].中国机械工程,2016,27(11): 1467-1473.

HUANG K, HE CH SH, ZHEN SH CH, et al. An absolute positioning accuracy analysis method for robot based on interval analysis [J]. Chinese Mechanical Engineering, 2016, 27(11):1467-1473.

- [11] XU Y, GAO Q, YU L, et al. Single-point residual correction method for articulated arm coordinate measuring machine based on pose configuration' s polynomial model [C]. IEEE 7th Annual International Conference on CYBER Technology in Automation, Control and Intelligent Systems, 2017:189-193.
- [12] 许铀,高群.基于光栅编码器的柔性测量臂位置精度研究[J].仪器仪表学报,2017,38(2):336-342.
  XU Y, GAO Q. AACMM position accuracy distribution research based on the accuracy of grating encoder[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(2): 336-342.
- XU Y, ZONG ZH J, GAO Q. Position uncertainty distribution for articulated arm coordinate measuring machine based on simplified definite integration [J]. Measurement Science and Technology, 2018, 29(7): 075012.

- [14] SHIKARI A, ASADA H. Triple scissor extender robot arm: a solution to the last one foot problem of manipulation[J]. IEEE Robotics and Automation Letter, 2018, 3(4):3975-3982.
- [15] 何兵,车林仙,刘初升,等.空间 6R 机械臂位置逆解的
   复合形差分进化算法[J].机械工程学报,2014,50(15):45-52.

HE B, CHE L X, LIU CH SH, et al. Complex differential evolution algorithm for inverse kinematics of spatial 6R robot manipulators [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(15):45-52.

## 作者简介



许铀,分别在 2006 年 2011 年于中山大 学获得学士学位和博士学位,现为广东技术 师范大学副教授,主要研究方向为精密测量 技术,视觉测量技术。

E-mail: 80092100@ qq.com

Xu You received his B. Sc. degree and Ph. D. degree both

from Sun Yat-sen University in 2006 and 2011, respectively. He is currently an associate professor at Guangdong Polytechnic Normal University. His main research interests include precision measurement technology and vision measurement technology.



高群(通信作者),1998年于中国石油 大学获得学士学位,2003年于华中科技大学 获得硕士学位,2007年于中山大学获得博士 学位,现任广东技术师范大学讲师。主要从 事精密测量技术,系统建模与仿真。

E-mail:27955034@ qq.com

Gao Qun (Corresponding author) received his B. Sc. degree from China University of Petroleum in 1998, received his M. Sc. degree from Huazhong University of Science and Technology in 2003, and received his Ph. D. degree from Sun Yat-sen University in 2007. He is currently a lecturer at Guangdong Polytechnic Normal University. His main research interests include precision measurement technology and system modeling & simulation.